

The Right Honourable
Archibald Earl *of Eglinton*

DAVIDIS GREGORII

M. D. ASTRONOMIÆ PROFESSORIS SAVILIANI OXONIÆ, ET REGALIS SOCIETATIS LONDINENSIS SODALIS

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

Secunda Editio revisa & correcta.

ACCESSERUNT

Præfatio Editoris; Cometographia HALLEIANA *in modum Appendicis; brevis ad Calcem Horologiorum Sciotericorum tractatus & duplex Index, primus Sectionum & Propositionum, alter Rerum & Verborum copiosus.*

TOMUS SECUNDUS.



GENEVÆ,

Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET ET SOCIOS.

M. DCC. XXVI.

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER QUARTUS

DE THEORIA PLANETARUM SECUNDARIORUM.

POst jacta in Lib. I. Astronomiæ Physicæ fundamenta vera & genuina, explicata in Lib. II. Primi Motûs phænomena à Telluris motu circa proprium Axem oriunda, & Planetarum primariorum Theoriam Lib. III. traditam; hoc est, quomodo eorum Orbitæ describantur, & loca, cum ex Sole, tum ex ipsorum aliquo visa ad tempus datum determinentur; item Primariorum Magnitudo, Densitas, Distantia mutua reliquaque hujusmodi definiantur: Ordo postulat ut ad Secundariorum, qui circa Primarios revolvuntur, Theoriam tradendam Lib. hoc IV. descendamus. Licet Primarii cujusque Planetæ motus satis sit simplex, quippe compositus (projecti motûs instar) ex uniformi progressivo in recta Orbitam tangente, alioque descensivo, quo (quasi attractus) ad Solem descendit, immensâ eorum à se mutuo distantiâ actionis seu gravitatis mutuæ effectus insensibiles reddente; Secundariorum longe alia erit ratio: Nam eorum quivis (licet maxime ad Primarium suum respectivum tendat) eâdem gravitate acceleratrice versus Solem, in eadem ab

illo diſtantia, urgetur atque ipſe Primarius; in majori minus, in minori magis. Ex diverſa hac ad bina corpora, Solem nempe ſuumque Primarium, tendentia Secundarii motus maxime compoſitus redditur, iiſque afficitur inæqualitatibus, quas Aſtronomi Hypotheſibus ſalvare potius quam Philoſophi ex Cauſis Phyſicis explicare, ante feliciſſimum *Newtonum*, ſperabant.

SECTIO I.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Primario suo est Concentrica.

PROPOSITIO I.

Si Planeta primarius circa Solem revolvens ſecum deferat Satellitem, hic circa Primarium ita movebitur, ut à Quadratura cum Sole ad Conjunctionem aut Oppoſitionem proxime inſequentem acceleretur perpetuo; à Syzygia vero ad Quadraturam retardetur: Adeoque prope Syzygias Satelles velocius feratur, prope Quadraturas vero tardius.

Quoniam Libro I. oſtenſum eſt in tribus hiſce corporibus, Sole nimirum, Planeta primario ejuſque Satellite, attractiones binorum quorumcunque in tertium eſſe inter ſe reciproce ut quadrata diſtantiarum ab eodem; manifeſtum eſt caſum hujus Propoſitionis eundem eſſe cum illo Prop. LX. Lib. I: Adeoque ſi, ut illic, S denotet Solem, T Planetam primarium in Orbe E T E revolventem, L Satellitem Orbitam B C G D circa primarium deſcribentem, in qua puncta B & G Syzygias cum Sole deſignant, C & D Quadraturas: Si porro S K mediocris diſtantia Satellitis à Sole exponat attractionem acceleratricem ipſius Satellitis à Sole in iſta media

Tab. XXV. Fig. 1.

dia distantia, & quicunque supponatur Satellitis locus L in sua Orbita, sumatur in L S (eave producta) S A quæ sit ad S K in duplicata ratione S K ad S L; hæc S A exponet attractionem Satellitis ad L positi versus S. Jungatur T L, & huic parallela ducatur A M cum S T in M concurrens. Notissimum est attractionem S A resolvi in attractiones ut A M & M S, & cum harum rectarum directionibus: quarum ea, quæ per M S exponitur, reducitur ad attractionem ut M N, auferendo attractionem ut N S Satelliti Primarioque communem; ut fuse ad dictam Prop. LX. Lib. I. ostensum est. Adeoque hoc modo Satelles L triplici attractione agitatur: Prima nempe & præcipua illa est, quâ T trahit L; Secunda est illa, quæ est ut A M cum directione A M, hoc est, cum directione L T ipsi A M parallela. Unde Vis ex binis hisce composita etiam dirigitur versus T; corpusque L, si ex hisce solis compositâ agitaretur, areas circa T describeret etiamnum temporibus proportionales per Prop. XI. Lib. I. Sed Satelles in L Vi tertiâ etiam urgetur, quæ nempe est ut M N & cum directione ab M versus N; hoc est, ab L versus F, (positâ L F ad M N parallelâ;) quæ cum ad T non tendat, neque ex tribus hisce composita Vis, totalis nempe illa quâ L revera urgetur, ad T tendit. Quapropter Satelles L non describet areas circa T temporibus proportionales, sed Vis hæc per M N exposita arearum descriptionem temporibus proportionalem perturbabit: nempe in semicirculi C G D quadrante C G motum corporis L circa T à C versus G facti accelerat: post conjunctionem vero in G, in quadrante G D, cum rectæ L F directio ab L versus F sit in antecedentia, Vis secundum hanc agens motum retardat. Satellite L ad quadraturam in D pervento, M N evanescit (quoniam S K, S L, ac proinde etiam & S A, tunc æquales sunt) & proinde Vis per illam ubique expositæ nulli hic sunt effectus: Satelles igitur

Tab. XXV. Fig. 1.

Tab XXV. Fig. 1. L reliquis Viribus agitatus areas per radium vectorem temporibus proportionales nunc describit. Dum vero L quadrantem D B peragrat, S M deficit ab S N, & Vis perturbans descriptionem areæ per radium vectorem T L, quo minus sit tempori proportionalis, quæ est ut M N, directionem ab M versus N sive ab L versus F (hoc est, in consequentia) habet, ac proinde motum Satellitis in illo quadrante accelerat: post oppositionem vero in B, L F tendit in antecedentiam, motumque retardat, donec in quadratura ad C evanescat rursus M N, ejusque proinde effectus cessent. Rursus, cum Vis M N perturbans descriptionem areæ quam radius T L verrit, ne sc. hæc sit tempori proportionalis, in transitu Satellitis à C ad G, vel à D ad B, perpetuo augeatur & in G ac B sit maxima, & hinc rursus perpetuo diminuatur donec Satelles perveniat in D vel C ubi evanescit; patet Satellitis sic perturbati motum esse velocissimum (cæteris paribus) in Syzygiis B & G, tardissimum in Quadraturis C & D. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

Iisdem positis, Satellitis L *Orbita circa Primarium* T *descripta (cæteris paribus) magis curva est in* C *&* D *Quadraturis cum Sole, quam in Syzygiis* G *&* B.

Vide Fig. 2. CUm enim Satelles L velocius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis, minus deflectet à recto tramite, quem vi insitâ solâ describeret, in illis quam in hisce; hoc est, Satellitis Orbita minus curva est in Conjunctione & Oppositione quam in Quadraturis. Sed & major hæc Curvedo ex alia etiam causa provenit: Vis ut M N (de qua Prop. præc.) in Conjunctione & Oppositione ad G & B contraria est Vi, quâ Corpus T trahit L, adeoque illam minuit: Minus ergo urgetur L versus T ad G & B quam ad C & D; minusque propterea

terea à recto tramite deflectet in illis quam in hisce. Satellitis igitur Via curvior est in Quadraturis C & D quam in Syzygiis B & G.

Corollarium.

Ex prædictis sequitur Satellitem L, (cæteris paribus) longius recedere à Primario T in Quadraturis quam in Syzygiis. Hoc pacto Satellitis Orbita circa Primarium Elliptica quasi fit, cujus centrum Primarius occupat; major Axis Quadrata Solis interjacet, minor Syzygias: sic enim Orbita curvior est illic quam hic. Atque augmentum celeritatis Satellitis prope Syzygias diversum erit in Orbita hac, ab illo quod fuisset in Orbita circulari Prop. præc. quia Vis ut M N Satellitis motum accelerantis aut retardantis directio alia est in hanc, alia in illam.

Tab. XXV. Fig. 2.

Quæ hic dicta sunt de Figura Orbitæ Satellitis circa Primarium obtinent tantum, si, exclusâ actione Vis extraneæ Solis, ejus Orbita foret Primario Concentrica. Nam si Excentrica sit, fieri potest ut Satelles L per hanc Excentricitatem longius absit à Primario T, & ex illo spectatus tardius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis; cum nempe Satelles Apsidem summam in Conjunctione vel Oppositione cum Sole versantem tenet. Sed & hic etiam supra demonstrata locum habebunt, cæteris paribus; celerius enim propter dictam Vim ut M N movebitur Satelles etiam tunc, & propius ad Primarium accedet quam absque illa.

Prædicta Orbitæ Satellitis figura Elliptica in Luna animadversa fuit ab Acutissimo Astronomo *Ed. Halleio*, qui Anno 1679 illam publico communicavit primus in Tractatu de *Quibusdam Lunaris Theoriæ Emendationem spectantibus*. Sed & idem à D. *Picard* jam inde ab anno 1668 animadversum testatur *Academiæ Scientiarum Gallicæ Historia* Anno 1698 edita.

SECTIO II.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Excentrica est a suo Primario.

SI corporis minoris L Orbis non ſit Circulus corpori magno T concentricus, ſed Ellipſis in cujus focorum altero T corpus conſtituitur, Vires corporis maximi S ita corpus iſtud L perturbabunt, ut loco Ellipſeos conſtantis & immotæ, quam per Prop. XXXIX. Lib. I. deſcriberet, deſcribat Ellipſin, cujus Excentricitas perpetuo mutatur: Orbitaque iſta corporis L ſic perturbati talis erit, ac ſi iſtud Ellipſin ſuam deſcriberet, interea dum ipſe Ellipſeos Axis (ac ſimul ipſa Ellipſis) motu angulari ſuper Primarii centrum prorſum vel retrorſum movetur, manente plano; hoc eſt, dialecto Aſtronomicâ, Satellitis Orbitam Excentricam deſcribentis motus à Sole ita perturbatur, ut dum hic Orbitam ſuam percurrit, ipſius Orbitæ Apſides nunc in conſequentia ferantur, nunc in antecedentia. Ad hoc probandum res altius eſt repetenda, & quædam Lemmata præmittenda.

PROPOSITIO III.

nvenire legem Vis centripetæ, quâ urgente, corpus in trajectoria quacunque circa centrum virium revolvente moveri poſſit, dum corpus aliud in ſimili & æquali trajectoria quieſcente movetur.

Tab. XXV. Fig. 3. SIt A L P trajectoria quieſcens, quam corpus ad centrum virium T tendens deſcribit, pergendo ab A per L ad P. Invenienda eſt lex Vis centripetæ ad T tendentis, quâ urgente, corpus aliud feratur in perimetro figuræ *a l p* priori ſimilis & æqualis, interea dum hæc ipſa figura *a l p* circa T revolvitur vel in conſequentia

vel

vel in antecedentia; ita ut dum corpus prius arcum quemlibet ut A L percurrit in orbe quieſcente A L P, poſterius ſimilem & æqualem *a l* percurrat in orbe revolvente *a l p*.

Tab. XXV. Fig. 3.

Per centrum T in plano A L T agatur ſemper T *l* ipſi T L æqualis, angulumque A T *l* angulo A T L perpetuo proportionalem efficiens; hoc eſt, ut hic angulus A T *l* ſit ad correſpondentem A T L ut alter quivis A T *l* ad ſuum A T L. Adeoque area, quam T *l* motu angulari circa T ſic lata deſcribit, proportionalis erit areæ quam T L deſcribit. Sit A *l* E G H (*a*) Curva quam punctum *l*, modo jam expoſito motum, contingit: Et quoniam una cum L revolvitur corpus quod urgetur à Vi centripeta ad centrum T tendente, area A T L A (per Prop. XI. Lib. I.) eſt tempori proportionalis; quare & area A T *l* A tempori etiam proportionalis erit: ſed & in plano immobili conſiſtit, eodem nempe in quo corpus L circa T revolvitur; hoc eſt, puncti *l* is eſt motus, ut in plano immobili per T traducto perpetuo inveniatur, & areas A T *l* A, radio per T ducto deſcriptas, efficiat temporibus proportionales. Igitur per Prop. XII. Lib. I. manifeſtum eſt quod corpus, cogente juſtæ quantitatis Vi centripetâ, revolvi poſſit una cum puncto *l* in curva linea A *l* E G H, quam punctum *l* deſcribit. Datur autem hæc linea curva A *l* E G H, quippe ex data linea A L P A modo conſtanti & dato genita: quæratur igitur (per Cor. Prop. XXXVII. Lib. I.) lex Vis centripetæ, quâ corpus in illa revolvi poſſit. Fiat angulus A T *a* angulo L T *l*, rectaque T *a* rectæ T A æqualis; & igitur angulus

(*a*) Curva hîc deſcripta talis eſt, ut ſi ſemper angulus A T L ſit ad angulum A T *l*, ut 3. ad 4. punctum *l* deſcribat curvam illam A *l* E G H. Si alia ratio ſupponatur eorum dem angulorum, alia deſcribenda erit curva. Cæterum obſervet Lector hujuſce curvæ originem ſeu initium eſſe in puncto A, non vero in *a*: quod non ſatis nitidé à ſcalptore expreſſum eſt.

Tab. XXV. Fig. 3. gulus *a* T *l* angulo A T L æqualis erit. Deſcribatur jam figura *a l* T ſimilis & æqualis A L T : adeoque punctum *l* eſt in perimetro figuræ ipſi A L P A ſimilis & æqualis circa T revolventis. Corpus ergo una cum *l* latum, & figuram immotam A *l* E G H deſcribens, deſcribit etiam perimetrum *a l p a* Orbis ipſi A L P A ſimilis circa T revolventis; ita ut eodem tempore deſcribatur arcus *a l* in Orbe revolvente *a l p a*, quo ſimilis & æqualis A L in A L P A Orbe quieſcente ab alio corpore deſcriptus eſt. Inventa ergo eſt lex Vis centripetæ quæſita. Q. E. F.

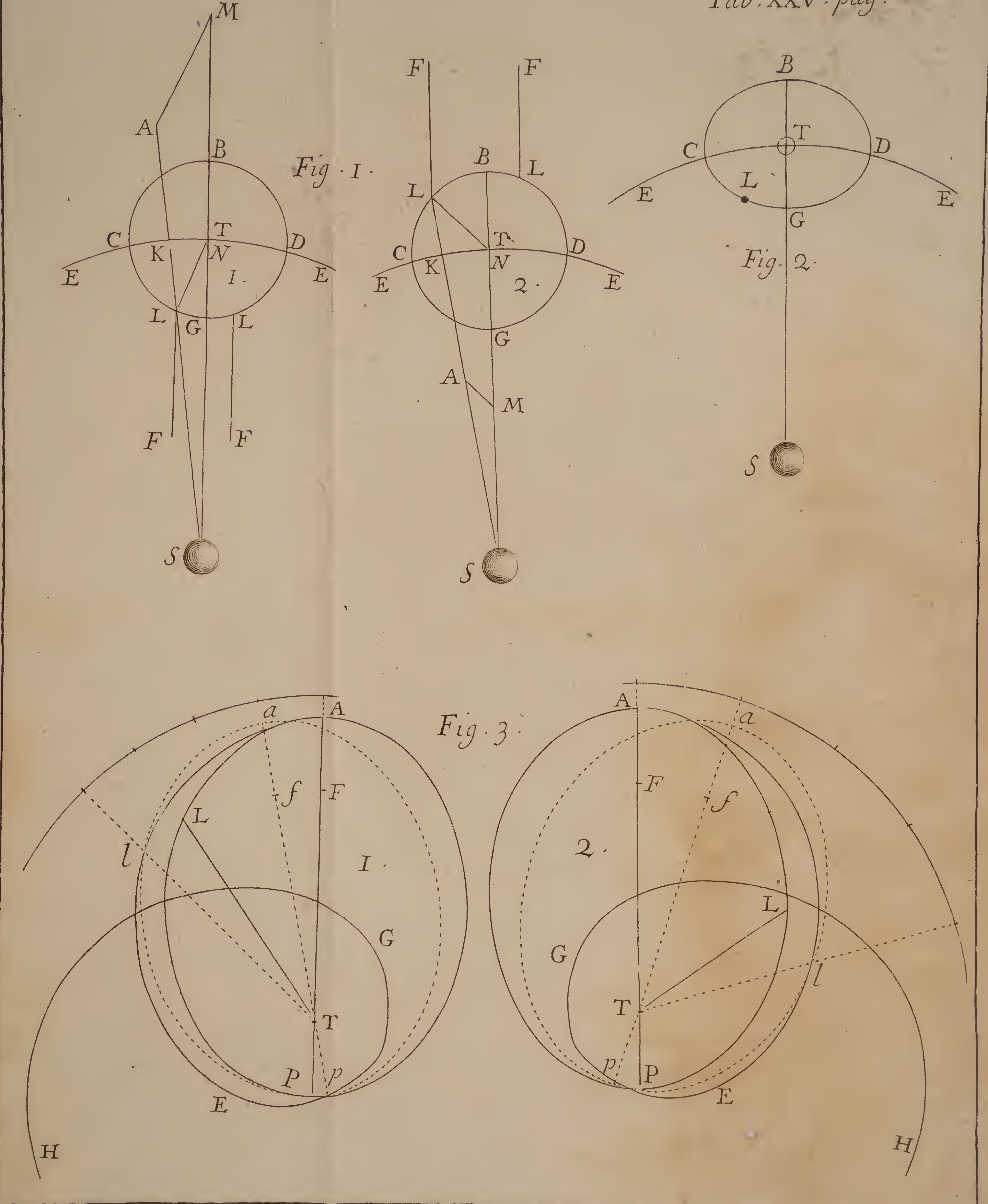
PROPOSITIO IV. LEMMA.

Differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quieſcente & corpus aliud in eodem orbe revolvente æqualiter moveri poſſunt, modo Prop. præc. indicato, eſt in triplicata ratione communis altitudinis inverſe.

Tab. XXVI. Fig. 1. MAnentibus quæ in præcedente poſita ſunt, dico differentiam virium centripetarum, quibus corpora L & *l* agitantur, eſſe reciproce in triplicata ratione communis altitudinis T L vel T *l*; ſive eſſe differentiam virium in punctis L & *l* ad differentiam virium in aliis quibuſvis punctis orbis quieſcentis & revolventis, ubi corpora eodem momento invenientur, ut cubus altitudinis ſive diſtantiæ horum punctorum à centro virium T ad cubum rectæ L T vel *l* T.

Sumantur L B, *l b* arcus minimi æquales, qui proinde æqualibus minimis temporibus à corporibus L & *l* deſcribentur. Ex B & *b* in T L, T *l* ducantur normales B E, *b e*, quæ (ſicut & L E, *l e*) æquales erunt. In recta *b e* (ſi opus eſt ad partes *b* producta) ſumatur punctum C, ut ſit C *e* ab *b e* ut angulus A T *l* ad angulum A T L. Quoniam corporum in locis L & *l* exiſtentium motus ſinguli diſtinguuntur in binos, quorum hi ſecundum lineas L T, *l* T, illi vero prioribus tranſverſi ſecundum lineas ipſis

Tab. XXV. pag.



ipſis L T, *l* T normales diriguntur; motus verſus centrum erunt æquales, quia ex hypotheſi rectæ L T, *l* T; B T, *b* T, & proinde harum incrementa vel decrementa æqualia ſunt. Et motus tranſverſus corporis *l* erit ad motum tranſverſum corporis L ut motus angularis lineæ T *l* ad motum angularem lineæ T L; id eſt, ut angulus A T *l* ad angulum A T L, ſive ut C *e* ad *b e* vel B E. Et igitur eodem tempore, quo corpus L motu ſuo utroque pervenit ad B, corpus *l* reperietur in loco C. Atque hæc ita ſe habebunt, ubi corpora L & *l* æqualiter ſecundum directiones L T, *l* T moventur; hoc eſt, æqualibus viribus centripetis urgentur: Aſt cum punctum D, locus corporis orbem revolventem deſcribentis, (per Prop. præc.) reperiatur capiendo angulum *l* T D ad *l* T *b* in dicta iſta conſtanti ratione (ſc. ratione anguli A T *l* ad A T L) & rectam T D rectæ T *b* vel T B æqualem, (figurâ *a l p* & rectâ *l* T hic ſuſtinentibus partes, quas illic figura A L P & T A recta ſuſtinebant;) differentia inter vires centripetas corporis in L vel *l* & corporis in D eſt ut ejus effectus C D; locorum nempe intervallum, per quod corpus in orbe revolvente latum, ipſius actione, dato illo temporis minimi ſpatio transferri debet. Comparanda igitur eſt hæc C D ſive huic proportionalis differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quieſcente & revolvente urgetur in hoc mobilis orbitæ ſitu & hac corporis diſtantia T *l* à centro, ad ſimilem differentiam in alio rerum ſtatu, ubi eadem (ſive potius ſimilia) omnia facta & constructa ſupponuntur quæ hic: Nempe centro T, diſtantiâ T *b* vel T D deſcribatur circulus ſecans T *e* in *n*, C *e* in F, & C D in G: Sitque noviſſimum trilineum *l b* T tale, ut ejus area à radio vectore T *b* verratur æquali tempore, quo area hæc *l b* T ab hac T *b*: Unde (cum in æqualibus triangulis baſes ſint reciproce proportionales altitudinibus) hæc *e b* eſt ad alteram *e b* ſicut altera T *l* ad hanc T *l*, hoc eſt, *e b*

Tab. XXVI. Fig. 1.

Tab. XXVI. Fig. 1.

eſt reciproce ut correſpondens T *l*; quare & C *e* (eandem perpetuo ad *b e* rationem habens) erit etiam reciproce ut T *l*: adeoque harum aggregatum C F, & intervallum C *b* eidem T *l* reciproce proportionalia ſunt; & proinde rectangulum ſub illis, ſc. F C × C *b*, reciproce proportionale eſt quadrato ipſius T *l*. Porro (per *Prop.* XXXV. vel XXXVI. *El.* III.) C D × C G = F C × C *b*, hoc eſt, $CD = \frac{FC \times Cb}{CG}$: Adeoque C D in hoc rerum ſtatu eſt ad analogam C D in alio quovis directe ut hoc F C × C *b* ad iſtud aliud F C × C *b*, & reciproce ut hæc C G recta ad aliam iſtam C G ſimul. Sed ſupra oſtenſum eſt eſſe F C × C *b* reciproce ut quadratum rectæ T *l*; & C G eſt ut huic proxime æqualis D G, vel ut ejus dimidium T D vel T *b*, vel ab hac minime diverſa T *l*: Adeoque C D in hoc orbis revolventis ſitu eſt ad ſimiliter productam C D in alio quovis ejuſdem ſitu (hoc eſt, differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quieſcente & corpus aliud in eodem orbe revolvente æqualiter moveri poſſunt, in altitudine T L vel T *l* eſt ad ſimilem virium differentiam in alia quavis altitudine) reciproce ut quadratum prioris altitudinis ad quadratum poſterioris, & reciproce ut altitudo prior ad altitudinem poſteriorem ſimul; hoc eſt, reciproce ut cubus altitudinis prioris ad cubum altitudinis poſterioris: hoc eſt, (breviter loquendo de una altitudine, cum de duabus inter ſe comparatis ſermo intelligendus eſt,) dicta virium centripetarum differentia eſt in triplicata ratione communis altitudinis inverſe. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Corpus ab apſide ſumma verſus imam, in orbe in conſequentia revolvente, motum majore Vi centripetâ urgetur quam idem in orbe quieſcente. Nam quoniam (in fig. præc.) in iſto caſu angulus A T *l* major eſt quam

quam A T L, erit & *e* C major quam *e b*; quippe in eadem ratione cum prædictis angulis: adeoque punctum C est extra peripheriam circuli B *b* D. Sed corpus in orbe revolvente motum reperitur in puncto D; & supra ostensum est, si corpus *l* æquali Vi centripetâ urgeretur atque corpus L, perventurum illud ad C punctum; adeoque non tantum versus centrum T urgeretur.

Rursus, idem fiet si, reliquis manentibus, orbis revolvens moveatur in antecedentia majore celeritate quam est dupla ejus celeritatis quâ linea T L in consequentia fertur, ut in fig. 1. Quoniam in hoc casu *a* T A est plusquam duplo major quam A T L sive *a* T *l*, erit A T *l* major quam A T L, adeoque (ut prius) *e* C major quam *e b*, & punctum C extra circulum *b* D B; &, ob eandem quam prius rationem, Vis centripeta corporis in orbe revolvente *a l p* moti etiamnum major quam Vis centripeta corporis moti in orbe quiescente A L P. *Tab.XXVI Fig. 2.*

At si Orbis hic *a l p* regreditur celeritate minore quam dupla ejus quâ linea T L progreditur, ut in fig. 2; corpus *l* ad apsidem imam descendens minore Vi centripetâ urgebitur quam L in orbe quiescente. Nam quoniam angulus A T *a* non est duplus ipsius A T L sive *a* T *l*, erit A T *l* minor quam *a* T *l*, (hoc est, A T L,) & ideo *e c* quam *e b* minor; adeoque C punctum, ad quod *l* perveniret si pari Vi centripetâ urgeretur atque ipsum L, intra circumferentiam circuli B *b* D. Sed corpus in orbe revolvente motum superius ostensum est reperiri in D puncto remotiore à centro quam est C; minore ergo Vi centripetâ urgetur corpus *l* orbem *a l p* describens, quam illud L quod fertur in orbe quiescente A L P. Atque contraria omnia contingent corpori ab ima apside ad summam ascendenti: & per omnia vicissim. *Fig. 3.*

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam differentia Virium centripetarum in orbe *Fig. 4.*

Tab. XXVI. Fig. 4. mobili & immobili (puta in B & b) eſt ad Vim centripetam, quâ corpus motu circulari moveri poteſt ab N ad B eodem tempore quo corpus L in orbe immobili deſcribit arcum L B, ut $RC \times Cb$ ad ebq. Nam dictæ Vires ſunt ut earum effectus C D & H b eodem minimo tempore producti: naſcens vero H b æqualis eſt ne, & C D oſtenſa eſt æqualis $\frac{RC \times Cb}{CG}$: quare prædictæ Vires ſunt ut $\frac{RC \times Cb}{CG}$ & ne, hoc eſt, ut $RC \times Cb$ & $CG \times ne$. Sed recta C G minime differt à recta M e, & (per *Prop.* XXXV. *El.* III.) rectangulum ſub M e & en æquatur quadrato ab eb: prædictæ ergo Vires centripetæ ſunt ut $RC \times Cb$ & ebq. Si jam capiantur cognitæ quantitates F & G in ea ratione ad invicem quam habet augulus A T L ad A T l, hoc eſt, quam habet be ad C e; erit C R ut G + F, & C b ut G — F: Adeoque differentia Virium centripetarum, quibus corpora in orbe immobili & mobili in B & b urgentur, eſt ad Vim centripetam, quâ corpus motū circulari moveri poteſt ab N ad B eodem tempore quo L deſcribit arcum L B, ſicut $\overline{G+F} \times \overline{G-F}$ ad Fq; id eſt, ut $Gq - Fq$ ad Fq.

LEMMA.

Fig. 5. *Si corpus ad umbilicum* T *ceu centrum tendens deſcribat Ellipſin* A B P, *cujus apſides* A *&* P; *Vis centripeta, quâ corpus in apſide* A *urgetur, eſt ad Vim centripetam corporis alterius, in circulo* A E H *ad eandem diſtantiam* T A *eadem cum velocitate revolventis, ut diameter circuli ad latus rectum Ellipſeos.*

PEr A ducatur recta A G ad A T normalis, quæ tam circulum quam Ellipſin continget. Per punctum G ipſi A proximum ducatur recta G E B verſus T, circulum in

in E, Ellipsin in B intersecans. Cumque nascentes arcus A B, A E sint proxime æquales, corpora æquivelocia ex A simul digressa ad B & E simul pervenient; & illorum vires centripetæ sunt ut harum effectus G B, G E eodem minimo tempore producti. Porro, ex natura circuli, E I q = A I × I H, sive A I × diam. & ex natura Ellipseos, B D q = lateri recto × A D (defectus quippe, sive quantitas quâ B D q isto rectangulo minus est, evanescit in casu præsente, cum B D nascitur;) E I vero & B D nascentes lineolæ æquantur: Igitur A I × diam. circuli = A D × lat. rect. Ellipseos: Adeoque A D ad A I, sive G B ad G E, sive Vis centripeta in Ellipsi ad Vim centripetam in circulo sicut diameter circuli ad latus rectum Ellipseos. Q. E. D.

PROPOSITIO V. LEMMA.

Si Orbis A L P *Ellipsis sit, cujus latus rectum* 2 R, *umbilicum habens* T, *apsidem summam* A, *imam* P; *eique similis & æqualis ponatur Ellipsis* a l p *circa immotum umbilicum* T *modo superius descripto revolvens, & quantitates datæ* G & F *eandem habeant rationem quam anguli* A T *l* & A T L; *si altitudo corporis revolventis, sive distantia à centro, vocetur* A: *Erit Vis centripeta, quâ corpus in Ellipsi mobili revolvi potest, ut* $\frac{F\,q}{A\,q} + \frac{R \times G\,q - R \times F\,q}{A \text{ cub.}}$; *& vicissim, urgente hujusmodi Vi centripetâ, in Ellipsi mobili feretur corpus.*

Tab. XXVII. Fig. 1.

CUm Vis, quâ corpus in Ellipsi immobili A L P revolvi potest, sit (per Prop. XXXIX. Lib. I.) reciproce ut quadratum distantiæ à centro sive altitudinis A; exponatur Vis hæc per $\frac{F\,q}{A\,q}$, & Vis in apside A erit $\frac{F\,q}{A\,T\,q}$. Vis autem, quâ corpus in circulo ad distantiam

Tab. XXVII. Fig. 1.

T A ea cum velocitate revolvi poſſet, quam corpus in Ellipſi revolvens habet in A, eſt (per præc. Lem.) ad Vim, quâ corpus in Ellipſi revolvens urgetur in A, ut ſemilatus rectum Ellipſeos ad ſemidiametrum circuli, ſive ut R ad A T; adeoque valet $\frac{R \times Fq}{AT \text{ cub.}}$. Cum autem (per Corol. 2. Prop. IV.) differentia Virium in punctis A & a ſit ad Vim prædictam in circulo, ipſi $\frac{R \times Fq}{AT \text{ cub.}}$ æqualem, ut $Gq - Fq$ ad Fq: erit iſta differentia Virium æqualis $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{AT \text{ cub.}}$: & (per Prop. IV.) differentia Virium in aliis quibuſvis punctis æquialtis (ubi nempe altitudo eſt indeterminata A) eſt ad differentiam Virium in apſide A (ubi altitudo eſt T A) ſicut cubus ipſius T A ad A cub; adeoque in quavis altitudine valebit $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$. Si igitur ad Vim $\frac{Fq}{Aq}$, quâ corpus revolvi poteſt in Ellipſi immobili A L P, addatur dicta differentia $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$; componetur Vis tota $\frac{Fq}{Aq} + \frac{R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$, quâ corpus in Ellipſi mobili $a\,l\,p$ eodem tempore revolvi poteſt. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Hinc ſi Vi centripetæ, quæ eſt in reciproca duplicata ratione diſtantiæ à centro, quâ corpus in Ellipſi immota revolvitur, ſuperaddatur alia quælibet Vis quæ eſt ut cubus diſtantiæ reciproce; corpus deſcribet Ellipſin cujus apſides in conſequentia feruntur. Nam quia differentia, quæ eſt ut $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$, in hoc caſu eſt poſitiva, G excedit F; hoc eſt, angulus A T l excedit angulum A T L; unde (per Corol. 1. Prop. IV.) apſides vel feruntur

feruntur in conſequentia, vel feruntur in antecedentia celerirate majore quam dupla ejus quâ corpus L in orbe immobili in conſequentia fertur: verum cum ultimum hoc in nullo corporum Cœleſtium locum habeat, ab hoc caſu abſtrahimus. At ſi à Vi, quæ eſt reciproce in duplicata ratione diſtantiæ, auferatur Vis, quæ eſt reciproce in ejuſdem triplicata ratione; relinquetur Vis, quâ urgente corpus deſcribet Ellipſin cujus apſides regrediuntur: Differentia enim Virium $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$ eſt in hoc caſu negativa; & proinde G minor quam F, ſive angulus A T *l* quam A T L minor.

Tab. XXVII. Fig. 1.

COROLLARIUM 2.

Atque hinc rurſus ſequitur quod ſi in orbe, à circulari non multum abludente, Vis centripeta in receſſu à centro decreſcat magis (ſive minor ſit) quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ; orbis apſides movebuntur in conſequentia. Sit enim immota Ellipſis A L P orbis deſcriptus à corpore, quod urgetur à Vi ad centrum T tendente, cujus ſumma apſis A duplo magis diſtat à centro T quam ima P; non quod talis orbis ad circularem accedat, ſed hanc rationem majoris perſpicuitatis & tantum exempli gratiâ ponimus. Supponamus Vim centripetam, quâ corpus in P urgetur, eſſe partium 400, & Vis, quâ in A urgetur, erit 100, & in locis intermediis proportionaliter; illa nempe Vis, quâ urgente corpus Ellipſin immobilem A L P deſcriberet, ſc. reciproca duplicata diſtantiæ à centro. Si jam præter hanc Vim, corpus in P urgeatur aliâ Vi quæ ſit *ex. gr.* ut 64, & in A Vi quæ ſit ut 8, & in locis intermediis proportionaliter; nempe ſit hæc Vis ſuperaddita inverſe ut cubus diſtantiæ à centro; in hoc caſu (per præc. Corol.) apſides in conſequentia ferentur. Verum Vis tota in P ſive ex binis compoſita eſt ut 464, & Vis in A ut 108, & in

Fig. 2.

locis

locis intermediis proportionaliter; hoc eſt, in receſſu à centro Vis centripeta minuitur magis quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ: nam ſi ea minueretur in illa ratione diſtantiæ duplicata tantum, Vis in A foret ut 116. Et licet requiratur ut Vis nova, ſuperaddita priori illi quæ eſt inverſe ut quadratum diſtantiæ, ſit ubique præciſe ſicut cubus dictæ diſtantiæ inverſe, ut orbis ellipticus circa centrum Virium in conſequentia revolvatur: ſi tamen Ellipſis hæc à Circulo non multum abludat & Vis talis integra corpus urgeat, quæ in receſſu à centro minuitur magis quam quadratum diſtantiæ corporis à centro augetur; orbis hujus apſides in conſequentia movebuntur. Nam quoniam, in orbe fere circulari, diſtantiæ à centro non multum differunt; Vis illa (cujus ſuperadditione fit ut integra Vis, quâ urgetur corpus, minuatur magis quam quadratum diſtantiæ à centro augetur) minuitur in ratione quæ non multum differt ab inverſa triplicata diſtantiæ.

Tab. XXVII. Fig. 2.

Sequitur etiam, ſi in orbe, circulari proximo, Vis centripeta decreſcat minus quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ, (hoc eſt, major ſit quam pro dicta ratione,) orbis apſides moveri in antecedentia. Nam eâdem manente Vi in P & A, quâ corpus Ellipſin immobilem deſcribit, ſi ab illa auferatur Vis reciproce proportionalis cubo diſtantiæ à centro; nempe ab illa in P Vis quæ eſt ut 64, & à Vi in A Vis ut 8, & in locis intermediis ſimiliter; relinquetur ubique Vis, quâ urgente corpus (per Corol. præc.) deſcribet Ellipſin cujus apſides in antecedentia moventur. Sed relinquitur in P Vis ut 336, & Vis reliqua in A eſt ut 92, & in intermediis diſtantiis ſimiliter: adeoque in receſſu à centro Vis centripeta minuitur minus (ſive major eſt) quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ: nam Vis minuta in duplicata ratione dictæ diſtantiæ foret in A partium 84. Unde, ob rationes hactenus expoſitas,

positas, si in orbe à circulo non multum abludente corpus urgeatur Vi, quæ in ejus recessu à centro minuitur minus quam in duplicata ratione distantiæ auctæ; orbis apsides in antecedentia ferentur. Sed & hæc patent ope Corol. I. Prop. IV.

PROPOSITIO VI. LEMMA.

In orbibus ellipticis, qui sunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apsidum; & è contra, ex dato apsidum motu invenire legem Vis centripetæ, modo Vis centripeta sit ut altitudinis dignitas aliqua.

SI ex data Vis centripetæ lege quæratur motus apsidum, Problema solvitur faciendo ut orbis, quem corpus in Ellipsi mobili revolvens describit in plano immoto, accedat ad formam orbis cujus apsides requiruntur, & inveniendo apsides orbis sic descripti. Orbes autem ad eandem accedunt formam, cum Vires centripetæ, quibus describuntur, in æqualibus à centro distantiis proportionales fiunt.

Vide Figuras Tab. XXVI. & Figuras 1am. & 2am Tab. XXVII.

Sit (in quavis Fig. præced.) punctum A summa apsis, T centrum Virium. Vocetur AT maxima altitudo T, & alia quævis indeterminata A, harumque differentia X. Et Vis, quâ urgetur corpus in Ellipsi circa ejus umbilicum T revolvente, est (per præc.) ut $\frac{F\cdot q}{A\,q} + \frac{R \times G\,q - R \times F\,q}{A\ \text{cub.}}$, sive ut $\frac{A \times F\,q + R \times G\,q - R \times F\,q}{A\ \text{cub.}}$; & deniq; (substituendo T − X pro A) ut $\frac{T \times F\,q - X \times F\,q + R \times G\,q - R \times F\,q}{A\ \text{cub.}}$. Vis centripetæ, cujus lex datur, valor ad similem fractionem reducatur; hoc est, talem cujus denominator est idem A cub. & numeratores (factâ homologorum terminorum collatione) statuendi sunt analogi; ex qua collatione eruetur ratio G ad F, sive motus ap-

ſidum quæſitus. Detur Vis centripetæ lex, puta ſit hæc ut diſtantiæ à centro dignitas cujus exponens eſt data p, ſive ut A^p, hoc eſt, ut $\frac{A^{p+3}}{A^3}$. Loco datæ $p + 3$ ponatur n, & loco A in numeratore $T - X$; eritque Vis centripeta ut $\frac{\overline{T - X}^n}{A^3}$. Reducatur hujus fractionis numerator $\overline{T - X}^n$ ad ſeriem infinitam, nempe ad $T^n - n \times T^{n-1} X + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X^2$ — &c; conferantur termini hujus numeratoris cum terminis numeratoris præcedentis, nempe $T \times Fq - X \times Fq + R \times Gq - R \times Fq$; nimirum dati cum datis, & non dati (ſive in quibus indeterminata X reperitur) cum non datis; & fiet $T \times Fq + R \times Gq - R \times Fq$ ad T^n ſicut $- Fq \times X$ ad $- n \times T^{n-1} X + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X^2$ &c; hoc eſt, ſicut $- Fq$ ad $- n \times T^{n-1} + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X$ &c. Cumque Ellipſis, de qua nunc agitur, ſit circulo finitima, in qua ſemi-latus tranſverſum & rectum, ſive T & R æquantur, & omnes altitudines ſive à centro diſtantiæ prope eædem, adeoque X illarum reſpectu fere nulla; hoc eſt, termini ab hac affecti evaneſcentes; per mutuam terminorum deſtructionem & evaneſcentium neglectum analogia prior mutabitur in hanc $R \times Gq$ ad T^n ſicut $- Fq$ ad $- n \times T^{n-1}$; & ponendo etiamnum T loco R in primo termino, fiet $T \times Gq$ ad T^n ſicut Fq ad $n \times T^{n-1}$; adeoque Gq ad T^{n-1} ſicut Fq ad $n \times T^{n-1}$, & viciſſim Gq ad Fq ut T^{n-1} ad $n T^{n-1}$; id eſt, ut 1 ad n: adeoque G ad F, id eſt, angulus A T l ad angulum A T L, ut 1 ad $\sqrt{n}$. Quare cum angulus, quem corpus in Ellipſi immota deſcribit in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam, 2 rectis æqualis ſit; erit angulus, quem corpus (quod urgetur à Vi centripeta proportionali altitudinis

tudinis dignitati cujus exponens p five $n - 3$) in orbe propemodum circulari conficit in defcenfu ab apfide fumma ad imam, ad duos rectos ut 1 ad $\sqrt{n}$; adeoque in phrafi arithmetica æqualis $\frac{180^{gr}}{\sqrt{n}}$: & æquali angulo repetito, corpus ab apfide ima ad fummam redibit; & fic in perpetuum.

Et vice verfâ, fi Vis centripeta fit ut aliqua altitudinis dignitas, inveniri poteft dignitas illa ex motu apfidum. Nimirum, fi motus angularis, quo corpus defcendit à fumma apfide ad imam, fit ad motum angularem femirevolutionis unius (five 180^{gr}) quo in Ellipfi immota à fumma apfide ad imam defcendit, five motus totus angularis, quo corpus ab apfide difcedens ad eandem redit, ad motum angularem revolutionis integræ (feu 360^{gr}) ut unitas ad numerum $\sqrt{n}$; erit Vis centripeta ut altitudinis dignitas cujus exponens eft $n - 3$. Pofita enim Vi centripeta ut A^{n-3}, per Prop. hujus partem priorem dicta ifta ratio inter motus angulares five inter G & F prodibit; & igitur hæc lex Vis centripetæ ex ifta ratione inter G & F pendet. Inventa ergo eft lex Vis centripetæ quæfita. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Hujus Problematis exempla aliqua dabimus in cafibus quibufdam illuftrioribus. Quæritur angulus, quem corpus conficit in defcenfu ab apfide fumma ad imam in orbe fere circulari, dum illud urgetur à Vi centripeta uniformi five eadem in omni altitudine. Quoniam in hoc cafu Vis centripeta eft conftans, five ut A^0, five ut A^{3-3}, eft $n = 3$, & $\sqrt{n} = \sqrt{3}$; adeoque angulus à corpore confectus ab apfide fumma ad imam eft $\frac{180^{gr}}{\sqrt{3}}$ five 103^{gr}. $55'$, & hoc angulo rurfus defcripto ad apfidem fummam redit, apfidibus velociter in antecedentia latis. Si vero

Vis centripeta ſit ut ipſa altitudo ſive A^{1}, hoc eſt, ut A^{4-3}; erit $n = 4$, & angulus inter apſidem ſummam & imam $\frac{180^{gr}}{\sqrt{4}}$, ſive 90^{gr}: hujuſmodi igitur orbis apſides in antecedentia feruntur eâdem celeritate angulari, quâ corpus orbem deſcribens in conſequentia fertur. Similiter, ſi Vis centripeta ſit ut $A^{\frac{11}{4}}$ inverſe, ſive ut $A^{-\frac{11}{4}}$, ſive ut $A^{\frac{1}{4}-3}$, erit $n = \frac{1}{4}$ & $\sqrt{n} = \frac{1}{2}$; adeoque angulus inter ſummam apſidem & imam, qui eſt $\frac{180\,gr}{\frac{1}{2}}$, eſt 360^{gr}; hoc eſt, corpus, urgente hâcce Vi, de apſidè ſumma diſcedens, & ſubinde perpetuo deſcendens, perveniet ad apſidem imam ubi complevit revolutionem integram; dein perpetuo aſcenſu, complendo aliam revolutionem integram, redibit ad apſidem ſummam; & ſic per vices in perpetuum.

Proponatur è converſo motus apſidum datus, & quæratur lex Vis centripetæ: quæratur *ex. gr.* lex Vis centripetæ, quâ urgetur corpus quod revolutione integrâ & præterea alterius revolutionis parte dimidiâ de apſide ſumma ad apſidem ſummam, alterno deſcenſu & aſcenſu, redierit. Quoniam in hoc caſu motus angularis quo corpus deſcendit à ſumma apſide ad imam eſt 270^{gr}, erit quarta proportionalis ipſis 270^{gr}, 180^{gr}, & 1, ſive $\sqrt{n}$, æqualis $\frac{2}{3}$, & ideo $n = \frac{4}{9}$: Ac proinde (per Part. 2. hujus Prop.) Vis centripeta eſt ut $A^{\frac{4}{9}-3}$; id eſt, reciproce ut $A^{3-\frac{4}{9}}$ ſive $A^{2\frac{5}{9}}$. Rurſus, quæratur lex Vis centripetæ, quâ corpus urgetur, quod ab apſide ſumma ad apſidem ſummam conficit 363^{gr}; hoc eſt, quod fertur in orbe propemodum circulari, cujus apſis ſumma ſingulis corporis revolutionibus confecerit in conſequentia 3^{gr}. Quoniam motus totus angularis, quo corpus ab apſide ſumma diſcedens ad eandem redit, eſt ad motum angularem 360^{gr} ut 363 ad 360; $\sqrt{n}$, ſive

quarta

quarta proportionalis ipſis 363, 360 & 1, erit $\frac{360}{363}$ adeoque n erit $\frac{129600}{131769}$: & Vis centripeta ut A $\frac{129600}{131769} - 3$, ſive ut A $\frac{-265707}{131769}$; hoc eſt, inverſe ut A $\frac{265707}{131769}$, ſive inverſe ut A $^{2} \frac{4}{242}$. Vis igitur, quâ urgetur corpus deſcribens orbem cujus apſides in una corporis revolutione moventur 3^{gr} in conſequentia, in receſſu à centro decreſcit in ratione paulo majore quam duplicata, ſed quæ pluſquam 60 vicibus propius accedit ad duplicatam quam ad triplicatam.

Corollarium.

Hinc patet, quod ſi Vis centripeta, quâ corpus urgetur in ejus acceſſu ad centrum, in triplicata altitudinis minutæ ratione aut minore creſcat, corpus, ſi incipiat deſcendere, nunquam perventurum ad apſidem imam, ſed ad centrum uſque deſcendere; ſin vero ab apſide aſcendat minimum, in infinitum aſcenſurum, neque unquam ad apſidem ſummam pervenire. Nam quoniam Vis centripeta eſt reciproce ut A ^{3}, hoc eſt, ut A $^{-3}$, hoc eſt, $p = -3$; erit $n (= p + 3) = 0$, & $\sqrt{n} = 0$; & angulus quo deſcripto ab apſide ſumma ad imam pervenit, aut è contra, æqualis $\frac{180^{gr}}{0}$, ſive infinitus: nunquam ergo ad alteram apſidem pertinget, ſed poſt innumeras revolutiones vel deſcendet ad centrum vel aſcendet in infinitum. Si vero Vis in receſſu corporis à centro decreſcat in majore quam triplicata ratione diſtantiæ,

n erit negativa quantitas, & $\sqrt{n}$ impoſſibile quid; unde patet propoſitum. Et è converſo patet, quod ſi corpus ab apſide ad apſidem, alternis vicibus deſcendens & aſcendens, nunquam appellat ad centrum; Vis in receſſu à centro aut augebitur, aut in minore quam triplicata altitudinis ratione minuetur: & quo minor fuerit angulus deſcriptus à corpore, dum ab apſide ad apſidem redierit, eo longius ratio Virium recedet à ratione illa reciproca triplicata.

PROPOSITIO VII. LEMMA.

In orbibus ellipticis, qui ſunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apſidum, modo Vis centripeta ſit ut ſumma vel differentia aliquarum duarum altitudinis dignitatum.

Reliquis manentibus, ſint m, b & C quantitates datæ quælibet, quarum m eſt exponens dignitatis, qualis etiam eſt n, ut in præcedente; deturque hæc lex Vis centripetæ, ut illa ſit ubique ut $\frac{bA^m + CA^n}{A^3}$; ſive, ponendo T — X loco A, ut $\frac{b \times \overline{T-X}^m + C \times \overline{T-X}^n}{A^3}$. Reducendo hunc valorem ad ſeriem infinitam, erit Vis centripeta ut

$$\frac{bT^m - bT^{m-1}X + bm \times \frac{m-1}{2} T^{m-2} X^2}{A^3}$$

$$\frac{+ CT^n - CnT^{n-1}X + Cn \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X^2 \ \&c.}{A^3}$$

Statuendi ſunt analogi valor hic Vis centripetæ & valor prius inventus iſtius Vis, quâ urgente corpus in Ellipſi mobili movetur, nempe $\frac{T \times Fq - X \times Fq + R \times Gq - R \times Fq}{A^3}$; hoc eſt, cum valores hi eundem hactenus habeant denomina-

minatorem, pars data numeratoris unius ad hujus partem alteram non datam & pars data numeratoris alterius ad ipsius partem non datam in eadem ratione ponendæ sunt; hoc est, $R \times Gq - R \times Fq + T \times Fq$ ad $-Fq \times X$, sicut $bT^m + cT^n$ ad $-b \times mT^{m-1}X + b \times m \times \frac{m-1}{2}T^{m-2}X^2 - c \times nT^{n-1}X + c \times n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2}X^2$ &c. Cumque orbes fere circulares ponantur, erunt T & R æquales. Porro, applicando consequentes ad $-X$, negligendo terminos ab X (quippe infinite parvo) porro affectos, quia minimos; fiet $T \times Gq$ ad Fq sicut $bT^m + cT^n$ ad $b \times m \times T^{m-1} + c \times nT^{n-1}$. Majoris simplicitatis gratiâ, ut nempe omnes ipsius T dignitates æquales deveniant, ponatur T unitas; eritque tum Gq ad Fq sicut $b + c$ ad $bm + cn$. Et inde G ad F, sive (in figura Prop. IV.) angulus ATl ad angulum ATL ut $\sqrt{b+c}$ ad $\sqrt{bm+cn}$, sive ut 1 ad $\sqrt{\frac{bm+cn}{b+c}}$. Et propterea, cum angulus inter apsidem summam & apsidem imam in Ellipsi immobili sit duobus rectis æqualis, erit angulus, quem corpus, Vi centripetâ quæ est ipsi $\frac{bA^m + CA^n}{A^3}$ proportionalis, in descensu ab apside summa ad imam aut è contra describit, ad duos rectos, ut 1 ad $\sqrt{\frac{bm+Cn}{b+C}}$; & in phrasi arithmetica, angulus iste est $\sqrt{\frac{b+C}{bm+Cn}} \times 180^{gr}$. Si Vis centripeta sit ut differentia duarum dignitatum altitudinis, (puta ut $\frac{bA^m - CA^n}{A^3}$,) ponendo $-c$ loco $+c$ in valore supra invento, fiet angulus inter apsidem summam & imam, mobilis orbis fere circularis, æqualis $\sqrt{\frac{b-c}{bm-cn}} \times 180^{gr}$. Nec secus resolvetur Ploblema in casibus difficilioribus.

SCHO-

SCHOLIUM.

Si corpus Vi centripetâ, quæ ſit reciproce ut quadratum altitudinis, revolvatur in motâ Ellipſi umbilicum habente in centro Virium, & huic Vi centripetæ addatur vel auferatur Vis alia quævis, cujus lex & quantitas datur; per hanc Prop. determinabitur motus apſidum ex data illa Vi oriundus: Nempe ſi à Vi ut $\frac{1}{A^2}$ auferatur Vis extranea, quæ eſt ut altitudo ſeu diſtantia à centro, nempe ut cA; Vis reliqua, quâ corpus urgetur, erit $\frac{A - cA^4}{A^3}$, ubi $b = 1$, $m = 1$, $n = 4$: Adeoque angulus revolutionis inter abſides eſt $\sqrt{\frac{1 - c}{1 - 4c}} \times 180^{gr}$. Ponatur *ex. gr.* Vim extraneam ablatam eſſe 357, 45 vicibus minorem quam Vis primaria, quâ corpus revolvitur in Ellipſi, quamque facilitatis gratiâ vocavimus 1; eritque proinde $c = \frac{1}{357,45}$ ſive $\frac{100}{35745}$, & $1 - c = \frac{35645}{35745}$, & $1 - 4c = \frac{35345}{35745}$; adeoque $\frac{1 - c}{1 - 4c} = \frac{35645}{35345} = 1,008487754$, & $\sqrt{\frac{1 - c}{1 - 4c}} = 1,004234$. Et igitur $\sqrt{\frac{1 - c}{1 - 4c}} \times 180^{gr}$, ſive angulus inter apſides in orbe mobili, erit $1,004234 \times 180^{gr}$, ſeu $180^{gr}, 76228$, id eſt, $180^{gr}.\ 45'.\ 44''$: Inventus igitur eſt motus apſidum in una ſemi-revolutione, ſive dum corpus ab apſide ſumma ad imam deſcendit, ſc. $45'.\ 44''$ in conſequentia, & tantundem progreditur dum corpus ab ima apſide ad ſummam aſcendit; nempe ſingulis corporis revolutionibus apſis $1^{gr}.\ 31'.\ 28''$ in conſequentia fertur.

Et

Et è converſo, ex dato angulo inter apſides determinabitur ratio Vis extraneæ, cujus lex datur, ad Vim quâ in immota Ellipſi moveretur : Puta, ſi corpus diſcedens de apſide ſumma & ad apſidem ſummam reverſum motu angulari conficiat angulum 315^{gr}, ipsâ apſide interim in antecedentia motâ 45^{gr}, & quæratur ratio Vis hujus ſuperadditæ, quæ eſt ut altitudo, ad Vim primariam quâ ſola corpus in Ellipſi immota moveretur. Nam quoniam Prop. hâc demonſtratum eſt angulum inter apſidem ſummam & imam eſſe $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}} \times 180^{gr}$, ſive inter apſidem ſummam & ſummam eſſe $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}} \times 360^{gr}$, *i. e.* (in caſu præſenti, ubi Vis ſuperaddita eſt ut altitudo,) $\sqrt{\frac{1+c}{1+4c}} \times 360^{gr}$; erit $315^{gr} = \sqrt{\frac{1+c}{1+4c}} \times 360^{gr}$. Et reſolutâ hâc æquatione, valor ipſius c reperietur $\frac{5}{44}$. Cum autem Vis iſta primaria, quâ in Ellipſi immota moveretur corpus, poſita ſit unitas; erit hæc ad Vim iſtam additam (quæ eſt ut altitudo, quæque facit ut apſides tam velociter regrediantur) ut 44 ad 5.

COROLLARIUM.

Ex præced. Schol. & Corol. 2. Prop. v. ſequitur, ſi à Vi quæ eſt in duplicata ratione altitudinis inverſa, auferatur Vis, quæ eſt directe ut ipſa altitudo, relinqui Vim quæ in receſſu à centro decreſcit magis (ſive minor eſt) quam pro ratione duplicata altitudinis auctæ, ſive quæ in acceſſu ad centrum creſcit magis (ſive major eſt) quam pro ratione duplicata altitudinis diminutæ; nam tam in illo caſu quam in hoc orbis apſides progrediuntur, & propterea duo illi caſus coincidunt. Eodemque ratiocinio patet, ſi Vi quæ eſt in reciproca duplicata ratione

diſtantiæ à centro, addatur Vis extranea, quæ eſt directe ut dicta diſtantia, conflari Vim, quæ in receſſu à centro decreſcit minus (ſive major eſt) quam pro duplicata ratione diſtantiæ auctæ, ſive (quod idem eſt) quæ in acceſſu ad centrum creſcit minus (ſive minor eſt) quam pro duplicata ratione diſtantiæ diminutæ. Verum hæc etiam immediate conſequuntur ex Corol. I. Prop. IV.

PROPOSITIO VIII.

Tab. XXVII. Fig. 3.

Si Planeta ſecundarius L *circa Primarium* T *deſcribat Orbitam Ellipticam, cujus focus eſt* T; *hujus Axis major ſive Apſidum linea motu angulari bis progreditur & bis regreditur ſingulis Satellitis* L *revolutionibus; progreditur nempe cum* L *eſt in Syzygiis* G *&* B, *regreditur vero dum* L *eſt in Quadraturis* C *&* D *cum Sole.*

DEſignet S Solem, T Planetam primarium in Orbita DC à D verſus C circa Solem motum, L Planetam ſecundarium, Orbitam ellipticam, cujus focus T, à C ad G verſus D deſcribentem. Cum in tribus hiſce corporibus attractiones acceleratrices binorum quorumcunque in tertium ſint (per oſtenſa in Lib. I.) inter ſe reciproce in duplicata ratione diſtantiarum ab eodem, recidimus in conditiones Prop. I. hujus Libri, (cujus conſtructionem hic ſupponimus,) in qua oſtenſum eſt Satellitem L duplici Vi acceleratrice urgeri, unâ ab L ad T, alterâ ab L ad S. Cumque Vis prior ab L ad T ex mutua attractione corporum L & T orta, ſit quadrato diſtantiæ reciproce proportionalis, (per Corol. 2. Prop. LI. Lib. I.) hâc Vi ſolâ corpus L deſcribet Ellipſin focum in T habentem. Quoniam vero Vis poſterior, quâ urgetur L quæque dirigitur ab L ad S, eſtque per oſtenſa ad Prop. I. ut AS recta, reſolvitur in Vires binas, quarum altera eſt ut AM, altera ut MS, quæ ſemper ad MN reducitur, (ut ſupra oſtenſum eſt,) & cum harum rectarum directionibus; (quarum illa quæ eſt ut AM, licet eandem

dem habeat directionem cum priori qua T trahit L, tamen eandem non observat legem: neque enim est A M reciproce ut quadratum rectæ L T distantiæ corporis L à T, sed fere directe ut ipsa L T; crescente enim L T, cæteris manentibus, in eadem fere ratione crescit & A M; nam S L ob longinquitatem corporis S est fere parallela ad S T;) Vis quâ L in Quadraturis C & D positum urgetur versus T, composita ex binis (prima nempe illa qua T trahit L, quæque est inverse ut quadratum distantiæ L T, & illa ut A M quæ est fere directe ut ipsa distantia L T; nam tertia Vis M N in hoc casu nulla est,) non est ut Quadratum distantiæ L T inverse, sed in recessu à T decrescit in minore quam duplicata ratione distantiæ auctæ: & igitur cum Vi, quæ est Quadrato distantiæ à centro sive altitudinis reciproce proportionalis, quâ nempe T trahit L, addatur Vis extranea quæ est ut ipsa altitudo; componetur (per Corol. Prop. præc.) Vis quâ urgente corpus Ellipsin describit, cujus Apsides in antecedentia moventur. Satellite igitur in Quadraturis versante, Orbis elliptici Apsides regrediuntur.

Tab. XXVII. Fig. 3.

Quod si Satelles L sit in Conjunctione G vel Oppositione B cum Sole S, in quo casu Vis ut A M evanescit, præter Vim quâ T trahit L, quæque est reciproce ut Quadratum altitudinis T L; corpus L urgetur Vi ut M N, ab M versus N urgente, quæ non est ut Quadratum altitudinis T L inverse, sed crescente ipsâ crescens, & fere ut ipsa T L directe. Cum ergo à Vi Quadrato altitudinis reciproce proportionali, quâ T trahit L, auferatur Vis extranea (nempe ab actione Solis orta) quæ est fere ut ipsa altitudo; relinquetur (per Corol. Prop. præc.) Vis quâ urgente corpus fertur in Ellipsi, cujus Apsides in consequentia moventur. Igitur quando Planeta secundarius in Syzygiis cum Sole versatur, Orbis elliptici ab illo descripti Apsides progrediuntur.

Fig. 4. 1. 2.

Satellite vero in locis versante inter Syzygias & Qua-

draturas cum Sole, pendet motus Apſidum ex utraque cauſa ſupra deſcripta conjunctim; nempe ex Vi extranea addititia ut A M & ablativa ut M N; adeo ut pro hujus vel illius exceſſu progrediantur illæ vel regrediantur: Bis igitur in qualibet Satellitis L revolutione circa T progrediuntur Apſides, & bis regrediuntur per vices. Q. E. D.

PROPOSITIO IX. LEMMA.

Tab. XXVII. Fig. 4. *In fig. Prop. præc. Vis* M N *in Syzygiis eſt fere duplo major quam Vis* A M *in Quadraturis.*

IN Syzygiis S M eſt ad S N in duplicata ratione S N ad S L: Diſtantia autem punctorum N & T præ S T diſtantia Planetæ à Sole evaneſcit, adeoque S T æqualis S N; eſt igitur S M ad S T in duplicata ratione S T ad S L: Sed quantitates arithmetice proportionales ut S B, S T, S G &c, ubi illarum intervallum B T vel T G eſt minimum reſpectu cujuſvis ex illis ut S G, ſunt etiam quaſi geometrice proportionales, & è contra; quare poſitâ B M (in fig. 1.) & G M (in fig. 2.) æquali T B, erunt (in fig. 1.) M S, B S, T S & L S, & (in fig. 2.) M S, G S, T S, L S quamproxime geometrice proportionales continue: adeoque (in utraque fig.) M S eſt ad T S in duplicata ratione T S ad L S. Sed M T eſt duplo major (ex conſtructione) quam T B, quæ (ex præc.) æqualis eſt A M in Quadraturis; & M N eſt fere æqualis ipſi M T: Et igitur M N in Syzygiis eſt quaſi duplo major quam A M in Quadraturis. Q. E. D.

PROPOSITIO X.

In singulis Satellitis cujusvis revolutionibus Apsides plerumque magis progrediuntur quam regrediuntur, & excessu progressûs feruntur in consequentia.

Nam Vis ut M N in Syzygiis, cujus ablatione à Vi quâ T trahit L fit ut Apsides progrediuntur, est (per præc. Lem.) quasi duplo major quam Vis ut A M in Quadraturis, cujus additione ad prædictam Vim quâ T trahit L Apsides regrediuntur: Et igitur excessus in integra Satellitis revolutione erit penes M N, transferetque Apsides in consequentia. Q. E. D. *Tab XXVII. Fig. 4.*

Hæc ita se habebunt ordinario & cæteris paribus: Dantur autem casus particulares (ut Prop. sequente ostendetur) in quibus, in una Satellitis revolutione circa proprium Primarium, Apsides magis regrediuntur quam progrediuntur.

PROPOSITIO XI.

In una Satellitis L *revolutione circa* T, *progressus Apsidum magis superat illarum regressum, cum hæ in Syzygiis cum Sole versantur, quam si inde longius distant; regressus vero Apsidum superat illarum progressum in una Satellitis revolutione, cum Apsides sunt in Quadraturis cum Sole: Magis tamen & velocius progrediuntur in Syzygiis suis, minus vero & tardius in Quadraturis recedunt; & excessu progressûs supra regressum, in una Apsidum revolutione ad Solem, feruntur in consequentia.*

Quoniam Apsidum progressus vel regressus pendet (per Corol. 2. Propositionis V.) à Vi centripeta Satellitis versus Primarium suum decrescente magis vel minus quam pro duplicata ratione distantiæ auctæ in recessu à centro, sive transitu ab Apside ima ad Apsidem sum-

Tab. XXVII. Fig. 4. mam, ut & à contrario incremento in acceſſu ad centrum, ſive reditu ad Apſidem imam; patet progreſſum vel regreſſum maximum eſſe, ubi ratio inter Vires in Apſidibus maxime recedit ab inverſa duplicata ratione diſtantiarum. Ponatur eum eſſe ſitum Orbitæ Satellitis reſpectu Solis, ut ejus Apſides ſint in Syzygiis cum Sole: Vis ergo extranea M N, quæ Satellitem in Syzygiis verſantem urget, ablata à Vi, quâ Primarius trahit Satellitem, relinquit Vim in Satellite ad B, cujus ratio ad Vim ſimiliter relictam in Satellite ad G magis recedit à duplicata ratione diſtantiarum inverſa, quam ſi Apſides non eſſent in Syzygiis; quoniam ratio inter diſtantias T B, T G magis inæqualis eſt, ſive longius à ratione æqualitatis diſtat, quam ratio inter alias binas quaſvis in hac Orbita: progreſſus ergo Apſidum in hoc caſu maximus eſt. Satellite vero ad C pervento, Vis extranea ut A M, addita Vi quâ T trahit Satellitem, non tantum inducit receſſum à ratione duplicata diſtantiarum inverſa in tranſitu à C ad D; quoniam diſtantiæ T C, T D æquantur: Quare hujus Vis addititiæ effectus minor eſt; hoc eſt, Orbis Apſides minus in hoc caſu regrediuntur. Quoniam ergo Apſidibus in Syzygiis verſantibus, illæ velociſſime progrediuntur cum Satelles Syzygias tranſit, tardiſſimeque regrediuntur cum Satelles in Solis Quadrato eſt; patet, in integra Satellitis revolutione circa Primarium, Apſides in hoc caſu velociſſime in conſequentia ferri.

Fig. 5. Sint nunc Apſides Orbis Satellitis in Quadrato Solis: In quo caſu Vis extranea A M jam ſæpius deſcripta, quæ Satellitem in Quadratura C verſantem urget, addita Vi primariæ quâ T trahit Satellitem, conficit Vim ex utraque compoſitam, quâ Satelles ad C ſitus tendit verſus T; cujus ratio ad Vim ſimiliter compoſitam, quâ Satelles ad D perventus verſus idem T urgetur, magis recedit à duplicata ratione diſtantiarum inverſa, quam ſi Apſides non eſſent in Quadraturis; quoniam ratio inter T C, T D

magis

magis inæqualis est quam ratio inter alias binas quaslibet hujus Orbitæ : regressus ergo Apsidum in hoc casu maximus est. Satellite vero ad G vel B pervento, Vis extranea M N Satellitem nunc urgens, ablata à Vi quâ T trahit Satellitem, tam magnum non inducit recessum à ratione duplicata distantiarum inversa, dum Planeta transit à G ad B, aut vicissim; quoniam distantiæ T G, T B æquantur : unde Vis hujus ablatitiæ effectus in Apsidibus promovendis minor est; hoc est, Orbis Apsides tardius promoventur. Ideoque ex utraque hac causa, in hoc Orbis situ respectu Solis, dum Satelles integram revolutionem circa Primarium suum perficit, Orbis Apsides regrediuntur.

Tab. XXVII. Fig. 5.

Porro, si is sit motus Apsidum Satellitis circa T, isque motus Primarii T circa Solem S, ut Apsides Orbis Satellitis in eodem fere sint aspectu ad Solem per tempus satis notabile, sive dum ipse Satelles aspectus omnes ad Solem sæpius mutat; ob diuturnitatem temporis quo velocitas progressûs & tarditas regressûs Apsidum continuantur, dum nempe Apsides prope Syzygias Solis hærent, satis notabiliter progredientur : Et similiter ob diuturnitatem temporis quo Satellitis Apsides prope Solis Quadratum hærent, & consequenter quo velocitas regressûs tarditasque progressûs continuantur, sensibiliter satis recedent.

Quoniam vero Vis extranea ablatitia M N, progressum Apsidum causans, Prop. IX. ostensa est quasi duplo major quam Vis A M, quæ illas retrocedere cogit; & præterea Apsides diutius hærent in Syzygiis quam in Quadraturis, quia illic in consequentia latæ cum Sole progrediuntur, hic in antecedentia latæ Solis Quadratum in consequentia latum cito transeunt; patet Apsides velocius & diutius progredi in suis Syzygiis, tardius vero & non tam diu recedere in Quadraturis suis; & excessu progressûs supra regressum, in integra revolutione Apsidum ad Solem (hoc est, dum Apsides ex T visæ omnes cum So-

le

Tab. XXVII. Fig. 5. le aſpectus ſubeunt,) ferri in conſequentia.

Omnia prædicta eodem fere modo ſe habebunt, licet ſpecies Orbitæ Secundarii non maneat præciſe eadem, modo mutatio Excentricitatis non ſit magna nimis.

PROPOSITIO XII.

Si Satelles in Orbe Excentrico circa Primarium ſuum moveatur, hujus Excentricitas bis in quavis revolutione mutabitur: & in una Satellitis revolutione erit hæc maxima, cum Satelles verſatur in Syzygiis cum Sole; minimá vero, cum in Quadraturis: & in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & è contra in ejuſdem tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur.

NAm ſi corpus quod Ellipſin datam deſcribebat, (quod ſc. urgebatur à Vi centripeta ad focum alterum ceu centrum tendente, quæ eſt reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ ab eodem,) in deſcenſu ab Apſide ſumma ad imam urgeatur à Vi centripeta, quæ augetur magis quam pro duplicata ratione diſtantiæ à centro ſive altitudinis diminutæ; manifeſtum eſt, quod corpus ſic verſus centrum impulſum magis urgeretur in hoc centrum, quam ſi urgeretur (ut prius) à Vi creſcente ſolum in duplicata ratione diſtantiæ diminutæ; adeoque Orbem deſcriberet Orbe Elliptico antea deſcripto (præterquam in ipſa Apſide ſumma) interiorem, & in Apſide ima propius accederet ad centrum quam prius; hoc eſt, Orbem Orbe priore magis Excentricum, ſive in quo diſtantia corporis in Apſide ſumma majorem habet rationem ad illius diſtantiam in Apſide ima, quam in priore. Si porro Vis in aſcenſu corporis ab Apſide ima decreſceret iiſdem gradibus, quibus in deſcenſu creverat; rediret corpus ad diſtantiam priorem: Sed ſi Vis centripeta decreſcat magis quam pro dicta ratione, corpus jam minus at-

tractum

tractum aſcendet ad diſtantiam majorem, Orbemque deſcribet cujus Excentricitas adhuc eſt major. Similiter prorſus, ſi corpus in deſcenſu ab Apſide ſumma urgeatur Vi, quæ augetur minus quam pro duplicata ratione diſtantiæ diminutæ; patet corpus illud deſcripturum Orbem Orbe elliptico prius deſcripto (cum Vis erat reciproce ut diſtantiæ quadratum) exteriorem, præterquam in Apſide ſumma unde digreſſum eſt; hoc eſt, minus Excentricum; & Excentricitatem hanc adhuc minui, ſi in corporis aſcenſu Vis centripeta decreſcat minus, ſive tardius quam antea creverat.

Tab XXVII. Fig. 3. & 4.

In figuris jam ſæpius uſurpatis ponatur Satelles L prope Quadraturam in C, in quo caſu Vis ut M N evaneſcit, ac præter Vim quâ Primarius T trahit Satellitem L, quæ eſt reciproce ut quadratum diſtantiæ, Satelles urgetur Vi ut A M, quæ eſt ut ipſa diſtantia L T directe. Et Vis ex hiſce conflata (per Cor. Prop. VII.) in receſſu à centro decreſcit minus quam pro duplicata ratione diſtantiæ auctæ, & in acceſſu ad illud creſcit minus quam pro duplicata ratione diſtantiæ minutæ: Adeoque corpus, ſi per integram revolutionem ab hac Vi verſus centrum impelleretur, Orbem deſcriberet minus Excentricum quam ſi abeſſet Vis hæc extranea ut A M, ſolâque Vi quâ T trahit L quæ eſt ut diſtantiæ quadratum inverſe urgeretur; & igitur, in revolutionis parte illa ubi ab hac Vi impellitur, deſcribit partem Orbis minus Excentrici quam ſi abeſſet dicta Vis extranea ut A M.

Quod ſi Satelles in Syzygiis verſetur ut in B vel G, Vi ut A M evaneſcente, à Vi qua T trahit L aufertur Vis ut M N; hoc eſt, à Vi quadrato diſtantiæ reciproce proportionali aufertur Vis ut ipſa diſtantia; Vis igitur reliqua quâ Satelles T nunc urgetur (per Corol. Prop. VII.) in acceſſu ad centrum creſcit magis quam pro ratione diſtantiæ diminutæ, & in receſſu à centro ſimiliter magis decreſcit; & præterea (per ſupra oſtenſa) ſi Sa-

Tab. XXVII Fig. 3. & 4.

telles per integram revolutionem hâc Vi residuâ ad centrum impelleretur, Orbem describeret magis Excentricum quam est ille quem describeret, si solâ Vi attractrice corporis T urgeretur; & proinde multo magis Excentricum quam est ille quem describeret, si eâ Vi centripetâ urgeretur quâ in Quadratura ad C urgebatur: Unde in revolutionis suæ parte quando Vis extranea M N est maxima (hoc est, in Syzygiis) Satelles describit partem Orbis magis Excentrici quam cum ille in Quadraturis versatur; sive Orbis à Satellite descripti Excentricitas major est dum Satelles in Syzygiis versatur, minor dum in Quadraturis.

Porro, quoniam Vis extranea addititia ut A M maxima est, & Vis M N minima seu nulla Satellite in Quadraturis versante, Vis conflata ex hac & Vi qua T trahit L est (cæteris paribus) maxima, maximeque recedit à reciproca duplicata distantiarum; adeoque in hoc casu, Orbis portio descripta pertinebit ad Orbem minime Excentricum. Satellite à C versus B progresso, Vis extranea ablatitia ut M N simul crescit, effectusque suos proinde magis magisque edit; hoc est, Satellitem describere facit Orbis partem ad Orbem magis Excentricum pertinentem: quare in progessu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias ejus Orbis magis magisque Excentricus evadit, donec Satellite ad ipsam Oppositionem vel Conjunctionem cum Sole pervento, Orbis fiat omnium maxime Excentricus, ablatitiâ Vi ut M N existente nunc tum solâ, tum maximâ & maxime directâ. Postea vero, Satellite versus Quadraturam pergente, Excentricitas rursus diminui incipit, ob auctam Vim A M quæ illam minuit. Orbis igitur Excentricitas in progressu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & in ejusdem progressu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo diminuitur: Et maxima proinde est (cæteris paribus) in Syzygiis, minima in Quadraturis.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Iisdem positis quæ in Prop. præc. in pluribus Satellitis revolutionibus inter se comparatis, dico Orbitæ Satellitis Excentricitatem maximam esse, cum ejus Apsides in Syzygiis versantur; exinde vero diminui perpetuo in transitu Apsidum à Syzygiis ad Quadratum Solis, ubi illa minima est; in transitu vero Apsidum à Quadraturis ad Syzygias Excentricitatem rursus perpetuo augeri.

PRobatur eodem modo quo Propositio penultima. Nam (per Corol. Prop. VII.) Vires Satellitis in Quadraturis crescunt vel decrescunt minus quam pro duplicata ratione distantiæ minutæ vel auctæ: quare si Orbis Apsides sint in Quadraturis, dicta ratio incrementi ac decrementi totius in transitu inter Apsides est omnium minima. Similiter, Vires Satellitis in Syzygiis crescunt vel decrescunt magis quam pro duplicata ratione distantiæ minutæ vel auctæ; & propterea, si Orbis Absides simul in Syzygiis versentur, dicta ratio totius incrementi ac decrementi Virium in transitu inter Apsides est omnium maxima; id est, ratio totius incrementi ac decrementi Virium minima est dum Apsides sunt in Quadraturis, maxima dum in Syzygiis; & propterea, in transitu Apsidum à Quadraturis ad Syzygias, in singulis Satellitis revolutionibus circa Primarium perpetuo augetur, & in transitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur. Sed Prop. præc. ostensum est, quod si in singulis Satellitis revolutionibus augeatur ratio incrementi & decrementi Vis centripetæ, augebitur simul & Orbis Excentricitas; & è contra minuetur Excentricitas, si ratio illa decrescat: Et igitur in transitu Apsidum à Quadraturis ad Syzygias Orbis Excentricitas perpetuo augetur, & in transitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur; maxima ergo est Orbis Excentricitas dum Apsides in Sy-

Tab. XXVII. Fig. 3 & 4.

zygiis sunt, minima cum illæ in Quadraturis versantur. Et ob diuturnitatem temporis quo Apsides prope Quadraturas aut Syzygias hærent, fit Excentricitatis incrementum aut decrementum admodum sensibile, & inæqualitas inter Excentricitatem in uno casu eandemque in altero longe maxima. Q. E. D.

SECTIO III.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Planum Orbis ab illo circa Primarium descripti inclinatum est ad planum Orbis à Primario circa Solem descripti.

De Satellitum Erroribus in Latitudinem supra Libro I. egimus, generatim quidem Prop. LXI. & specialius postea Prop. LXIV. dum Præcessionis punctorum Æquinoctialium ex eodem fonte manantis rationem causamque indicaremus. Liceat tamen istorum quædam huc, quippe in locum proprium, transferre, aliaque magis particularia de Erroribus hisce explicare.

PROPOSITIO XIV.

Si Satelles circa Primarium revolvatur in Orbe cujus planum ad planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum fuerit, Linea Nodorum motu angulari movebitur in antecedentia velocitate inæquali; celerrime quidem cum Nodi sunt in Quadrato Solis, postea tardius, donec Nodis in Syzygiis constitutis quiescat prorsus. In locis inter Quadraturas & Syzygias intermediis Nodi conditionis utriusque participes recedunt tardius; adeoque semper vel Retrogradi vel Stationarii singulis Satellitis revolutionibus circa Primarium feruntur in antecedentia: Et in eadem Satellitis revolutione celerius regrediuntur, cæteris paribus, cum Satelles est in Syzygiis.

Designet,

Tab XXVI . pag .

Fig . 1 .

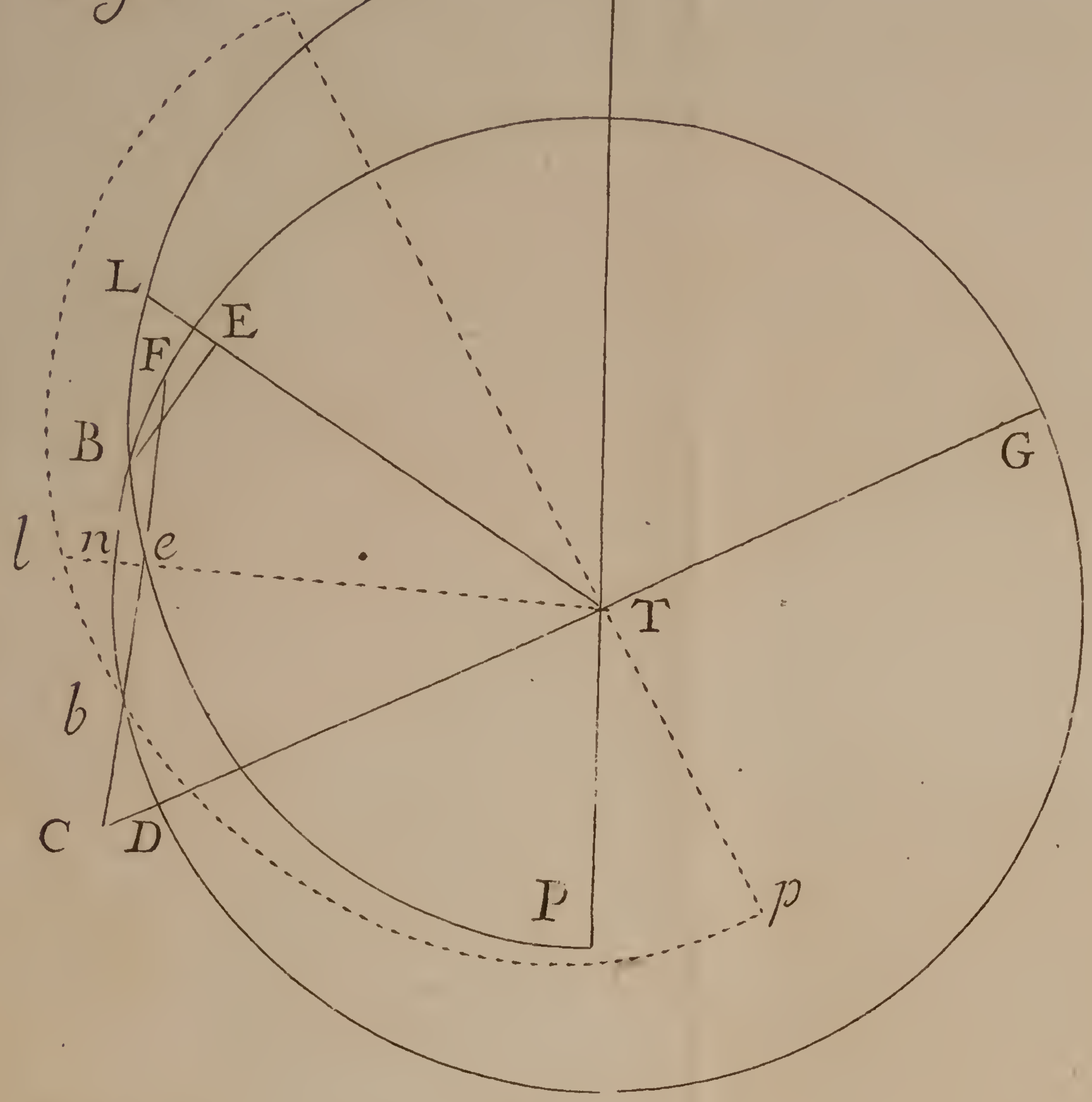


Fig . 3 .

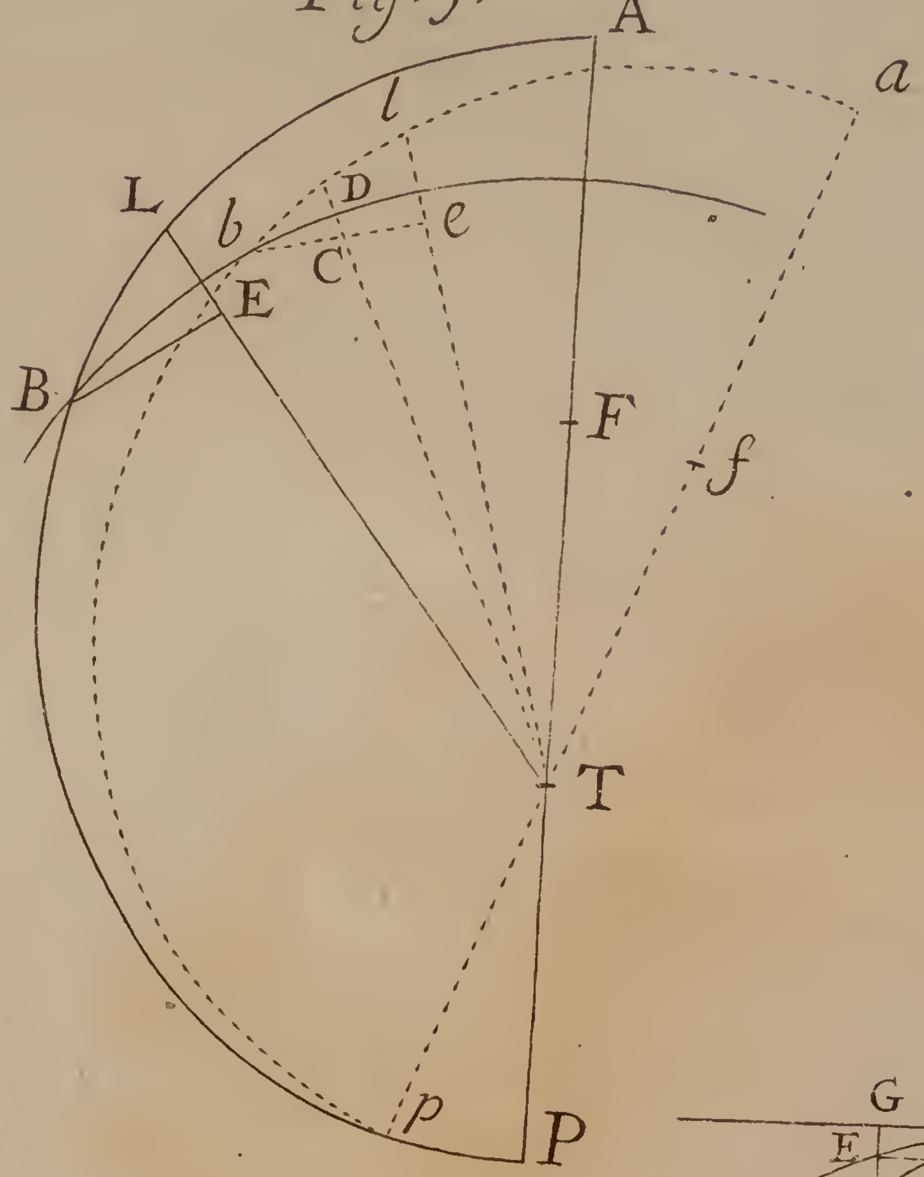


Fig . 2 .

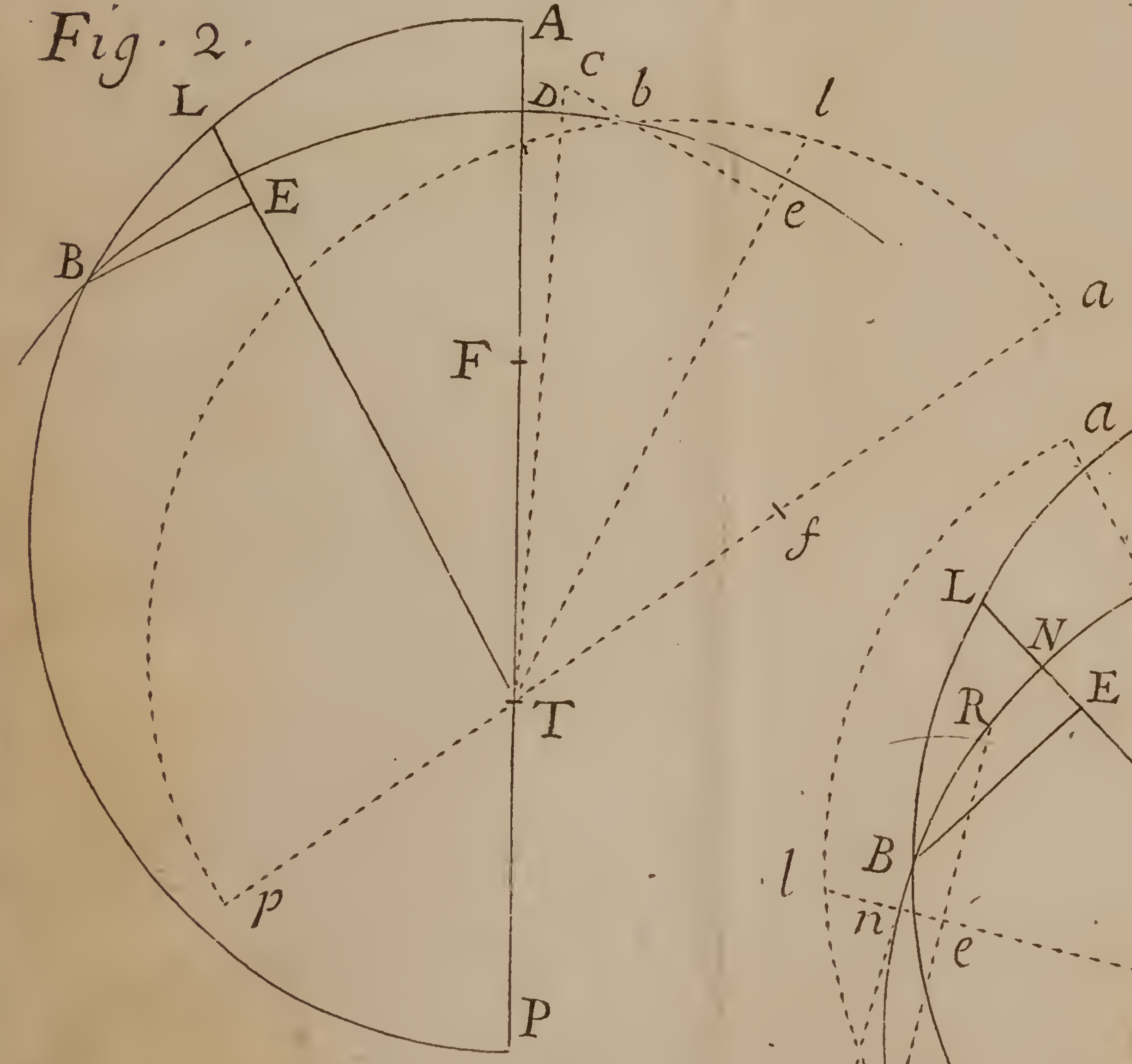


Fig . 5 .

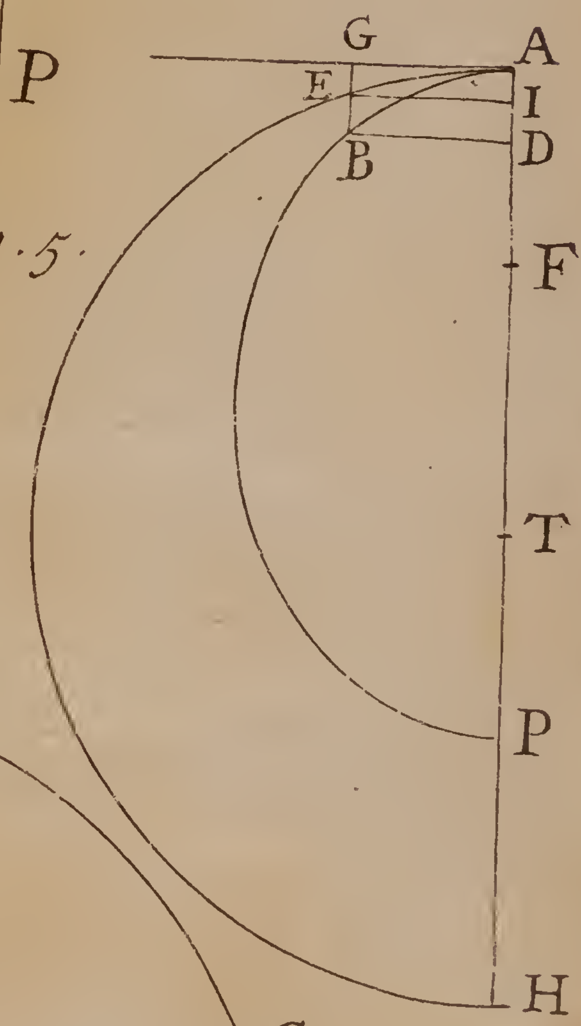
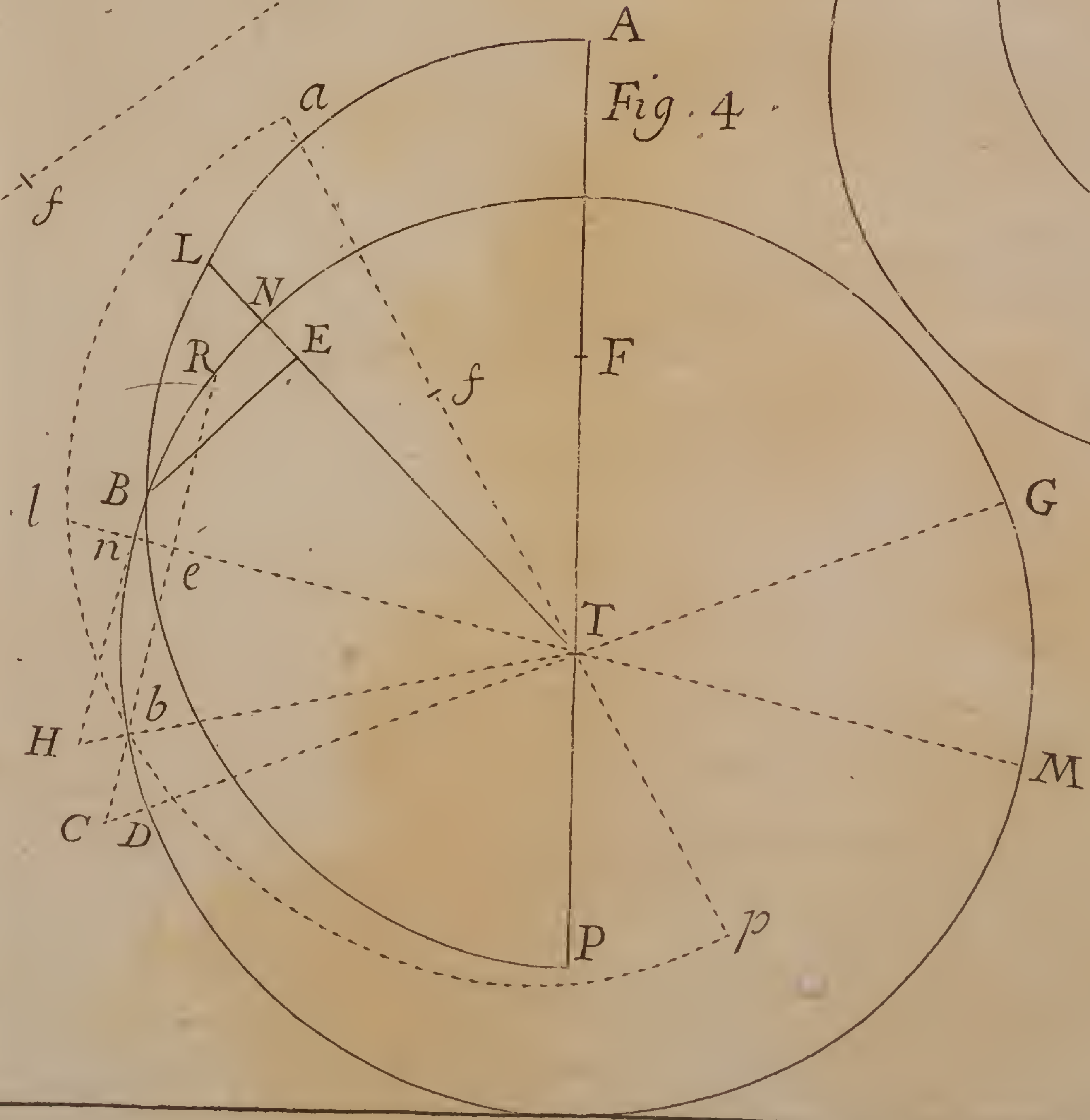
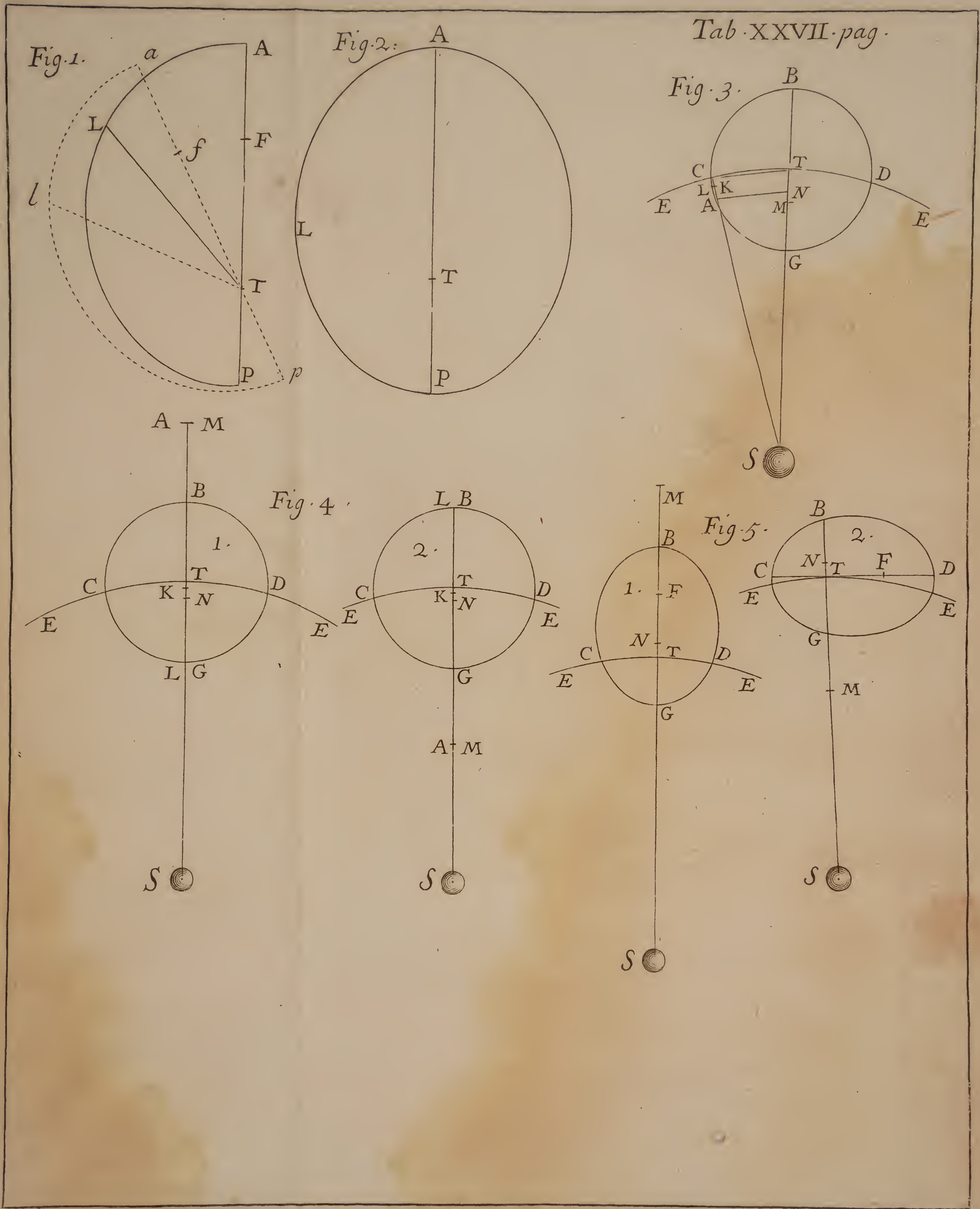


Fig . 4 .



Tab. XXVII. pag.



DEsignet, ut sæpe superius, S Solem; E T E Orbitam Primarii T; C B D G Orbitam Secundarii L circa Primarium: Ducantur rectæ S L, S T, & si opus est producantur inque iis signentur K, A, M & N puncta, & jungatur A M. Ex Prop. LX. Lib. I. patet Errores omnes Satellitis L oriri ab ejus Viribus quæ sunt ut A M, M N, & cum harum rectarum directionibus. Vis autem in L secundum directionem rectæ A M (hoc est, secundum L T rectam) agens motum ipsius L in Latitudinem neutiquam perturbat, cum L T in plano Orbis C B D G jaceat. Porro, si directio Vis alterius ut M N etiam in plano Orbis C B D G jaceat, hoc est, si recta per L ducta & ad M N parallela in plano C B D G jaceat, neque hæc Satellitis motum in Latitudinem perturbabit. Ipsa vero M N, seu S T, cum sit in plano Orbis S E T, erit etiam in plano C B D G, si fuerit communis intersectio duorum istorum planorum, Orbium nimirum Primarii & Secundarii; hoc est, si Nodi fuerint in Syzygiis. Igitur Nodis in Syzygiis versantibus, nullus orietur Error motûs in Latitudinem neque à Vi ut A M, neque à Vi ut M N, quæ solæ sunt Vires Satellitis motum perturbantes; ergo nullus prorsus Error in Latitudinem. Unde Nodorum Linea simulque ipsi Nodi in hoc casu quiescunt, cum motus illorum sit Error à perturbante Vi aliqua oriundus.

Tab. XXVIII. Fig. 1.

Ubi vero Orbis C B D G Nodi sunt in Quadraturis C & D, Vis ut M N Satellitis motum in Latitudinem maxime perturbat; quoniam in hoc casu recta M N (eique per L parallela L F, secundum quam exeritur Vis Satellitis L quæ est ut M N) omnium maxime ad planum Orbis C B D G inclinatur, tantum nempe quantum Orbium S T E, C B D G plana ad se invicem inclinantur. In hoc casu supponatur plani C B D G pars altera C G D supra planum hujus schematis (quod cum plano Orbis Primarii S T E congruit) elevata, altera C B D infra il-

Fig. 2.

Tab. XXVIII. Fig. 2. lud depressa: Orbitæ huic C B D G æqualis, similis & respectu centri T similiter posita concipiatur Orbita C *b* D *g*: In hoc igitur casu, quamprimum Satelles L Nodum C transit, ut ad Conjunctionem cum Sole in G perveniat, Vis ut M N cum directione rectæ M N sive huic parallelæ L F, hoc est, ab L ad F agens, trahit illum ex Orbita C G D, quam alias percurreret, & recedendo perpetuo versus S à plano C G D usque ad Nodum proximum, non jam transit planum S T E sive C *g* D in puncto D, (ubi illud transiret si Vis hæc abesset,) sed paulo citra illud respectu Solis S; hoc est, Orbitæ à Satellite (dum à Vi M N urgetur) descriptæ Nodus paulo citerior est quam D punctum, ubi in præcedente Satellitis revolutione inveniebatur.

Similiter, in transitu Satellitis à Nodo D ad Oppositionem cum Sole in B, Vis ut M N agens secundum directionem M N ab M versus N, sive ab L versus F, facit ut Satelles L perpetuo recedat ab Orbita D B C, Orbitamque describat ad planum S E T sive D *b* C minus inclinatam. Cumque hæc Vis in Satellitem L Vires suas exerat usque dum evanescat hæc, nempe cum Satelles ad Quadraturam in C pervenit, facit etiam ut Orbita à Satellite revera descripta citius intersecet planum *b* C *g* D quam Orbita D B C G, sive paulo propius ad *b* quam est punctum C, ibique Orbitæ Satellitis Nodum cum plano Orbis sui Primarii constituat. Atque simile rursus fiet dum Satelles secundo peragrat semicirculum C G D; Nodus nempe, sive punctum in quo Satelles trajicit *b* C *g* D, est in antecedentia respectu puncti in quo illud postremâ vice trajecerat, atque ita porro; hoc est, Vis hæc M N Satellitem L cogit in Orbitam, cujus Nodi singulis ipsius L revolutionibus circa T in antecedentia vergunt: celerrime autem regrediuntur Nodi cum in Quadraturis C & D versantur, quoniam (ut supra ostensum est) recta M N vel L F, secundum quam agit Vis ut

M N

M N Nodorum regreſſum efficiens, ad Orbitam C G D B in hoc caſu maxime recta ſeu perpendicularis eſt. Tab. XXVIII. Fig. 2.

Porro, quæ de Nodorum ſitu inter Quadraturas & Syzygias intermedio aſſeruntur, per ſe patent, cum recta M N ad planum C B D G ſit in iſto caſu magis obliqua, minuſque propterea potenter Satellitem inde deturbet. Cumque Nodorum regreſſus pendeat à Vi M N, ille (cæteris paribus) maximus eſt cum hæc eſt maxima; hoc eſt, quando Satelles eſt in Syzygiis. Q. E. D.

Mutatâ Inclinatione Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii circa Solem, non mutatur motus Nodorum ſenſibiliter, niſi mutatio Inclinationis fuerit nimis magna; nam Vis Nodis motum inducens in iſto caſu non multum mutatur.

PROPOSITIO XV.

Iiſdem poſitis, dico Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis, in quo Primarius circa Solem revolvitur, perpetuo mutari, & quidem maximam eſſe cum Nodi ſunt in Syzygiis cum Sole; minimam vero (cæteris paribus) cum in Quadraturis: Et inſuper in hoc caſu minui dictam Inclinationem in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, eandemque rurſus augeri in Satellitis tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas. Unde fit ut Satellite in Syzygiis exiſtente, Inclinatio planorum evadat minima, redeatque ad priorem magnitudinem circiter, ubi Satelles ad Nodum proximum accedit. Dico inſuper in tranſitu Nodorum à Syzygiis ad Quadraturas diminui hanc planorum Inclinationem, & fieri omnium minimam (cæteris paribus) ubi Nodi ſunt in Quadraturis; dein creſcere iiſdem gradibus quibus antea decreverat, Nodiſque ad Syzygias denuo reverſis, ad magnitudinem primam redire.

Licet

Tab.XXVIII. Fig. 1.

LIcet Propoſitionis hujus partes omnes ſatis facile conſequantur ex Prop. LXI. Lib. I. illas tamen hoc loco fuſius explicare & demonſtrare libet, proprium cuique adſcribendo Schema.

Sint primo Nodi Satellitis L in Syzygiis cum Sole S; hoc eſt, Linea Nodorum producta tranſeat per Solem; in quo caſu recta M N (quæ ad Prop. LXI. Lib. I. demonſtrata eſt poſitione ſuâ oſtendere directionem, & magnitudine ſuâ quantitatem Vis iſtius, quæ ſola Satellitis motum in Latitudinem afficit) eſt in plano Orbitæ Satellitis L: Et igitur, utut illa Satellitis motum in dicto plano perturbet, Satellitem ad motum quemcunque extra dictum planum B C G D neutiquam impellit; hoc eſt, motum Satellitis ſecundum Latitudinem omnino non afficit, ſed Satellitem perturbationis omnis, quoad ejus motum in latum, immunem prorſus & expertem relinquit, ut Orbem ſuum circa proprium Primarium deſcribat. Cumque Vis illa perturbans M N Inclinationem Orbis Satellitis ad Primarii Orbem ſuâ naturâ minuat ſemper, neque augeat unquam niſi per accidens, propter motum Nodorum in antecedentia ab illa factum; patet dictorum Orbium Inclinationem eſſe omnium maximam quando Nodi ſunt in Syzygiis.

Fig. 3. & 4.

Poſitis jam Nodis in Quadrato Solis, Satelles, quamprimum Nodum C vel D tranſierit, impulſus Vi ut M N, & ſecundum directionem L F ab L verſus F, de plano Orbis C G D B (quem abſque hac deſcriberet) perpetuo trahitur, & Orbitam deſcribit, cujus planum ad planum Orbis Primarii C *g* D *b* minus inclinatum eſt. Quod ut clarius pateat, referat (in aliis figuris annexis, oculo in Lineâ Nodorum productâ accommodatis) S T planum Orbis Primarii circa Solem, T L planum Secundarii ad planum S T inclinatum angulo L T S vel hujus complemento ad duos rectos. Satelles in L, Vi ut M N ab L verſus F, hoc eſt, de loco L in locum *l* tractus, deſcribit

cribit Orbitam, cujus planum T *l* minore angulo *l* T S ad S T planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum est. Atque mutatio hæc Inclinationis Orbis Satellitis ad Orbem Primarii est (cæteris paribus) eo major quo major est Vis M N illam producens: Vis vero M N est major quo Satelles est Syzygiis G & B propior. Nodis igitur in Solis Quadrato hærentibus, Inclinatio Orbis Satellitis est minima quando Satelles est in Syzygiis. Rursus, quoniam recta M N eique parallela L F (directio nempe Vis perturbantis & Inclinationem minuentis) magis recta est in planum Orbitæ Satellitis cum Nodi sunt in Quadraturis, quam in alio quovis Nodorum situ; mutatio Inclinationis in hoc casu erit maxima, adeoque Inclinatio planorum minima: Nam quo propius angulus F L T accedit ad rectum, eo majorem angulum rectula L *l* datæ longitudinis subtendit. Omnium igitur minima erit Inclinatio plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii, ubi Nodi sunt in Quadraturis & simul Satelles in Syzygiis.

Tab. XXVIII. Fig. 3. & 4.

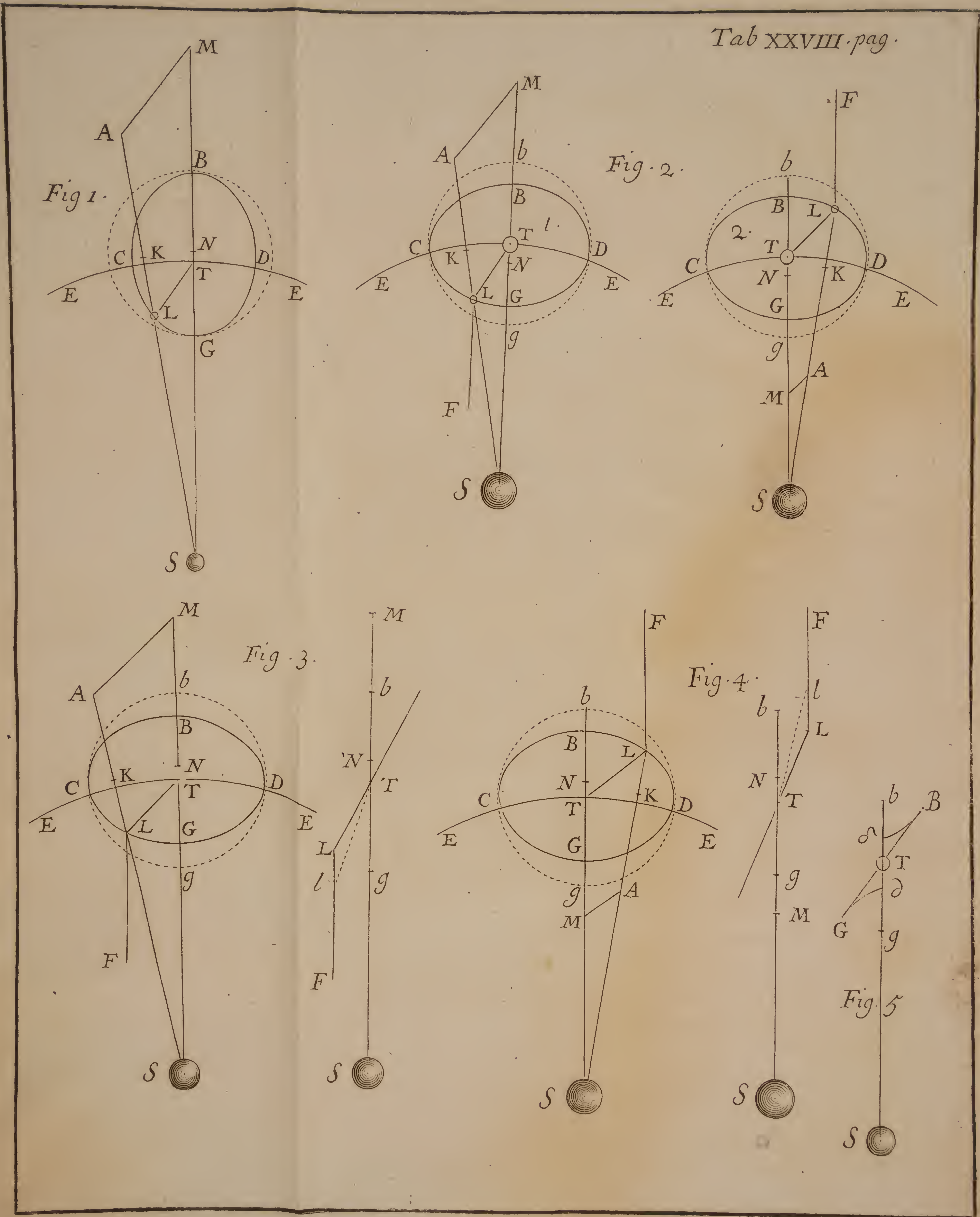
Porro, designet (oculo nempe in Linea Nodorum producta constituto, ut prius) S T *b* planum Orbis Primarii T circa Solem revolventis; G T B planum Orbis Satellitis, dum hoc angulo minimo (nempe G T *g* vel B T *b*) ad illud inclinatur, quod contingit (ut superius est ostensum) ubi Satelles ex T videtur in Syzygiis Solis. Cumque in præc. sit ostensum Nodos Orbitæ Satellitis vergere in antecedentia, Orbita quam Satelles discedens à G (ubi ex T visus conjungebatur cum Sole) porro describit, occurret ipsi S T *b* citra T respectu ipsius Solis, eritque linea G *d*; & Orbita quam describit idem discedens à B ubi Soli opponebatur, nempe B *δ* linea, occurret plano S T *b* in *δ*, sc. ultra T respectu Solis. Patet jam G *d* vel B *δ* lineam angulum majorem cum S T *b* continere ad *d* & *δ*, quam est ille quem G T vel B T cum eodem S T *b* plano continet; æqualem cir-

Fig. 5.

Tab.XXVIII. Fig. 5. citer illi quem continebat Satellitis Orbita cum S T *b* plano, cum Satelles proxime in Nodo versaretur. Igitur, ubi Nodi sunt in Quadraturis, Inclinatio plani Orbis Satellitis minuitur in transitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, & vicissim augetur in Satellitis transitu à Syzygiis ad Quadraturas; reditque ad priorem magnitudinem circiter ubi Satelles ad Nodum proximum accedit.

Cum igitur ostensum sit quod Vis ut M N Satellitis motum in Latitudinem perturbans, & speciatim Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii minuens, maxima est cum Satelles est in Syzygiis, & minima (quia nulla) cum ille est in Quadraturis, at maxime potenter ad hunc effectum producendum agit (cæteris paribus) cum Satelles est in Limite; patet quo Limites sunt propiores Quadraturis cum Satelles est in Syzygiis, eo Vim hanc ut M N dictorum planorum Inclinationem minus minuere, quia ejus magnitudo nulla est cum Satelles est in situ ad hunc effectum producendum maxime commodo, & maxima cum propter Satellitis situm hic effectus cessat. Et ex altera parte cum sit modo ostensum quod Vis ut M N, Nodos in antecedentia circumducendo, Inclinationem dictam rursus auget, & hanc maxime potenter auget cum Satelles est prope alterutrum Nodum, & interim ipsa Vis sit maxima cum Satelles est in Syzygiis; patet quo Nodi sunt Syzygiis cum Sole propiores, eo Vim ut M N planorum Inclinationem magis augere. Et igitur cum Limites sint simul Quadraturis propinqui aut ab illis remoti, atque Nodi Syzygiis; patet quo Nodi propiores sunt Syzygiis, eo Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii esse majorem, & quo propiores Quadraturis, eo minorem. Cumque (per Prop. præc.) Nodi in antecedentia ferantur, in Nodorum transitu à Syzygiis ad Quadraturas diminuitur hæc planorum Inclinatio, & fit omnium minima (cæteris paribus) ubi Nodi sunt in Quadraturis; dein

Tab XXVIII. pag.



crescit iisdem gradibus quibus antea creverat, Nodisque ad Syzygias denuo reversis, ad magnitudinem primam redit. Q. E. D.

PROPOSITIO XVI.

Omnes supra descriptæ Inæqualitates quæ in Satellitis motu contingunt, tam quæ motum ejus in longum quam quæ in latum afficiunt, tam quæ Orbitæ Concentricæ quam quæ Excentricæ competunt, paulo majores sunt in Conjunctione Satellitis cum Sole quam in Oppositione.

QUoniam (per *Prop.* XXV. *El.* V.) in quatuor magnitudinibus geometrice proportionalibus summa maximæ & minimæ excedit summam reliquarum duarum; auferendo utrinque summam duarum minorum, intervallum maximæ & minimæ proximæ excedet intervallum maximæ proximæ & minimæ. Cumque (per construct. Prop. XIV.) Satellite in Conjunctione cum Sole ad G versante, SM sit ad SN, hoc est (ob parvitatem ipsius NT respectu SN) ad ST in duplicata ratione ST ad SG; recta MT excedit duplam TG: Nam maximæ proxima excedit SB. Cumque rursus, Satellite in Oppositione ut ad B existente, S*m* sit ad ST in duplicata ratione ST ad SB; recta T*m* (propter eandem rationem) deficit à dupla TB: ideoque TM à fortiori excedit T*m*, hoc est, NM excedit N*m*. At NM, N*m* repræsentant Vires Satellitem in Conjunctione & Oppositione respective perturbantes: Major itaque est Vis perturbans in Conjunctione quam in Oppositione; & proinde majores sunt illius quam hujus effectus. Cumque præter Vires per NM, N*m* repræsentatas (quæ solæ sunt quæ Satellitis in ipsa Conjunctione & Oppositione positi motus perturbant) altera Vis ut AM (quæ prope Syzygias Satellitem perturbat) major sit in Conjunctione quam Oppositione, nempe illic major quam radius LT, hic minor; patet om-

Tab. XXIX. *Fig.* 1.

nes Inæqualitates Prop. præced. explicatas (cæteris paribus) paulo majores esse prope Conjunctionem Satellitis cum Sole quam prope Oppositionem cum eodem. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Prop. præc. præcise semper obtineret, si Orbita Satellitis Primario Concentrica esset; sin aliter, saltem locum haberet in integra revolutione Apsidum ad Solem. Verum Satellitum motus exactius observati hujusmodi quid suadent, quod Satellitis Orbitæ circularis centrum semper paulo remotius est à Sole quam ipsius Planetæ primarii centrum, eo nempe fine ut Satelles Primarium perpetuo comitetur. Nam si Orbitæ Satellitis centrum cum Primarii centro congrueret, Satelles relicto Primario ad Solem caderet. Satelles enim Orbitam suam describens facit ut Orbita hæc censenda sit quasi Annulus gravis, & Annuli hujus partis cujusque gravitas ea est censenda quæ est Satellitis in ea versantis, hujusque gravis is locus qui est centri gravitatis ejusdem. Cumque per Prop. XVI. Satellitis gravitas acceleratrix versus Solem, supra gravitatem acceleratricem Primarii versus eundem, magis augeatur in inferiori Orbitæ suæ parte prope Conjunctionem quam minuatur in superiori prope Oppositionem, & tamdiu in illa moretur Satelles quam in hac; prædicti gravis Annuli sive Orbitæ centrum gravitatis, ipseque proinde Annulus, majore urgetur gravitate accelaratrice ad Solem quam Primarius; relicto igitur Primario, ad Solem propius accedet: quod etiam à fortiori obtinebit, si Orbitæ circularis centrum sit Soli propinquius quam Primarii centrum. Orbitæ vero centrum ita à Deo O. M. collocatur pro cujusque Primarii distantia à Sole, ut prædicti Annuli (ceu gravis considerati) gravitatis centrum tantum à Sole distet quantum ipsius Primarii centrum, ne alterum ab altero deseratur: Quæ attemperatio in Orbibus Excentricis locum etiam habet, Satellitis morâ

in

in quavis Orbitæ particula ad illius partis gravitatem æſtimandam adhibitâ.

SECTIO IV.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Primarius movetur in Orbe Excentrico circa Solem.

PROPOSITIO XVII.

Tab. XXIX. Fig. 2.

Si ob diminutam & auctam per vices Diſtantiam inter Solem S *& Primarium* T *actio ipſius* S *augeatur ac diminuatur per vices; augebitur ſimul ac diminuetur Orbitæ Satellitis radius* L T, *& Tempus periodicum Satellitis circa Primarium augebitur ac diminuetur in ratione compoſita ex ratione ſeſquiplicata radii & ratione ſubduplicata, qua Primarii* T *Vis attrahens per incrementum vel decrementum actionis Solis diminuitur vel augetur.*

Vis quâ Primarius T trahit Satellitem L (quâ nempe L in Orbe ſuo B C G D retinetur) augetur (ut ſæpe ſuperius oſtenſum eſt) cum L eſt in Quadraturis C vel D per additionem Vis extraneæ à Sole S oriundæ, quæ eſt ut A M; ac dum idem L in Syzygiis verſatur, Vis illa attrahens corporis T diminuitur per ablationem Vis ut M N. Et quia M N recta in Syzygiis (per Prop. IX.) oſtenſa eſt quaſi duplo major quam A M in Quadraturis, per Vires haſce extraneas à Sole oriundas Primarii Vis attrahens magis diminuitur quam augetur; adeoque ſimpliciter pro diminuta eſt cenſenda. Et quoniam Vis attrahens corporis T illa eſt quâ L in Orbe ſuo retinetur, ſi hæc paulatim langueſceret, Satelles L minus ſemper & minus attractus perpetuo recederet longius à

 T; &

Tab. XXIX. Fig. 2.

T; & è contra, ſi Vis illa in Primario augeretur, accederet propius. Auctâ igitur actione corporis Solaris S per acceſſum Primarii T ad illud, augebitur Vis ablatitia, & conſequenter paulatim minuetur Primarii T Vis attrahens, & propterea augebitur Satellitis diſtantia TL; & è contra, diminutâ actione ipſius S per receſſum Primarii T ab eodem, minuetur ſimul MN, rurſuſque augebitur ipſius T Vis attrahens, accedetque rurſus Satelles ad Primarium. Atque hæc per vices contingent: Satellitis nempe Orbita dilatabitur Primario Perihelium occupante, & contrahetur rurſus eodem ad Aphelium redeunte. Porro, Vis in Primario attrahens L in diverſis diſtantiis poſitum, ſive Vis centripeta Satellitis L verſus T, eſt (per Prop. XXVI. Lib. I.) in ratione compoſita ex ratione ſimplici radiorum directe & ratione duplicata Temporis periodici ipſius L circa T inverſe: adeoque ſi radius maneat idem, inverſa ratio duplicata Temporis periodici eadem eſt cum ratione Vis centripetæ Satellitis L; hoc eſt, quadratum Temporis periodici augetur in eadem ratione qua Vis illa centripeta diminuitur, ſive ipſum Tempus periodicum augetur in ſubduplicata ratione qua dicta Vis centripeta diminuitur; & è contra, Tempus periodicum diminuitur in ſubduplicata ratione qua Vis centripeta augetur. Cumque præterea ea ſit lex attractionis in Primario T, ſive Vis centripetæ in Satellite L, ut ſit reciproce ut quadratum radii TL, & Vis extranea ablatitia ſit hujus reſpectu parva admodum; Vis reliqua, quâ L etiamnum verſus T tendit, eſt fere in duplicata ratione radiorum inverſe; adeoque (per Prop. XXVII. Lib. I.) manente eâdem abſolutâ Vi attractrice in T, ſed mutato utcunque radio, Quadrata Temporum periodicorum ſunt ut Cubi radiorum, & ipſa proinde Tempora periodica in ſeſquiplicata ratione radiorum. Igitur ſi neque maneat eadem Vis attractrix in Primario T, ſed per actionem Solis S augeatur hæc & diminuatur per vices

neque

neque idem radius T L, (quem etiam mutari jam ſupra oſtenſum eſt ;) Tempus periodicum augebitur etiam ac diminuetur in ratione compoſita ex binis prioribus rationibus: id eſt, ſi actio Solis s, quâ Vis attractrix Primarii T minuitur, augeatur ac minuatur per vices; & Tempus periodicum augebitur ac diminuetur in ratione compoſita ex ratione ſeſquiplicata radiorum & ratione ſubduplicata qua Vis attractrix corporis T diminuitur vel augetur. Q. E. D.

Tab. XXI Fig. 2.

Scholium.

Si Vis attrahens Satellitem T aliunde quam per Vim extraneam à Sole oriundam augeatur, *v. g.* ſi novæ materiæ acceſſu ipſe Primarius major evadat, & inde (per Prop. XLIX. Lib. I.) ejus attractio in eadem ratione major ; Satelles L & in minori Orbita revolvetur diminuto radio T L, & ejus periodicum Tempus minuetur in ratione compoſita ex ratione ſeſquiplicata radiorum directe, & ratione ſubduplicata Virium attractricium corporis T inverſe ; ut ſupra : Similiterque, ſi Primarius per ablationem materiæ diminuatur, augebitur Satellitis Tempus periodicum. Vis enim compoſita vel reſidua, quâ Primarius auctus vel diminutus trahit Satellitem, eſt præciſe in duplicata ratione diſtantiæ inverſe, quod in caſu Prop. præc. tantum fere obtinet. Idemque reſpectu Primarii continget, quod de Secundario hic oſtenſum eſt, ſi Sol caſu aliquo augeatur vel diminuatur.

PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Iisdem positis, in Satellitis Systemate dilatato vel coarctato Virium perturbantium effectus periodici, sive Satellitis Errores lineares in qualibet revolutione, sunt ut Orbitarum radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim: Errores vero ejusdem angulares, è Primarii centro spectati, sunt ut dicta quadrata Temporum periodicorum.

Tab. XXIX. *Fig.* 3.

NAm Vires perturbantes, sive Errorum productrices, A M, M N (cæteris stantibus) sunt ut radius T L; & harum proinde effectus (sive Errores) periodici (per Corol. Prop. XXIII. Lib. I.) sunt ut Vires & quadrata Temporum periodicorum conjunctim; hoc est, ut radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim. Errores autem hi sunt Errores lineares, mensurati nempe per distantias corporum à figurarum similium locis illis, ad quæ corpora Temporibus iisdem proportionalibus absque Viribus istis pervenirent. Et propterea Errores angulares è centro Primarii T spectati; hoc est, anguli sub quibus prædicti Errores lineares ex dicto centro apparent, sunt in quibuslibet revolutionibus Satellitis L ut quadrata Temporum revolutionum quamproxime; alterâ componentium rationum (nempe ratione radiorum) evanescente, quia Errores lineares ad distantiam radiorum spectantur.

SCHOLIUM.

Licet omnes in Satellitis motu Errores angulares, è Primarii centro spectati, mutatâ Satellitis periodo mutentur, nempe motus Apsidum, regressus Nodorum aliæque tam in longitudine quam in latitudine supra explicatæ deviationes à Viribus extraneis Solis oriundæ; cum tamen in una Satellitis periodo horum Errorum quidam insen-

insensibiles fere sint, & non nisi post plures revolutiones notabiles, aliique ab aliis Erroribus compensentur, adeoque Astronomis minus noti; unus saltem est Error, Prop. I. descriptus, quo Satellitis motus in Orbitæ Quadrantibus ante Syzygias acceleratur, in Quadrantibus vero post illas retardatur, qui singulis revolutionibus aut potius semi-revolutionibus perficitur: in Quadrato enim Solis cessat Error hic, cessante causâ. Error igitur hic, prout ex dicta Prop. I. deducitur, aut potius sicut per Corol. Prop. II. corrigitur, per Prop. hanc XVIII. (aucto aut minuto periodico ejus Tempore) in integra sua periodo augetur vel diminuitur in duplicata ratione temporis inter Quadraturas. Sed tempus inter Quadraturas non à sola periodo pendet, sed majus est aut minus pro Satellitis loco in propria Orbita Apsidi summæ aut imæ viciniori. Tab. XXIX.

PROPOSITIO XIX.

Si Primarius circa longinquum Solem in Orbe Excentrico moveatur, Solis Vires Satellitis motum perturbantes harumque effectus, omnes sc. supra descripti Errores tam in longitudinem quam in latitudinem & altitudinem, sunt reciproce ut Cubi distantiarum Primarii à Sole; hoc est, directe ut Cubi diametrorum apparentium Solis è Primario spectati.

Quoniam Sol ponitur longinquus, distantia inter puncta T & N præ S T evanescit, sive S N, S T æquales sunt. Cumque Orbitæ C B D G Excentricitas (si quam habet) ad T S comparata etiam evanescat, erit S K itidem æqualis S T. Porro, minutâ vel auctâ T S, Orbita C B D G una cum lineis hinc pendentibus T L, M N, A M &c. augentur vel diminuuntur per Prop. præc. Et quidem ob longinquitatem Solis S omnes hæ in eadem proportione augentur vel diminuuntur; hoc est, recta A M Fig. 2.

Tab. XXIX. Fig. 2. (quæ in media ſua quantitate æquatur ipſi T L, quippe Satellite verſus Conjunctionem cum Sole verſante eſt illâ major, verſus Oppoſitionem minor) eſt ad L T ſicut S K ad S T; adeoque Vis ut A M ad Vim ut S K in eadem ratione atque L T ad S T. Similiter, Vis ut M N eſt ad Vim ut S K fere ſicut L T ad S T; hoc eſt, Vires ut M N, A M ſunt quamproxime ſicut Vis ut S K & ratio L T ad S T conjunctim; hoc eſt, ſicut Vis ut S K × $\frac{LT}{ST}$. Cumque Vis acceleratrix ad conſtans corpus Solare ſit (per Prop. XLII. Lib. I.) inverſe ut quadratum diſtantiæ ab illo, hoc eſt, in diſtantia S K ut $\frac{1}{SKq}$; loco Vis ut S K poſito $\frac{1}{SKq}$, erunt Vires ut A M, M N ſicut $\frac{1}{SKq} \times \frac{LT}{ST}$; hoc eſt, ſicut $\frac{LT}{SKq \times ST}$. Sed ſupra oſtenſum eſt S K eſſe in hoc caſu æqualem S T: Unde Vires ut A M, M N ſunt ſicut $\frac{LT}{ST\ cub.}$. Quod ſi L T etiam pro conſtanti & immutata habeatur, erunt Vires perturbantes ut A M, M N; adeoque & harum Virium effectus, Errores nempe omnes (de quibus actum eſt in præcedentibus) ſicut $\frac{1}{ST\ cub.}$, hoc eſt, reciproce ut cubus diſtantiæ Primarii à Sole. Et vulgo notum eſt diametros apparentes Sphæræ datæ magnitudinis eſſe ut diſtantias inverſe: Et igitur dictæ Vires perturbantes, Satellitiſque Errores inde orti, ſunt ut cubi diametrorum apparentium Solis è Primario ſpectati. Q. E. D.

PROPOSITIO XX.

Invenire rationem inter Solis Vires, quibus Satellitis motus perturbatur, & Vim, quâ Satelles in Orbe ſuo circa Primarium retinetur.

In

Tab. XXIX. Fig. 2.

IN præcedentibus oſtenſum eſt quam rationem habeant Solis Vires Satellitis motum perturbantes ad Vim quâ Sol trahit Primarium, ſive quâ Primarius in Orbe ſuo circa Solem retinetur: eſt nempe ea, quam rectæ A M, M N reſpective habent ad S N, ſive A M, M T (coeuntibus punctis N & T) ad S T. Reſtat ut determinetur ratio inter dictas Vires perturbantes & Vim quâ Satelles L retinetur in Orbe ſuo C B D G circa Primarium T. Recta A M in media ſua quantitate æqualis eſt T L; quare Vis mediocris ut A M eſt ad Vim ut S N vel S T, quâ T in Orbe ſuo retinetur, ut T L ad T S: Et (per Prop. XXVI. Lib. I.) Vis, quâ T retinetur in Orbe ſuo E T E, eſt ad Vim, quâ L retinetur in ſuo C B D G, in ratione compoſita ex ratione S T ad T L & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis circa Primarium ad Tempus periodicum Primarii circa Solem. Et igitur, ex æquo, prædicta Vis mediocris ut A M eſt ad Vim, quâ L in Orbe ſuo retinetur, in ratione compoſita ex rationibus T L ad T S, S T ad T L & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis circa Primarium ad Tempus periodicum Primarii circa Solem; hoc eſt, (duabus prioribus rationibus ſe mutuo perimentibus,) Vis mediocris ut A M ad Vim, quâ L in Orbe ſuo circa T retinetur, eſt in prædicta ratione duplicata Temporum periodicorum. Quod ſi inveſtigetur ratio inter M N & A M, invenietur ratio utriuſque Vis perturbantis A M & M N ad Vim quâ L in Orbe ſuo retinetur. Immo licebit Vim A M non in mediocri ſua quantitate, ſed exactiſſime pro vario Satellitis L ſitu invenire, & inde rationem inter Vires perturbantes & Vim, quâ L in Orbe ſuo retinetur, exactiſſime determinare.

COROLLARIUM.

Si Sol ponatur longinquus, ut fit Planetis circum-ſolaribus, iis ſaltem qui Satellitio gaudent; A M erit ſem-

per æqualis T L existentibus tum rectis M T, A L parallelis; & M N sive M T æqualis A L. Quoniam vero S A est ad S K in duplicata ratione S K ad S L, & S L infinita respectu K L; erit A K (differentia ipsarum A S & S K) dupla K L (differentiæ ipsarum S K & S L) & A L ejusdem tripla: Sed K L est sinus rectus arcûs C L, distantiæ nempe Satellitis à proxima Quadratura C, posito T L radio. In hoc igitur casu datur perpetuo ratio Vis A M ad Vim M N, eadem nempe quæ radii ad triplum sinum rectum Distantiæ Satellitis à Quadratura.

SCHOLIUM.

Eodem plane modo quo Sol extra Satellitis Orbitam constitutus ejus motum perturbat, idque multifariam, ut ex præcedentibus hujus Libri Propositionibus liquet; Planetæ superiores inferiorum, Cometæ omnium Planetarum motus perturbabunt. Supra descripta enim Satellitum perturbatio à Sole oriunda provenit ex gravitate Satellitis cujusque versus Solem, qua (inter alia) fit ut Satellitis gravitas versus suum Primarium non sit amplius in reciproca duplicata ratione distantiæ ab eodem. Et actiones Planetarum in alios Planetas similes producent effectus, utut longe minores, propter illorum corpora parva, si cum Sole conferantur, & distantias immensas. Aliqui tamen erunt hi effectus, qui, si perstent, & in eandem semper plagam dirigantur, sensibiles tandem evadent: exempli gratiâ, Orbitæ Telluris Apsides post plures annos sensibiliter in consequentia latæ deprehendentur, licet admodum parvus sit hic motus, si conferatur cum motu Apsidum Lunæ in consequentia; quippe qui in viginti annis quatuor scrupula prima & scrupuli semissem non attingit, cum motus Apsidum Lunæ interim factus duas revolutiones integras & revolutionis quadrantem excedat.

Porro, perturbatio motûs Planetarum ab aliis Planetis & Cometis oriunda valde inæqualis erit, ob distantias corpo-

corporum perturbantium admodum inæquales. Cum tamen effectus omnis ejus perturbationis parvi ſint, eorum inæqualitates quaſi inſenſibiles evadent ; & media cujuſque quantitas ad calculum Aſtronomicum ſufficiet.

SECTIO V.

De Motu Lunæ è Terra spectatæ.

IN præcedentibus Propoſitionibus fuſe oſtenſum eſt ; quinam ſint Errores quos in Planetarum ſecundariorum motu Sol producit : In quorum omnium exemplum Lunam Telluris Satellitem afferemus , & ſummatim oſtendemus quibuſnam Inæqualitatibus afficiatur hæc, quomodo obſerventur & earum aliæ ab aliis diſtinguantur, item quomodo ex ipſis fontibus, nempe Solis Viribus illarum generatricibus, per calculum inveniantur : Et denique pro Motibus Lunaribus Tabulas condendi iiſdemque utendi methodum indicabimus, ubi obiter apparebit quas Lunæ Inæqualitates conſideraverint hucuſque Tabularum Conditores, quaſque neglexerint.

PROPOSITIO XXI.

Lunæ Motum ejuſque Inæqualitates hactenus obſervatas ; vel diſtinctas, vel cum aliis mixtas, ex ſuperioribus conſequentes deſcribere & explicare.

QUod Tellus corpus magnum & Planeta primarius ; interea dum circa Solem fertur, poſſit Lunæ corpus minus circum ſe revolvens ſub Satellitis forma deferre in Orbe, cujus planum utcunque inclinatur ad planum Eclipticæ in quo Tellus circa Solem defertur ; quodque Luna in Ellipſi umbilicum in Terræ centro habente quamproxime poſſit revolvi ; patet ex Prop. LIX. Lib. I. ejuſque Corollariis : Atque hæc ſunt phænomena evidentiſſima omnium oculis expoſita : hinc enim & Lunæ

Phaſes & Luminarium Eclipſes Propp. XVI, XVIII & XIX. Lib. I. explicantur. Actione autem Solis Lunæ Motus varie perturbabitur, iiſque afficietur inæqualitatibus quas aſſiduus & accuratior obſervatio detexit, quarum tamen effectus, ſi cum prioribus illis conferantur, evaneſcunt fere; unde fit quod in ſupra citatis Propoſitionibus Satellitis motus circa Primarium ſimilis quamproxime ſtatuitur motui Primarii circa Solem, cum accuratius obſervatus in ſingulis paululum differat.

Etenim primo, abſque Solis actione Luna circa Tellurem ita moveretur, ut radio ad Terram ducto areas deſcriberet temporibus proportionales: Per dictam vero actionem fit (per Prop. I.) ut deſcribat aream pro tempore majorem (hoc eſt, velocius feratur) in Syzygiis cum Sole quam in ejus Quadrato. Atque Error hic etiam mutatur, & quidem in qualibet ejus periodo in duplicata ratione temporis inter Quadraturas, per Schol. Prop. XVIII.

Secundo, ſi Solis actio non perturbaret Lunæ motum, Luna Ellipſin deſcriberet umbilicum in Terræ centro habentem: nunc vero per Prop. II. patet Lunæ Orbitam fore (cæteris paribus) minus curvam in Syzygiis, curviorem in Quadraturis; adeoque propius accedere ad Terram in illis quam in his.

Tertio, Luna circa Terram Ellipſin immotam perpetuo deſcriberet, ſi Sol eam non perturbaret: nunc vero ex illius perturbatione fit ut Orbita hæc ab Ellipſi longiſſime recedat, nec niſi per Aſtronomorum ſolertiam ad hanc reduci queat. Ejus enim Orbita eſt Curva, quæ generatur quidem ex Ellipſi circa immotum umbilicum ſive Terræ centrum mota, majore interim ejus axe motu angulari nunc prorſum nunc retrorſum oſcillante; ut ex Prop. VIII. patet. Illa autem Curva immota AEGH (fig. Prop. III.) revera eſt Lunæ Orbita, quæ non magis eſt Ellipſis cenſenda; quam Helix eſt linea recta,

quo-

quoniam generatur ex puncto in recta moto dum ipsa recta motu angulari circumfertur. Si tamen Astronomis veteribus morem (uti decet) gerentes Ellipsin pro Planetæ Orbita habeamus, ejus Linea Apsidum (per Prop. VIII.) bis in qualibet Lunatione progreditur, cum nempe Luna est in Syzygiis, & bis regreditur, cum Luna tenet Quadraturas ; progressusque hic (per Prop. XI.) regressum superat dum Lunæ Apogæum & Perigæum Syzygias tenent, at regressus vicissim progressum dum illa in Quadraturis versantur. Simpliciter ergo in priori casu (si integram Lunæ revolutionem spectes) progreditur Apogæum ; simpliciter regreditur in posteriori : Cumque prior casus diutius duret, in integra revolutione Apsidum circa Solem progrediuntur simpliciter.

Quarto, si nulla foret Solis actio in Lunæ motibus perturbandis, eadem perpetuo Ellipsis circa Terram à Luna describeretur : nunc autem fit ut hæc perpetuo mutetur specie; Orbitæ enim Excentricitas indies mutatur, & (per Prop. XII.) in qualibet revolutione fit maxima dum Luna in Syzygiis versatur, minima dum hæc Quadraturas tenet; & in pluribus hujusmodi Lunæ revolutionibus inter se comparatis, maxima est Excentricitas Orbitæ (per Prop. XIII.) cum Apsides Lunæ Syzygias tenent, minima cum Quadraturas. Quod si Lunæ Apogæum & Perigæum Syzygias teneant & simul Luna in Apogæo versetur, hoc est, si Excentricitas sit omnium maxima ; Luna in Syzygiis & remotissima simulque tardissima fiet, contra supradicta ad paragr. 2 & 3. hujus Prop. Verum cum in istis ab Excentricitate abstraheremus, & ibi dicta cæteris paribus obtinere tantum assertum sit, hisce nullo modo contraria sunt. Sed neque in hoc etiam casu tam lente Luna movetur, nec tanta est Orbitæ Excentricitas quanta foret, si Errores in citatis paragraphis explicatæ prorsus abessent.

Quinto, si Sol non perturbaret Lunæ motum, hæc

Orbitam

Orbitam circa Terram deſcriberet in plano immoto conſiſtentem, ſicut Primarius quilibet circa Solem; quam eſſe præcipuam ſemitæ projecti proprietatem ex Lib. I. Prop. XI. conſtat: à Sole autem fit quod plani hujus poſitio varie mutetur, vel per mutatam ejus communem ſectionem cum Eclipticæ plano, hoc eſt, Nodorum Lineam, vel mutatam ejuſdem Inclinationem ad planum Eclipticæ fixum. Et per Prop. XIV. in una Lunæ revolutione circa Terram Nodi regrediuntur celerrime cum Luna Syzygias tenet, tardiſſime cum Quadraturas; in pluribus vero inter ſe comparatis, regreſſus Nodorum celerrimus eſt cum hi in Quadrato Solis verſantur, tardiſſimus (quia nullus) cum Syzygias tenent.

Sexto, ipſa etiam plani Orbis Lunaris Inclinatio ad Eclipticæ planum mutatur. Hæc quippe Inclinatio per Prop. XV. eſt, in eadem Lunæ revolutione, minima cum Luna eſt in Syzygiis, maxima cum in Quadraturis; in diverſis autem inter ſe comparatis, minima eſt cum Nodi Quadraturas tenent, maxima è contra cum hi Syzygias occupant.

Septimo, omnes ſupra deſcripti Errores ab actione Solis oriundi quolibet tempore minimo producti, hoc eſt, velocitates ſeu motus horarii Apogæi, Nodorum &c. Lunæ mutantur pro mutata Telluris diſtantia à Sole Errorum cauſa, idque (per Prop. XIX.) in triplicata ratione diſtantiæ Telluris à Sole inverſe, ſive in triplicata ratione diametri apparentis Solis è Terra ſpectati.

Octavo, ipſum etiam Lunæ Tempus periodicum mutatur, mutatâ diſtantiâ Telluris à Sole: eſt namque hoc minimum (per Prop. XVII.) Terrâ Aphelium tenente; maximum cum Terra eſt in Perihelio. Adeoque præter omnes inæqualitates ſupra recenſitas in Lunæ motu, quæ iſtis temporibus incidunt, ipſe motus Lunæ medius velocior eſt cum Terra eſt in Aphelio quam cum in Perihelio, & proportionaliter tardior vel velocior prout Terra huic vel illi propior fuerit. Aliæ

Aliæ quædam forsan sunt nondum observatæ (saltem ab aliis nondum distinctæ) Lunæ inæqualitates, quibus ejus motus adeo perturbatur, ut nullo pacto ad regulam certam hactenus reduci potuerit; istæ *v. g.* de quibus Schol. Prop. XVIII. &c. Post hasce vero satis cognitas reliquæ facilius observabuntur, earumque causæ ex principiis prius positis deducentur.

PROPOSITIO XXII.

Distantiam Lunæ à centro Terræ per unicam Eclipsin Lunarem (sine ulla prævia observatione Lunæ) invenire.

DIstantiæ Lunæ à Terra investigatio vulgaris (methodis Lib. I. & III. traditis inædificata) Lunæ Theoriam saltem aliqualem supponit, cum vicissim hæc ab illa pendeat, nec sine illa obtineri possit; sicut notat *Ptolemæus Cap.* XI. *Lib.* V. *Almagesti.* Ille per observationem Lunæ in Vertice & simul maximam Latitudinem habentis rem expedit. Hujusmodi Observatio paucarum est habitationum, certe non nostræ. Liceat igitur ad Geometriam recurrere, numque hæc opem ferre posset tentare; & Lunæ Parallaxin absque ulla prævia vel Theoria vel Observatione Lunari invenire.

Momento quo Cornua Lunæ (in hujus immersione in Telluris Umbram, aut emersione ex eadem) sunt circulo Æquinoctiali parallela, observentur Lunæ Altitudo apparens & (ope vicinarum Fixarum) illius Ascensio recta & Declinatio etiam apparentes. Dicta autem Lunæ deficientis Phasis optime distinguitur, si collimando Cornua reperiantur in recta perpendiculari ad Scioterici Gnomonem, Axi conversionis diurnæ parallelum, Æquatorem referente; in quo casu palam est Lunam & Telluris Umbram eandem habere Ascensionem rectam. In annexo schemate referat circulus ZPHO Meridianum, in quo P Polus, Z Zenith. Sit EQ Æquator, in quo principium

Tab. XXIX. *Fig.* 4.

Tab. XXIX. Fig. 4. cipium numerationis Aſcenſionis rectæ ſit ♈; ſitque H O habitationis Horizon, & A Lunæ locus apparens, V verus tempore Obſervationis; quæ loca in eodem erunt verticali circulo, quoniam Parallaxis Phænomenon deprimit tantum. Per A & V traducti intelligantur Declinationum circuli P A B, P V D Æquatori in B & D occurrentes. Ex dato Solis loco dabitur ejus Aſcenſio recta, & conſequenter Aſcenſio recta puncti huic oppoſiti, nempe centri Umbræ; hoc eſt, ♈ D: Dabitur igitur Aſcenſionis veræ ♈ D & apparentis ♈ B differentia B D, ſive (quem arcus hic menſurat) angulus B P D. In triangulo ſphærico A P Z dantur tria latera; nempe P Z complementum Altitudinis Poli, Z A complementum obſervatæ Altitudinis apparentis Lunæ, & A P complementum obſervatæ Declinationis Lunæ apparentis; dabitur ergo Z A P angulus. Rurſus, in triangulo V A P dantur duo anguli modo inventi V A P & V P A, cum latere intercepto A P; invenietur igitur latus A V, Lunæ Parallaxis; quâ datâ, invenietur per Prop. XLVI. Lib. II. quæſita Lunæ Diſtantia à centro Terræ.

PROPOSITIO XXIII.

Lunæ Diſtantiam à centro Terræ, dato tempore, per obſervationem determinare.

Fig. 5. DEſignet O R Terram, cujus centrum T; O locum Obſervatoris: Sitque L Luna in priore obſervatione, quando ipſius diſtantiæ tam à Terræ centro quam ab Obſervatoris oculo (nempe rectæ T L, O L) per præcedentem determinatæ ſunt; & immediate ante vel poſt Defectum Lunæ iſtum quo obſervatio dicta facta fuit, obſervetur Lunæ in L diameter apparens. Sit jam Luna in alio quovis Orbitæ ſuæ loco, ut ad *l*: quæritur T *l* ejus Diſtantia à Telluris centro. Obſervetur Lunæ in *l* diameter apparens; eſtque (ut vulgo notum) O *l* ad O L

ut apparens diameter Lunæ in L ad ejuſdem diametrum apparentem dum eſt in *l*; hoc eſt, in ratione data; datur ergo ipſa O *l*: Sed per Altitudinem apparentem Lunæ in *l* datur angulus *l* O T; in triangulo igitur *l* O T datis lateribus O *l*, O T cum angulo *l* O T, invenietur T *l* Diſtantia Lunæ à Terræ centro. Q. E. F.

Tab. XXIX. Fig. 5.

Non eſt opus ut diametri apparentes in circuli partibus præciſe exprimantur; ſufficit ſi harum ratio ad invicem obſervatione innoteſcat: Nam arcus hi aut anguli non comparantur cum aliis angulis aut arcubus per circuli partes expreſſis, ſed tantum inter ſe; horum enim ratio inverſa eſt ratio Diſtantiarum Lunæ ab oculo temporibus obſervationum. Satis igitur eſt ſi illæ Micrometro Teleſcopio aptato obſerventur, & filorum Diſtantiæ, in æquales partes diviſæ & per illarum numerum expreſſæ, notentur.

PROPOSITIO XXIV.

Lunæ Inæqualitates & Errores per obſervationem determinare & inter ſe diſtinguere.

LUnæ loca apparentia determinantur ope vicinarum Fixarum, quarum loca prius exacte per Prop. XXIX. Lib. II. cognita habentur; & loca vera ex apparentibus per Prop. LXVIII. ejuſdem: Diſtantia autem à Terræ centro tempore quovis per præcedentem eſt nota: Omnia ergo quæ Lunæ Motum attinent, nota ſunt.

Inæqualitates in Motu Lunari Prop. XXI. recenſitæ, cum jam notum ſit & quales ſint qualeſque expectare licet, ex pluribus hujuſmodi Obſervationibus, continuo & per plures annos factis, inter ſe collatis pateſcent, harumque quantitates determinabuntur: *ex. gr.* hoc modo determinabitur, num (cæteris paribus) Luna velocius moveatur in Syzygiis cum Sole quam in Quadraturis; num longius à Terra diſtet hic quam illic; num Lunæ

Motus medius ſit velocior in Telluris Aphelio quam in Perihelio &c. Aliquibus ſemel determinatis (iis nempe quæ à Syzygiis cum Sole pendent, & menſe Synodico ſemel aut forte bis deſinunt rurſuſque incipiunt) reliquæ facilius à ſe invicem diſtinguuntur, quæ vel à Telluris motu Annuo, vel à revolutione Apſidum & Nodorum Lunæ ad Solem pendent. Hiſce à ſe invicem ſeparatis, relinquitur Lunæ Inæqualitas, de qua generatim actum eſt Schol. Prop. XVI, cujus quantitas ex ejus periodo cognita per Obſervationes colligetur. Et tandem apparebit, comparando Periodum Lunarem hodie obſervatam cum illa ante plura ſæcula per obſervationes cognita, num Telluris Globus temporis decurſu auctus ſit (quod ſuſpicor) vel diminutus, & de incremento vel decremento interea facto per Schol. Prop. XVII. ſtatuetur geometrice. Quod ſi aliæ hactenus inobſervatæ Inæqualitates Lunæ Motum afficiant, prædictis demptis apparebunt illæ, inque lucem protractæ Aſtronomiam augebunt, Lunæ Theoriam perficiendo.

PROPOSITIO XXV.

Invenire Solis Vires ad perturbandos Motus Lunæ, ſive rationem determinare inter Vires haſce perturbantes & Gravitatis Vim nobis familiarem.

Tab. XXIX. Fig. 2.

IIſdem poſitis, Vires Solis perturbantes Lunæ motum repræſentantur per rectas AM, MN, & ob longinquitatem Solis recta MN non differt ab MT, eſtque tripla ſinûs recti arcûs CL diſtantiæ Lunæ à Quadratura, poſito TL radio; & AM æqualis eſt LT, ut Corol. Prop. XX. eſt oſtenſum. Similes etiam Vires, at minores, perturbant Motum Telluris, quia non ipſum Telluris centrum Orbem magnum circa Solem deſcribit, ſed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ, ut Prop. LXIII. Lib. I. oſtenſum eſt; adeo ut Terra & Luna ſint quaſi

Satellites

Satellites circa dictum gravitatis centrum revoluti. Sed Vires utrasque ad Lunam referimus, propter demonstrata ad Prop. L & LI. Lib. I. Porro, per Prop. XX. Vis Solis Lunam perturbans, quæ est ut A M, est ad Vim, quâ Luna in Orbe suo retinetur, in duplicata ratione Temporis periodici Lunæ circa Terram ad Tempus periodicum Terræ circa Solem: Et Vis, quâ Luna in Orbe circa Terram immotam revolveretur ad Distantiam quâ nunc à Terra distat, (quæ per Prop. LI. Lib. I. æqualis est Vi, quâ nunc in Orbe suo retinetur circa prædictum gravitatis centrum,) est (per Corol. I. Prop. XXVI. Lib. I.) ad Vim, quâ eodem tempore circa Terram revolvi posset ad Distantiam quâ Luna à dicto gravitatis centro distat, ut Distantia Lunæ à Terra ad Distantiam Lunæ ab isto gravitatis centro; nam Lunæ & Terræ Tempora periodica circa eorum commune centrum gravitatis sunt eadem: Et Vis prædicta, quâ Luna retineretur in Orbe suo circa Terram immotam ad Distantiam Lunæ à communi isto gravitatis centro, est ad Vim quam Gravitatem dicimus (quæ eadem quidem est Vis, sed ad minorem à centro distantiam, nempe ad Terræ tantum superficiem propagata) in duplicata ratione Semidiametri Terræ ad prædictam Distantiam Lunæ à communi centro gravitatis Lunæ & Terræ: Et igitur, Vis Solis ut A M est ad Vim Gravitatis in Terræ superficie in ratione composita ex hisce tribus rationibus; nempe ex duplicata ratione Temporis periodici Lunæ circa Terram ad Tempus periodicum Terræ circa Solem, ex ratione Distantiæ Lunæ à Terra ad Distantiam Lunæ à communi centro gravitatis Lunæ & Terræ, & ex ratione duplicata Semidiametri Terræ ad Distantiam Lunæ à communi centro gravitatis Terræ & Lunæ. Dantur autem rationes tres componentes; ergo datur & ex hisce composita ratio inter Vim Solis ut A M & Gravitatis Vim. Sed & alterius Vis perturbantis M N aut M T ratio ad A M aut L T no-

Tab. XXIX. Fig. 2.

ta eſt, eadem nempe quæ tripli ſinûs arcûs C L Diſtantiæ Lunæ à Quadratura ad radium: Inventa igitur eſt ratio utriuſque Vis Solaris perturbantis Lunæ Motum ad Gravitatis Vim nobis familiarem.

Poterit abſque ſenſibili errore media Vis componens negligi, quippe ad rationem æqualitatis proxime accedens: Unde multo ſimplicior evadit ſolutio.

SECTIO VI.

De Tabulis Lunaribus & earum Usu.

PROPOSITIO XXVI.

Tabularum Lunarium, ad Lunæ locum è centro Terræ viſum expedite inveniendum deſtinatarum, Ordinem exponere.

PRimo omnium conſtituitur Epocha ſeu Radix Motûs Lunæ; hoc eſt, (ut ſuperius Lib. III. explicatum,) aſſumpto puncto notabili Temporis medii numerati in Loco ad quem Tabulæ deſtinantur, è regione apponuntur mediæ Longitudines Lunæ, ejuſdem Apogæi & Nodi aſcendentis dicto Tempori competentes. Similiterque, ad Lunæ Aſpectus cum Sole prompte inveniendos conſtituitur Radix Motûs medii Lunæ à Sole; hoc eſt, adſcribitur congrua dictæ Epochæ Diſtantia media Lunæ à Sole.

Secundo, Motus medii ipſius Lunæ, ejuſdem Apogæi & Nodi, pro Annis, horum decadibus, centenariis &c; item pro Menſibus, Diebus, Horis & Horæ partibus in Tabulas diſponuntur. Pariterque Motus medii Lunæ à Sole pro ſimiliter expanſis & collectis Annis, Menſibus, Diebus &c. in Tabulas diſponuntur; qui facile inveniuntur ſubducendo Motum Solis medium ex Motu medio Lunæ eidem tempori congruo.

Tertio, ponitur Correctio Motûs medii Lunæ pro Diſtantia

Diſtantia Terræ à Sole. Nam Lunæ Motus medius ex præcedenti Tabula collectus in laxiore ſenſu medius eſt, eidem in plurium Annorum curriculo competens. At per Prop. XVII. Lunæ Tempus periodicum brevius eſt Terrâ Aphelium tenente; hâc autem inde diſcedente, Lunæ Tempus periodicum augetur, donec maximum fiat Tellure ad Perihelium perventâ. Locus igitur illius medius ſupra inventus corrigendus eſt additione vel ſubtractione cujuſdam arcûs aut anguli pendentis ab Anomalia Telluris media: Locus tamen Lunæ ſic correctus medius adhuc manet. Tabula hæc Correctionis Motûs Lunæ medii à Terræ Anomalia pendentis conſtituitur ope Propp. XVII, XX & XXV.

Quarto, Correctiones (in phraſi Aſtronomica *Æquationes*) Loci medii Apogæi Lunaris. Atque hæ Æquationes ſunt tres: Prima pendet ab Aſpectu Apogæi & Solis; Prop. enim XI. oſtenſum eſt quod Apogæum progreditur dum eſt in Syzygiis, & regreditur dum eſt in Quadraturis cum Sole; Loco igitur Apogæi medio addenda vel ſubducenda eſt Æquatio hæc pendens à ſitu Apogæi reſpectu Solis: Hujus Æquationis quantitas proportionalis eſt quantitati Virium productricium per Propp. XI, XX & XXV. determinandæ. Secunda Apogæi Lunaris Æquatio menſtrua eſt, pendetque ab Aſpectu Solis & Lunæ. Nam licet prope Conjunctionem aut Oppoſitionem Apogæi Lunæ cum Sole, Apogæum progrediatur in integra Lunatione, tamen iſte progreſſus Apogæi non eſt æquabilis, ſed Lunâ in Quadris verſante tardius progreditur, vel forſan etiam regreditur; in Syzygiis verſante Lunâ, ejus Apogæum progreditur multo celerius. Et ſimiliter, licet prope Quadraturam Apogæi Lunæ cum Sole, Apogæum Lunare regrediatur ſi integram Lunationem ſpectes, tamen non regreditur æquabiliter, ſed Luna in Syzygiis facit illud aut progredi aut ſaltem regredi tardius. Hæc patent ex Prop. X; unde Locus Apogæi

Lunæ,

Lunæ, primo (per Correctionem præc.) æquatus, etiam per Æquationem hanc Menstruam secundo corrigendus est. Æquationis hujus quantitas pro diversis Lunæ ad Solem Aspectibus colligenda est ex Propp. VIII, XX & XXV. Sed & tertiâ opus est Æquatione ad Apogæi Locum plene rectificandum: Apogæi enim Motus, sive progressivus sive regressivus, major est vel minor pro minore aut majore Distantia Terræ à Sole; estque ejus velocitas (per Prop. XIX.) in triplicata ratione Diametri apparentis Solis: Adeoque hæc ab Anomalia Terræ media pendet, sicut Motûs medii correctio, de qua supra. Ejus quantitas pro Anomaliæ gradu ope Propp. XIX, XX & XXV. elicitur.

Quinto, Orbitæ Lunaris Excentricitas perpetuæ mutationi obnoxia est, & mutationis hujus eadem sunt Tempora quæ motûs progressivi & regressivi Apogæi. Quippe (per Prop. XIII.) si integram Lunationem cum integra Lunatione conferas, Excentricitas maxima est cum Apsides sunt in Syzygiis, minima cum illæ sunt in Quadris. Et in una Lunatione (per Prop. XII.) maxima est cum Luna Syzygias tenet, minima cum hæc in Quadris versatur: *ex. gr.* Mense quo Apsides Syzygias tenent, Excentricitas minuitur, cum ipsa Luna ad Quadram pervenit, quando minima est omnium in ista Lunatione. Similiterque, Apogæo in Quadratura cum Sole versante, Excentricitas hactenus parva minuitur, dum Luna à Syzygiis ad Quadraturas pervenit. Excentricitates igitur Orbitæ Aspectui Apogæi Lunaris congruæ in Tabulas disponuntur, & quidem commode inseruntur è regione Æquationum ipsius Apogæi ab eodem Aspectu pendentium, eandemque quasi cum illis Tabulam constituunt. Porro, Excentricitates hæ rursus corrigendæ sunt per Æquationem Menstruam pendentem à Distantia Lunæ à Syzygiis: Nam Lunâ in Syzygiis versante (cæteris paribus) Excentricitas maxima est. Sed & Excentricitas sic æquata rursus ex Propp.

Propp. XVIII. & XIX. corrigenda est pro aucta aut minuta Distantia Terræ à Sole; Æquatioque hæc ab Anomalia Terræ pendet: Hæ autem tres Tabulæ ex respectivis Propositionibus supra-citatis cum XX & XXV. supputantur. Cumque eosdem terminos eademque Tempora habeant prædictæ Excentricitatis mutationes cum Apogæi Motibus prædictis, duæ ultimæ hujus Æquationes, Menstrua nempe & Annua, commode etiam in eandem Tabulam coalescent cum duabus ultimis Æquationibus illius. Correctiones hæ optime & commodissime fiunt additione aut subtractione particularum in Tabula dispositarum pro varia Lunæ Distantia à Syzygiis Solis, aut varia Telluris Distantia ab Aphelio; hoc est, sub iisdem titulis quibus Correctiones Apogæi Menstrua & Annua prius dispositæ fuerant.

Sexto, adjungitur *Tabula Æquationum Orbitæ* dicta; quâ, ex dato Tempore quo Luna Apogæum tenebat, invenitur angulus quo Luna ex Terra spectata ab Apogæo distat. Cum enim Luna in sua elliptica Orbita temporaria eodem modo circa Terram in Ellipseos foco positam moveatur, quo Primarius quivis circa Solem; hoc est, radio ad Terram ducto describat aream tempori proportionalem; (saltem ab omni alia inæqualitate nunc abstrahimus, ipsarum rationem in aliis Tabulis ad Lunæ Motum æquandum habentes;) datâ Orbitâ Locus ejus verus è Terra spectatus eodem modo ad datum Tempus elicitur, quo Primarii Locus è Sole spectatus: hoc est, datâ Excentricitate sive ratione distantiæ focorum ad axem majorem, ex data Anomalia Lunæ media (quæ in area tempori proportionali consistit) Anomalia coæquata eodem modo calculo elicitur hic quo illic; nempe ope Prop. III. Lib. III; vel, si approximatione uti libeat, Prop. aliqua ex insequentibus in Lib. III. adhibenda est. *Wardi* approximatio sufficit, in quo casu Æquatio Orbitæ sive Æquatio Excentrici (quæ &

Æquatio centri Lunæ quandoque dicitur) per Prop. VI. Lib. III. pro gradu Anomaliæ Lunæ mediæ invenitur, & inventæ Æquationes pro ſingulis gradibus in Tabulas diſponuntur, addendæ vel ſubtrahendæ pro Orbitæ ſemiſſe ab Apogæo ad Perigæum, vel à Perigæo ad Apogæum. Quoniam vero Orbitæ Lunaris Excentricitas perpetuo mutatur, & pro qualibet Excentricitate Tabulam conſtruere impoſſibile foret ; ideo communiter Artifices hujuſmodi Æquationum Tabulas conſtruunt ad ſingulos Anomaliæ mediæ gradus pro maxima & minima Excentricitate Orbis, quandoque etiam pro media ; & Æquationem ſumunt ſimiliter proportionalem inter Æquationem majorem & minorem, atque Excentricitas Lunari Orbitæ competens eſt inter Excentricitatem maximam & minimam.

Septimo, ſubnectenda eſt Tabula indicans Inæqualitatem Lunæ illam, quam omni Satelliti competere oſtenſum eſt Prop. I. pro varia Lunæ Diſtantia à Syzygiis. Lunæ enim Motus in primo Menſis quadrante (ſive pergente Lunâ à Conjunctione ad Quadraturam proximam) retardatur, in ſecundo acceleratur, in tertio retardatur rurſus, & in quarto iterum acceleratur. Hanc Inæqualitatem in Lunæ motu primus deprehendit *Tycho*, & vocabulo ſatis apto *Variationem* dixit. At Variationis Tabula condenda eſt ex dictis in Corol. 2. Prop. II. pro Lunæ Orbita latiore inter Quadraturas, conſtrictiore ſive anguſtiore inter Syzygias, quam veram eſſe Lunæ ſemitam oſtenſum eſt Prop. II. ejuſque Corol. I. Variationis hujus quantitas maxima ex Prop. XX & XXV. elicitur, & quantitas cuique Diſtantiæ Lunæ à Syzygiis competens ex Prop. I & II. hujuſque Coroll. Cæterum Variatio rurſus corrigenda eſt ope Tabulæ per Propp. XVIII & XIX. conſtructæ: Terrâ enim Perihelium tenente, Lunæ Tempus periodicum augetur, atque inter alios Errores auctos ipſa hæc (de qua nunc agimus) Variatio in qualibet revolutione augetur in ratione duplicata

plicata Temporis inter Lunæ Quadraturas, per Schol. Prop. XVIII. Hæc Correctio à Terræ Anomalia media pendet, ut & alia quâ augetur Variatio aut diminuitur in triplicata ratione Diametri apparentis Solis è Terra spectati.

Octavo, Nodorum Lunæ Æquationes tres in Tabulas sunt disponendæ. Harum prima pendet ab Aspectu Nodorum cum Sole: Nam per Prop. XIV. Nodi in Syzygiis quiescunt penitus; dum vero hæ prope Quadratum Solis hærent, velocissime in antecedentia feruntur; atque hoc si Lunationem integram cum alia integra conferas. Nam si unicam per se spectes, Nodi celerius regrediuntur (per Prop. XIV.) cum Luna Syzygias tenet: Atque hinc Nodorum Æquatio Menstrua est necessaria, quæ ab Aspectu Solis & Lunæ pendet. Æquatio tertia Annua est; Nodi enim (cæteris paribus) eo velocius regrediuntur quo Tellus Perihelio est propior, per Prop. XIX. Harum Æquationum quantitates (tum maximæ, tum cuilibet Aspectui Nodorum vel Lunæ ad Solem, & Anomaliæ Terræ congruæ) determinantur per Propp. XX & XXV. una cum XIV & XIX.

Nono, similibus Correctionibus opus est ad æquandam Inclinationem Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ: Hæc enim (per Prop. XV.) minima est cum Nodi sunt in Quadraturis cum Sole, maxima cum Syzygias tenent; & in eadem Lunatione minima cum Luna est in Syzygiis, maxima cum in Quadris. Hæ igitur, cum eadem habeant Tempora cum Nodorum Æquationibus (de quibus hactenus) quoad Aspectum tum Nodorum tum Lunæ cum Sole, commode in eandem coalescunt Tabulam. Et Inclinationis planorum Correctio commode fit per particulas Inclinationi minimæ addendas (ut prius de Excentricitate corrigenda) varias pro dictis Aspectibus Nodorum & Lunæ ad Solem, (vel, in Artificum phrasi, pro Distantiis Nodorum & Lunæ à

 Sole,)

Sole,) vel fortaſſe aptius per particulas ab Inclinatione maxima ſubducendas: hæc enim Orbitæ Lunari naturalis videtur, quippe quæ illi competeret ſi Sol non perturbaret ejus motum. Sed & Inclinatio hæc Correctione Annuâ æquanda eſt, quæ proinde à Diſtantia Terræ à Sole ſeu Terræ Anomalia pendet, quæque in unam cum Nodorum Æquatione Annua coaleſcet Tabulam. Harum trium Æquationum quantitates maximæ & cuique Aſpectui ſive Diſtantiæ reſpective congruæ eliciuntur ex Propp. XV, XVIII, XIX, XX & XXV.

Decimo, Tabella eſt adhibenda quæ præcedentium omnium Menſtruarum Correctionum, ſive incrementorum & decrementorum, in Syzygiis factorum proportionem in Conjunctione & Oppoſitione cum Sole oſtendat. Nam (per Prop. XVI.) effectus omnes in Luminarium Syzygiis contingentes majores ſunt in Conjunctione, minores in Oppoſitione. Proportio ex Virium generatricium ratione ex præcedentibus elicitur.

Undecimo, adjungitur Tabula Latitudinis Lunæ pro ſingulis gradibus Diſtantiæ ejuſdem à Nodo. Hujus conſtructio Doctrinæ Sphæricæ ſoli innititur. In triangulo enim ſphærico rectangulo præter rectum datur hypothenuſa, nempe Lunæ Diſtantia à Nodo, & angulus ad Nodum, nempe Inclinatio plani Orbis Lunæ ad Eclipticæ planum, (quæ & *Inclinatio Limitum* vocatur;) invenietur ergo latus huic angulo oppoſitum, nempe quæſita Latitudo Lunæ pro prædicta à Nodo Diſtantia. Quoniam vero Inclinatio plani Orbis Lunæ ad Eclipticæ planum diverſis temporibus varia eſt, ideo communiter Tabula unica Latitudinis Lunæ ad minimam dictorum planorum Inclinationem conſtruitur, adjunctis particulis ad Latitudinem adjiciendis cum dicta Inclinatio eſt maxima. In Inclinationibus mediis, adjunctæ particulæ pars adjicienda eſt, quæ ad totam ſe habeat ut exceſſus Inclinationis datæ ſupra minimam ad exceſſum maximæ ſupra minimam;

nimam; ut in casibus similibus fieri solet.

Duodecimo, subnectitur etiam Tabula ostendens Lunæ Locum ad Eclipticam reductum pro singulis gradibus Distantiæ Lunæ à Nodo. Hujus constructio etiam à Sphæricis pendet. In eodem enim triangulo, in quo prius Latitudo inventa est, latus tertium, sive distantia inter Nodum punctumque ubi Latitudinis circulus per Locum Lunæ transiens Eclipticam intersecat, est ipsa Lunæ Distantia à Nodo ad Eclipticam reducta: Et intervallum inter hanc & Lunæ Distantiam à Nodo in sua Orbita computatam *Reductio* dicitur, & in Tabulam secundum artem disponitur. Cumque hæc etiam varia sit pro varia Inclinatione Lunaris Orbis ad Eclipticam, (simili artificio quo prius,) excessus prædictæ Reductionis cum Limitum Inclinatio est maxima notatur, ut ejus pars proportionalis assumatur cum Limitum Inclinatio est inter minimam maximamque media: Nam ipsa Reductio aptatur ad Inclinationem minimam, ut prius Latitudo.

Sed & aliis Erroribus detectis, aliæ condendæ erunt Tabulæ ad Lunæ Motum plene & perfecte rectificandum, quod in Astronomia opus est longe difficillimum. Hæc interim impræsentiarum de Tabularum harum Ordine sufficiant.

PROPOSITIO XXVII.

Tabularum Lunarium, ad Lunæ Locum è dato in Telluris superficie puncto visum expedite inveniendum, Ordinem exponere.

QUoniam Lunæ Locus è puncto in Terræ superficie spectatus sensibiliter diversus est ab illo quem occuparet si è centro spectaretur, quemque solum ex Tabulis præcedentibus deducere licet; ideo Tabulas ad illum quoque ex priori prompte colligendum condunt Artifices. Cum autem Parallaxis sit omnis illa inter dicta

Loca differentia, hujus notitia sufficit. Et quia ex data Parallaxi horizontali Parallaxis alteri cuivis supra Horizontem Elevationi congrua facile invenitur, per Prop. XLVII. Lib. II; ideo solâ horizontali Lunæ Parallaxi opus est. At cum Lunæ Parallaxis horizontalis varia sit pro majore aut minore Distantia Lunæ à Terra, Parallaxium istarum Tabula est condenda: Parallaxis nempe uni Distantiæ competens per Prop. XXII. innotescit, & Lunæ à Terra Distantiæ in aliis Orbitæ suæ punctis respectu Distantiæ per dictam XXII. inventæ, ex Lunæ Orbita (ut supra ostensum est definita) determinantur; Parallaxes igitur horizontales Lunæ (quæ per Prop. XLVIII. Lib. II. sunt reciproce ut ejus Distantiæ à Terræ centro) pro ejus situ ad Apogæum & Perigæum suæ Orbitæ, hoc est, pro Anomalia ejus media, notæ fiunt & in Tabulam rediguntur.

Quoniam vero hujusmodi Tabula Parallaxium Lunæ horizontalium pro una tantum Orbitæ forma inservit; ideo pro Excentricitate maxima unam, aliamque pro minima condunt, & Parallaxin Lunæ horizontalem pro dato tempore assumunt in eadem ratione mediam inter Parallaxes maximæ & minimæ congruas, quâ Excentricitas dato isti tempori congrua media est inter Excentricitatem maximam & minimam.

Parallaxis Lunæ horizontalis sic inventa rectificanda est per Æquationem quandam ex alia Tabula desumendam, cujus hoc est fundamentum. Ex Prop. II. constat Lunam (cæteris paribus) longius à Terra distare in Quadraturis quam in Syzygiis. Proportionem inter distantias hasce Lunæ à Terra, ex proportione Virium Solis qui effectum hunc producunt, ope Propp. XX & XXV. invenire licet. Tabula igitur ad æquandam Lunæ Parallaxin constat ex particulis subtrahendis à Parallaxi quæ in Syzygiis obtinet, prout Luna ad Quadraturam propius accedit, ubi (cæteris paribus) Parallaxis est minima, quia

quia Luna maxime à Terra distat: Æquatio igitur hæc Menstrua est, à Syzygiis Solis & Lunæ pendens.

Sed & Æquatione Annuâ afficitur hæcce Lunæ Parallaxis; minor quippe est cum Terra est in Perihelio, major cum in Aphelio, (cæteris paribus,) quia totum Systema Lunare in hoc casu contrahitur, in illo dilatatur per Prop. XVII. Æquatio hæc ab Anomalia Terræ media pendet, & ope Prop. XVII. item XX & XXV. construitur.

PROPOSITIO XXVIII.

Ad datum Tempus Lunæ Locum, è data in Tellure habitatione visum, ope Tabularum supra descriptarum determinare.

Tempus in habitatione data numeratum reducatur (per Prop. XXXII. Lib. II.) ad Tempus numeratum sub Meridiano Loci cui Tabulæ accommodantur; ad quod (per Prop. XVII. Lib. III.) æquatum, inveniatur Solis Locus.

Ad Epocham in Tabula notatam, datum Tempus præcedentem, notentur Loca media Lunæ, Apogæi Lunaris Nodique ascendentis, & colligendo horum trium Motus medios factos ab Epocha ista ad Tempus datum, addantur primi duo ad prædicta Lunæ & Apogæi Loca, ut fiant eorundem Loca media ad Tempus datum; motus vero Nodi interea factus subtrahatur à Loco radicali (quoniam movetur in antecedentia) ut fiat ejus Locus medius; Locusque medius Lunæ corrigatur per Æquationem istam à Terræ Anomalia media pendentem, de qua §. 3. Prop. XXVI.

Porro, Locus Apogæi medius corrigatur tribus Æquationibus, de quibus §. 4. dictæ Prop. XXVI. Dato enim Solis Loco & Apogæi Loco prope vero, datur Aspectus Apogæi Lunaris cum Sole, indeque Æquatio hinc

pen-

pendens. Similiter, quia tam Solis Locus verus quam Lunæ Locus prope verus innotescunt, innotescit & Lunæ ad Solem Aspectus, indeque Apogæi Æquatio Menstrua inde pendens. Et datæ Terræ Anomaliæ mediæ (prius ad Solis Locum determinandum necessariæ) congrua invenietur, in tertia Apogæi æquandi Tabula, Æquatio Apogæi Annua. Atque Æquatio hæc est vere Annua, à Telluris periodo circa Solem pendens: Perperam enim prima illa, pendens ab Aspectu Apogæi Lunaris cum Sole, Annua à quibusdam appellatur, cum non nisi post 400 dies absolvatur ejus periodus; Sole nempe istud tempus requirente ut digressus ab Apogæo Lunari illud in consequentia motum denuo assequatur. Similiter & Orbis Lunaris Excentricitas, ex dato Apogæi Aspectu ad Solem ex Tabula excerpta, per Æquationem Menstruam & Annuam corrigitur.

Invento igitur Lunaris Apogæi Loco vero Lunæque medio primo correcto, illo ab hoc subducto, relinquitur Lunæ Distantia media à suo Apogæo in consequentia numerata, sive Lunæ Anomalia media; cui (in Tabula §. 6. Prop. XXVI.) invenietur Prosthaphæresis congrua pro Orbitæ Excentricitate prius inventa, per quam Lunæ Locus medius, primo correctus, denuo rectificatus exhibebit Lunæ Locum correctiorem, quibusdam *Æquatum* dictum.

Ex modo invento Lunæ Loco Æquato, & omnium primo determinato Solis Loco, Aspectus Solis & Lunæ nunc satis notus est, & hinc pendens Variatio ex Tabula (de qua §. 7. Prop. XXVI. actum est) innotescet; sed hæc ipsa duplici Æquatione Annuâ (de quibus ibidem) corrigenda est. Locus Lunæ æquatus per Variationem sic correctam corrigendus est; exsurgetque Lunæ Locus correctissimus in sua Orbita, sive respectu suæ Apsidis.

Ad illum vero ad Eclipticam reducendum, primo omnium Loca Nodorum determinanda sunt. Cum & Solis

Locus

Locus verus & Nodorum prope verus ſive medius dentur; dabitur Aſpectus Nodorum cum Sole, & huic proinde Æquatio correſpondens ex Tabula, de qua §. 8. Prop. xxvi; per quam correctus Nodi Locus medius rurſus bis corrigendus eſt per Æquationem Menſtruam Annuamque, de quibus ibidem actum eſt.

Simul, ex eodem Aſpectu Nodorum ad Solem, excerpendus eſt Exceſſus Inclinationis Limitum ſupra eorundem Inclinationem minimam, (vel Defectus à maxima,) quo Inclinatio minima (vel maxima) corrigenda eſt ut correctior evadat: ſed quæ bis rurſus corrigenda eſt; nempe pro ipſius Lunæ Aſpectu ad Solem & Telluris Anomalia media; de quarum Æquationum Tabulis actum eſt §. 9. Prop. xxvi. Si Lunæ Locus correctiſſimus in ipſis Syzygiis inquiratur, etiam correctionis, de qua §. 10. Prop. xxvi. ratio haberi poterit.

Quoniam vero innoteſcunt Nodi & Apogæi Lunaris vera Loca in Ecliptica, & Orbis Lunaris Inclinatio ad eandem, reſolvendo triangulum ſphæricum rectangulum, in quo præter rectum dantur angulus alter alterumque latus circa rectum, invenitur Diſtantia Apogæi à Nodo in Orbe Lunari computata; nempe hypothenuſa. Et ſupra inventus eſt Lunæ Locus in ſua Orbita ab Apogæo computatus: Et igitur non ignorabitur Diſtantia Lunæ à Nodo in Orbe Lunari computata. Cumque etiam data ſit Inclinatio dicti Orbis Lunaris ad Eclipticam; invenietur tum Lunæ Latitudo, tum ejus Locus in Ecliptica, vel per reſolutionem trianguli ſphærici rectanguli inter Orbem Lunarem, Eclipticam circulumque Latitudinis comprehenſi, vel expeditius per Tabulas Latitudinis & Reductionis, de quibus §. 11 & 12. Prop. xxvi. ubi dictum triangulum eſt hactenus reſolutum, quarum uſus ſatis eſt notus: namque Diſtantia hæc Lunæ à Nodo in Orbe Lunari computata *Argumentum Latitudinis* appellatur.

Inventus igitur eſt Locus Lunæ verus, ſive è Terræ

centro ſpectatus, tam in longum quam in latum. Qualem vero in dato Horizonte ſitum, hoc eſt, quam Altitudinem quemque Verticalem ad datum Tempus obtineat Phænomenon, cujus Longitudo & Latitudo dantur; Problema eſt ſolutu obvium ex Doctrina ſphærica: eſt nempe converſa Propp. XXVI & XXVII. Lib. II.

Quod ſi Locus Lunæ apparens ſive viſus quæratur; in Tabula prima, de qua Prop. XXVII, adnotetur Lunæ Parallaxis Orbis Excentricitati Lunæque Anomaliæ mediæ prius cognitis congrua, quæ per Æquationem Menſtruam & Annuam (de quibus in eadem XXVII. dictum eſt) corrigatur. Ex Parallaxi horizontali inveniatur (per Prop. XLVII. Lib. II.) Parallaxis inventæ prius Altitudini competens, quæ inde ſubtracta relinquit Altitudinem Lunæ viſam: Et alia nulla eſt inter Lunæ Locum verum & viſum differentia præter hoc Altitudinis decrementum ſive Parallaxin, & communem illam ex Refractione ad Atmoſphæram ortam, de qua Propp. LXIV & LXV. Lib. II. Qualem vero in Longitudine Latitudineque mutationem inducunt Parallaxis & Refractio, ex Propp. LXIII & LXVIII. Lib. II. colligetur. Inventus igitur eſt Lunæ Locus, tam verus quam è dato in Telluris ſuperficie puncto viſus, ſecundum Longitudinem & Latitudinem. Q. E. F.

PROPOSITIO XXIX.

Quaſnam ex ſupra explicatis Correctionibus, ad Lunæ Motum attinentibus, adhibuerint hucuſque Tabularum Conditores, quaſque neglexerint breviter recenſere.

PRimo, omnes Correctiones ſive Æquationes Annuas à varia Diſtantia Telluris à Sole (Propp. XVIII & XIX. explicatas) negligunt, unamque conſiderant, quæ ab aucto & diminuto Tempore periodico Lunæ circa Terram pro diminuta vel aucta Terræ Diſtantia à Sole

le provenit; hoc eſt, quæ ab Anomalia Terræ media pendet. Immo hanc Inæqualitatem, licet à *Tychone*, *Keplero* & *Horoxio* obſervatam, aliis immiſcebant: Propter hanc enim compulſi ſunt, reclamante naturâ rerum, Tempus apparens ad medium aliter reducere in Lunæ Locis computandis, quam in computandis Locis Solis aliorumque Syderum; & ſpeciatim *Tycho* eam Æquationis Temporis partem, quæ pendet à Terræ Anomalia media, (à qua & hæc Lunæ Inæqualitas ſimiliter pendet,) omiſit prorſus. At *Keplerus* & *Horoxius* ulterius progreſſi ad Tempus æquandum partem Phyſicam adhibent addititiam cum vera & Aſtronomica ſublatitia eſt, & è contra. Acutiſſimus *Ed. Halleius* hanc Inæqualitatem (quam Lunæ ineſſe ad *Schol. Prop.* LXXXVI. *Opticæ Promotæ pag.* 128. ſuſpicatus eſt *Jacobus Gregorius*) ab aliis primus ſeparavit in Tractatu *Catalogo Fixarum Auſtralium* ſubnexo. Patet vero ex citatis Propp. XVIII. & XIX. omnes Lunæ Inæqualitates duplici Correctione Annuâ indigere, ut veræ & accuratæ evadant.

Deinde, omnes Æquationes Menſtruæ ab Aſpectu Solis & Lunæ oriundæ negliguntur præter unicam Variationem. Verum quidem eſt harum aliquas ab aliis fere compenſari: *v. g.* Inclinationis Limitum variatio Menſtrua & Æquatio Menſtrua Nodorum ita ſe mutuo contemperant & corrigunt, ut ambæ negligi poſſint in determinanda Latitudine Lunæ; Æquationes autem Menſtruæ Motûs Apogæi, & differentiæ inter Excentricitatem minimam & maximam, item Nodorum & Inclinationis Orbis Lunaris ad Eclipticam, baſis ſunt & fundamentum reliquarum Inæqualitatum, quæ ab Aſpectu Solis & Apogæi, aut Solis & Nodorum pendent; ut ex Propp. X, XI, XII, XIII, XIV & XV. abunde patet. Æquatio item Menſtrua inter Novilunium & Plenilunium (de qua Prop. XVI. dictum eſt) negligitur.

Æquationes item illæ, tam quæ Motum Lunæ verum

afficiunt

afficiunt quam quæ visum, (de quibus Prop. II.) oriundæ à majori Distantia Lunæ à Terra in Quadraturis quam in Syzygiis, negliguntur prorsus: neque enim Distantiæ Lunæ à Terra diversitas alia consideratur, quam quæ ab Orbis Excentricitate provenit, quæque ab Anomalia media pendet; unde & Parallaxium horizontalium Æquatio Menstrua (de qua Prop. XXVII. dictum est) etiam negligitur.

At Æquationes illæ quæ ab Aspectu Solis & Apogæi Lunaris pendent, (de quibus Propp. XI & XIII;) ut & illæ quæ ab Aspectu Solis & Nodorum, (Propp. XIV & XV. tractatæ,) ab Artificibus considerantur. Hæ enim sunt longe maximæ, magnamque partem Inæqualitatum Motûs Lunæ constituunt.

Adhibentur igitur ad Tabulas condendas, præter Æquationes præcedentes ab Aspectu Solis cum Apogæo Lunari vel cum Nodis pendentes, una Annua unaque Menstrua, de quibus hactenus. Verum Æquationes Motûs Lunæ, in plerisque Tabulis Lunaribus, titulos præ se ferunt à veris Periodis harum Inæqualitatum adeo abhorrentes, ut satis difficile sit asserere quasnam considerarint quasque neglexerint earum Conditores. Quandoque etiam Inæqualitates aliis immiscentur & cum illis confunduntur: *ex. gr.* Æquationem Excentrici (sive Centri Lunæ) non pure ex Orbita data deducunt, sed aliis quasi contaminant; ut Inæqualitatis Variationis à Tempore inter Quadraturas pendentis parte eâ, quæ à situ Lunæ respectu sui Apogæi provenit, de qua Schol. Prop. XVIII. Verum cum non ex cognitis causis Physicis harumque Periodis, sed tantum ad Observationes attendendo, Tabulas condiderint; non mirum est si Inæqualitates non rite à se invicem distinxerint, illasque sub titulis disposuerint alienis minusve propriis.

SCHO-

SCHOLIUM.

Libet Lunæ Theoriam à D. *NeWtono* in praxi usurpatam hic adjungere, quâ difficillimum istud & ab Astronomis hactenus desperatum consecutus est celeberrimus Philosophus; nimirum ut Lunæ Locum, etiam extra Syzygias, & in ipsis cum Sole Quadraturis, Cœlo adeo consentientem ex calculo definiat, (sicuti per plurima Lunæ Loca à Cl. D. *Flamstedio* observata expertus est,) ut dissensus à Cœlo, etiam cum maximus, vix duo scrupula prima adæquet; plerumque adeo sit exiguus, ut observandi incertitudini sit jure imputandus. In hac Calculi forma, quam ipsis Auctoris verbis expressam Astronomis sistimus, non attingit omnes omnino Inæqualitates quarum causæ superius sunt explicatæ, nedum illas de quibus adhuc tantum est suspicio; sed omissis iis quas se invicem compensaturas novit, aliisque minoris efficaciæ, eas duntaxat Æquationibus & Tabulis coercet, quarum majores sunt vires & effectus sensibiliores.

Lunæ Theoria Nevvtoniana.

„Observatorium *Grenovicense* occidentalius est *Parisiensi* „2^{gr}. 19′, *Uraniburgo* 12^{gr}. 51′. 30″ & *Gedano* 18^{gr}. 48′.

„Solis & Lunæ Motus medios ab Æquinoctio verno „in Meridiano *Grenovicensi* pono sequentes: nempe *An*-„*no* 1680 *Decembris* Die ultimo *Stylo Juliano* Meridie, „Motus medius Solis est 9^{sig}. 20^{gr}. 34′. 46″. Apogæi So-„lis 3^{sig}. 7^{gr}. 23′. 30″. Motus medius Lunæ 6^{sig}. 1^{gr}. 35′. „45″. Apogæi Lunæ 8^{sig}. 4^{gr}. 28′. 5″. Nodi ascendentis „Orbitæ Lunaris 5^{sig}. 24^{gr}. 14′. 35″. Et *Anno* 1700. „*Decembris* Die ultimo *Stylo Juliano* Meridie, Motus me-„dius Solis est 9^{sig}. 20^{gr}. 43′. 50″. Apogæi Solis 3^{sig}. „7^{gr}. 44′. 30″. Motus medius Lunæ 10^{sig}. 15^{gr}. 19′. 50″. „Apogæi Lunæ 11^{sig}. 8^{gr}. 18′. 20″. & Nodi ascendentis

„ 4 fig. 27 gr. 24′. 20″. Viginti enim Annis *Julianis*, ſi-
„ ve diebus 7305, Solis motus eſt 20 rev. 0 fig. 0 gr. 9′.
„ 4″. Motus Apogæi Solis 21′. 00″. Lunæ Motus eſt
„ 247 rev. 4 fig. 13 gr. 34′. 5″. Apogæi Lunaris Motus
„ 2 rev. 3 fig. 3 gr. 50′. 15″. Nodi Motus 1 rev. 0 fig.
„ 26 gr. 50′. 15″. Omnes prædicti Motus ſunt à puncto
„ Æquinoctii verni. Quod ſi ab illis ſubducatur ipſius
„ Æquinoctialis puncti Motus in antecedentia interea fac-
„ tus, ſc. 16′. 40″; manebunt Motus reſpectu Fixarum
„ in Annis 20. *Julianis*, nempe Motus Solis 19 rev. 11 fig.
„ 29 gr. 52′. 24″. Apogæi Solis 4′. 20″. Lunæ 247 rev.
„ 4 fig. 13 gr. 17′. 25″. Apogæi Lunæ 2 rev. 3 fig. 3 gr.
„ 33′. 35″. Nodi Lunæ 1 rev. 0 fig. 27 gr. 6′. 55″.

„ Secundum hunc computum Annus Tropicus eſt 365 dier.
„ 5 hor. 48′. 57″. Annuſque Sydereus 365 dier. 6 hor. 9′.
„ 14 $\frac{1}{2}$″.

„ Motus Medii Luminarium ſuprapoſiti variis afficiuntur
„ Inæqualitatibus.

„ Et primo ſunt Annuæ Æquationes dictorum Motuum
„ mediorum Solis & Lunæ, & Apogæi Nodique Lunæ.
„ Æquatio Annua Motûs medii Solis pendet ab Excentri-
„ citate Orbitæ Telluris circa Solem, quæ eſt partium
„ 16 $\frac{11}{12}$, qualium mediocris Diſtantia Solis à Terra eſt
„ 1000; indeque vocatur Æquatio Centri: eſtque, cum
„ maxima, 1 gr. 56′. 20″. Maxima Æquatio Annua Mo-
„ tûs medii Lunæ eſt 11′. 49″. Apogæi ejus 20′. Nodi-
„ que 9′. 30″. Atque quatuor iſtæ Æquationes Annuæ
„ ſunt ſemper ſibi mutuo proportionales. Ideoque cum ea-
„ rum aliqua eſt maxima, tres reliquæ ſunt etiam maximæ;
„ diminutâ vero quâvis, minuuntur etiam & reliquæ in ea-
„ dem ratione: Unde datâ Æquatione Annuâ centri So-
„ lis, dantur & tres reliquæ Annuæ Æquationes congruæ;
„ illius igitur Tabula ſufficit: Nam ſi Æquatio Annua Cen-
„ tri Solis Tempori cuivis congrua inde deprompta voce-
„ tur P, & fiat $\frac{1}{10}$ P = Q, Q + $\frac{1}{60}$ Q = R, $\frac{1}{6}$ P = D,

„ D +

„ D $+\frac{1}{30}$ D = E, & D $-\frac{1}{60}$ D = 2 F; erit Æquatio Annua eidem „Tempori congrua Lunæ quidem R, Apogæi Lunaris E, & „Nodi (F). Adnotandum, si Æquatio Centri Solis est ad- „denda, Æquationem Lunæ prædictam esse subducendam, „Apogæi Lunaris Æquationem addendam, Nodi vero „Æquationem subducendam; & è contra, si Æquatio „Centri Solis est subducenda, addenda erit Lunæ Æqua- „tio, Apogæi vero subducenda, & Nodi addenda.

„Alia est Æquatio Motûs medii Lunæ, pendens à si- „tu Apogæi Lunaris respectu Solis, quæ maxima est cum „Apogæum Lunæ versatur in Octante cum Sole, & „nulla cum illud ad Syzygias vel Quadraturas pervene- „rit. Æquatio hæc, quando maxima, ad 3′. 56″. as- „cendit, Sole in Perigæo versante; si vero Sol Apo- „gæum teneat, non ultra 3′. 34″. In aliis Distantiis „Solis à Terra Æquatio hæc maxima est reciproce ut „Cubus istius Distantiæ. At cum Lunæ Apogæum est „extra Octantes, Æquatio dicta evadit minor, est que „ad maximam, positâ eâdem distantiâ Terræ & Solis, „ut sinus duplæ Distantiæ Lunaris Apogæi à proxima „Syzygia vel Quadratura ad radium. Additur hæc Mo- „tui Lunæ, dum Lunæ Apogæum transit à Solis Qua- „drato ad Syzygiam; sed inde subducitur in transitu Apo- „gæi à Syzygia ad Quadratum.

„Alia porro est Motûs Lunæ Æquatio, pendens ab „Aspectu Nodorum Orbitæ Lunaris cum Sole; estque „maxima cum Nodi in Solis Octantibus versantur, eva- „nescitque cum hi ad Syzygias aut Aspectum Quadra- „tum appellunt. Æquatio hæc proportionalis est sinui „duplæ Distantiæ Nodi à proxima Syzygia aut Quadra- „tura, cumque maxima ad 47″ ascendit. Additur hæc „Motui Lunæ, dum Nodi transeunt à Solis Syzygiis ad „ejusdem Quadraturas; & subducitur in eorum transitu „à Quadraturis ad Syzygias.

„A Solis Loco vero aufer Motum medium Apogæi

„ Lunæ

„Lunæ æquatum, ut ſupra eſt oſtenſum; reſiduum erit „Argumentum Annuum dicti Apogæi. Exinde computen„tur Lunæ Excentricitas & ſecunda Æquatio ejus Apo„gæi modo ſequenti, [*qui in aliis quibuſvis intermediis Æquationibus computandis locum etiam habet*:] „Referat „T Terram; T S rectam conjungentem Terram & Solem; „T A C B rectam à Terra ductam ad Locum medium A„pogæi Lunaris ut ſupra æquatum; angulus S T A Argu„mentum Annuum dicti Apogæi; T A Lunaris Orbitæ „Excentricitatem minimam; T B ejuſdem Excentricitatem „maximam. Biſeca A B in C, centro C per A deſcribe „circulum A F B; fiat angulus B C F æqualis duplo Ar„gumento Annuo: juncta recta T F erit Lunaris Orbitæ „Excentricitas, anguluſque B T F erit ſecunda Apogæi „Lunæ Æquatio. Ad horum determinationem ſit medio„cris Diſtantia Lunæ à Terra, ſive Orbitæ Lunaris Se„midiameter, partium 1000000: Ejus maxima Excen„tricitas T B erit partium 66782, & minima T A earun„dem 43319; adeo ut maxima Orbis ejus Æquatio, cum „ſc. Apogæum eſt in Syzygiis, ſit 7^{gr}. 39'. 30", vel „forſan 7^{gr}. 40', 00"; (ſuſpicio enim eſt hanc mu„tari pro ſitu Apogæi in ♋ vel ♑;) cum vero illud „in Solis Quadrato hæret, dicta maxima Æquatio ſit „4^{gr}. 57'. 56", & ut maxima Apogæi Æquatio ſit 12^{gr}. „15'. 4".

Tab. XXIX. Fig. 6.

„Conſtructâ ex hiſce principiis Tabulâ Æquationum „Apogæi Lunæ & Excentricitatum ejus Orbitæ ad ſingulos „gradus Argumenti Annui, unde Excentricitas T F & angu„lus B T F (ſc. Æquatio ſecunda & præcipua Apogæi) dato „Tempori congruentes facile poſſint depromi; ad Locum A„pogæi Lunæ primo æquatum ut ſupra addatur Æquatio mo„do inventa, ſi Argumentum Annuum minus ſit 90^{gr}, aut „majus 180^{gr}, minus vero quam 270^{gr}; ſecus vero ab eo „ſubducatur: ſumma vel differentia erit Apogæi Lunaris Lo„cus ſecundo æquatus; quo ſubducto ex Lunæ Loco ter-

tio

„tio æquato, relinquitur Lunæ Anomalia media dato Tem-
„pori congrua. Porro, ex hac Anomalia Lunæ media &
„modo inventa Orbis Excentricitate habebitur (ope Ta-
„bulæ Æquationum Centri Lunæ ad singulos Anomaliæ
„mediæ gradus, & aliquot Excentricitates *v.g.* 45000,
„50000, 55000, 60000 & 65000 fabricatæ) Prostaphæ-
„resis sive Æquatio Centri Lunæ, ut vulgo; quâ subdu-
„ctâ in priori Anomaliæ mediæ semicirculo, additâ vero
„in posteriori ad locum Lunæ hactenus ter æquatum,
„prodit Lunæ locus quarto æquatus.

„Maxima Lunæ Variatio, sc. quæ contingit cum Lu-
„na est in Octantibus Solis, est fere reciproce ut Cubus
„Distantiæ Solis à Terra. Capiatur ea 37′. 25″ cum
„Sol est Perigæo, & 33′. 4″ cum in Apogæo: fiantque
„Variationis hujus in Octantibus differentiæ reciproce ut
„differentiæ Cuborum Distantiarum Solis à Terra, & ex-
„inde construatur Tabula prædictæ Variationis Lunæ in Oc-
„tantibus Solis (ejusve Logarithmi) ad singulos denos
„vel senos vel quinos gradus Anomaliæ mediæ: Et pro
„Variatione extra Octantes, fiat ut radius ad sinum du-
„plæ Distantiæ Lunæ à proxima Syzygia vel Quadratura
„ita supra inventa Variatio in Octante ad Variationem
„dato Aspectui congruam, quæ addita loco Lunæ supra
„invento in primo & tertio quadrante, (computando à
„Sole,) aut ab eodem subducta in secundo & quarto,
„exhibet Lunæ locum quinto æquatum.

„Rursus, ut radius ad sinum summæ Distantiarum Lu-
„næ à Sole & Apogæi Lunæ ab Apogæo Solis (vel si-
„num excessûs istius summæ supra 360^{gr}) ita 2′. 20″
„ad sextam loci Lunæ Æquationem, subducendam si præ-
„dicta summa vel dictus excessus minor sit semicirculo,
„addendam si major.

„Fiat etiam ut radius ad sinum Distantiæ Lunæ à Sole
„ita 2′. 20″ ad Æquationem septimam. Hanc aufer
„quando Lunæ Lumen augetur, & (è contra) adde

„cum illud minuitur; & prodibit Lunæ Locus ſeptimo „æquatus, quique eſt Locus ejus in propria Orbita. Notandum Æquationem, quæ hic effertur per mediocrem „quantitatem 2′. 20″, non eſſe ejuſdem ſemper magnitudinis, ſed augeri & minui pro ſitu Lunaris Apogæi. „Nam ſi Apogæum Lunare conjunctum fuerit cum Solis „Apogæo, prædicta Æquatio eſt circiter 54″ major; ſin „illi oppoſitum, tantundem minor: libratque inter maximam quantitatem 3′. 14″ minimamque 1′. 26″. Atque „hæc obtinent ubi Apogæum Lunare eſt in Solis Syzygiis; ubi vero illud in Solis Quadrato hæret, minuenda eſt „Æquatio prædicta 50 circiter ſcrupulis ſecundis aut integro „ſcrupulo primo, quando Apogæum Lunæ & Solis Apogæum „conjuncta ſunt; ſi vero ſunt oppoſita, propter Obſervationum penuriam affirmare nequeo augendane ſit illa, an minuenda. Immo de ſuprapoſitis incremento & decremen- „Æquationis 2′. 20″, propter Obſervationum ſatis accuratarum defectum, certo ſtatuere non auſim.

„Si Æquationes ſexta & ſeptima augeantur vel minuantur in ratione reciproca Diſtantiæ Lunæ à Terra, „hoc eſt, in directa ratione Parallaxis horizontalis Lunæ; „accuratiores fient. Atque iſtud prompte fiet, ſi prius „Tabulæ fuerint conſtructæ ad ſingula ſcrupula dictæ Parallaxis, ſinguloſque ſenos vel quinos gradus cum Argumenti Æquationis ſextæ pro Æquatione ſexta, tum „Diſtantiæ Lunæ à Sole pro ſeptima.

„A Loco Solis vero aufer medium Motum Nodi aſcendentis Lunæ æquatum ut ſupra; reſiduum erit Nodi Argumentum Annuum; unde ejus Æquatio ſecunda „computabitur modo ſequenti: In figura præcedente referat ut prius T Terram; T S rectam jungentem Terram „& Solem: Referat porro T A C B lineam ductam ad „Locum Nodi aſcendentis Lunæ ut ſupra æquatum, & „S T A Argumentum Annuum Nodi. Capiatur T A ad „A B ut 56 ad 3, ſive $18\frac{2}{3}$ ad 1. Biſeca A B in C, &

Tab. XXIX. Fig. 6.

„cen-

„ centro C intervallo CA vel CB describe circulum AFB, „ fiatque angulus BCF æqualis duplo Argumento Nodi „ Annuo ut supra invento; eritque BTF angulus Æquatio „ secunda Nodi ascendentis, addenda in transitu Nodi à Solis „ Quadrato ad Syzygiam, subducenda in ejusdem transitu „ à Syzygia ad Quadraturam. Atque sic habetur Locus „ verus Nodi Orbitæ Lunaris: Unde ex Tabulis metho- „ do vulgari constructis supputabitur Lunæ Latitudo & „ Reductio Lunæ ab Orbita sua ad Eclipticam, positâ „ Inclinatione Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ 4 gr. „ 59′. 35″ cum Nodi sunt in Solis Quadrato; & 5 gr. „ 17′. 20″ cum iidem in Syzygiis versantur. Ex modo „ inventis Longitudine & Latitudine & data Obliquitate „ Eclipticæ 23 gr. 29′, Lunæ Ascensio recta & Declinatio „ eruentur.

„ Lunæ in Syzygiis mediocriter distantis à Terra Pa- „ rallaxin horizontalem pono 57′. 30″; Motum hora- „ rium 33′. 32″. 32‴; & Diametrum apparentem 31′. „ 30″: In Quadraturis vero mediocriter à Terra distan- „ tis Parallaxin pono 56′. 40″; Motum horarium 32′. „ 12″. 2‴; & Diametrum apparentem 31′. 3″. Lunæ „ in Solis Octante mediocriter distantis centrum distat à „ centro Terræ quasi $60\frac{2}{9}$ Semidiametrorum Terræ.

„ Solis Parallaxin horizontalem pono 10″; & 32′. 15″ „ apparentem ejus Diametrum in mediocri Distantia à Terra.

„ Telluris Atmosphæra, refringendo & dissipando Solis „ Lumen, Umbram projicit, perinde ac si opaca foret, „ ad altitudinem minimùm 40 aut 50 milliarium Geogra- „ phicorum: (Milliare Geographicum appello partem se- „ xagesimam Gradûs magni Circuli in Telluris superficie:) „ Umbra hæc in Eclipsi Lunari in Lunam incidens Tel- „ luris Umbram auctiorem reddit. Et singulis milliaribus „ Atmosphæræ Terrestris respondent singula scrupula se- „ cunda in Lunæ disco. Adeoque Umbræ Terrestris Se- „ midiameter in Lunæ discum projecta augenda est 50

 circi-

„circiter ſecundis, aut (quod eodem recidit) in Eclipſi Lunari Lunæ Parallaxis horizontalis augenda eſt in „ratione circiter 70 ad 69.

Si plura Lunæ Loca accuratiſſime obſervata (præſertim circa Quadraturas) cum ejuſdem Locis ad eadem tempora ex ſuprapoſita Theoria ſupputatis conferantur; patebit tandem num aliæ ſint Æquationes ſenſibiles, quibus Theoria hæc eſt amplificanda.

PROPOSITIO XXX.

Tempus mediæ Conjunctionis aut Oppoſitionis Solis & Lunæ proxime inſequentis ad datum Tempus determinare.

Conjunctio media eſt cum Locus Solis medius idem eſt cum Loco Lunæ medio in Ecliptica: Oppoſitio vero media cum ille huic opponitur. Quæratur ex Tabulis Motûs medii Lunæ à Sole Diſtantia media Lunæ à Sole dato Tempori (ad medium reducto) competens, quæ ſi nulla ſit, vel Signorum ſex, tunc erit ipſa Conjunctio aut Oppoſitio media; ſin minor, notetur defectus, (ſive arcus quem Luna percurrere debet ut Solem denuo aſſequatur ſi Conjunctio media deſideretur, vel ut à Sole ſex Signis elongetur ſi Oppoſitio,) & ex Tabula Motûs medii Lunæ à Sole in diebus, horis horæque partibus colligatur Tempus requiſitum ad iſtum arcum percurrendum; ſubducendo nempe ſemper ab arcu adhuc percurrendo arcum in Tabula repertum proxime minorem, Tempus quo ſubductus percurritur notando, Temporaque hæc in unam ſummam colligendo: hæc addita Tempori dato conficiet Tempus Syzygiæ mediæ quæſitum.

Quod ſi Tempora aliquot deinceps Syzygiarum mediarum quærantur, addatur Tempori ſupra invento Tempus revolutionis integræ Lunæ ad Solem; invenietur Tempus Syzygiæ ejuſdem nominis proximæ. Atque hoc quoties libue-

libuerit facile repetetur, & Syzygiæ quotquot libet invenientur.

PROPOSITIO XXXI.

Tempus veræ Conjunctionis aut Oppositionis Solis & Lunæ, proxime insequentis, ad datum Tempus determinare.

Conjunctio vera Solis & Lunæ contingit cum Locus Solis verus idem est cum Lunæ vero & correcto ad Eclipticam reducto; Oppositio vera cum ille huic opponitur. Invento (per præc.) Tempore Syzygiæ mediæ proxime insequentis, (quod exactissime determinare necessarium non est, cum illud præterpropter cognitum sufficiat,) quærantur (per Prop. XVIII. Lib. III. & Prop. XXVIII. Lib. IV.) Solis & Lunæ Loca vera congrua, quæ si coinciderint aut opposita fuerint, Syzygia media & vera coincidunt; sin secus, notetur Distantia Lunæ à Sole, quâ nempe Luna Solem ejusve oppositum vel nondum est assecuta vel hactenus præteriit. Ad inveniendum vero spatium Temporis, quo Luna arcum hunc vel percurret vel hactenus percucurrit, sic commode procedere licet: Quærantur Solis Lunæque Loca horâ ante vel post Temporis punctum ad quod hactenus habentur; quo pacto habebuntur Solis Lunæque Motus horarii horumque proinde differentia, sive horarius Motus Lunæ à Sole ad datum Tempus; hoc est, habebitur spatium Temporis (nempe Hora) necessarium ut Luna à Sole moveatur arcu cognito modo invento. Et igitur, supposito quod Sol Lunaque æquabiliter moveantur tantillo tempore quo Syzygia vera possit à media distare, habebitur Tempus requisitum ut Luna à Sole moveatur arcu quo à Sole distat Tempore Syzygiæ mediæ. Tempus hoc, additum Tempori Syzygiæ mediæ si Luna Solem ejusve oppositum nondum erat assecuta, aut eidem detractum si hæc illum hactenus præteriit, dabit Tempus Syzygiæ veræ quæsitum.

Quod si summa desideretur exactitudo, (ut fit in Syzygiis Eclipticis,) ad Tempus Syzygiæ veræ modo inventum quærantur rursus Solis Lunæque Loca, quæ si congrua sint aut opposita præcise, hactenus quæsito satis est factum; sin secus, Tempus hoc rursus corrigatur similiter atque prius; nempe ex Syzygiæ veræ Tempore prope vero, hactenus invento, ejusdem Tempus exacte verum eodem modo eliciatur atque dictum illud Tempus prope verum ex Tempore Syzygiæ mediæ supra invento.

Communiter Calculatores Motum horarium Lunæ à Sole invento Tempori Syzygiæ mediæ competentem non exquirunt, ut supra docuimus; sed ex Tabulis depromunt, ubi Solis Lunæque horarii Motus disponuntur pro Anomaliæ gradu quem respective tenent: nec male quidem in Sole; at in Luna, tot Inæqualitatibus obnoxia, cautius procedendum: Ulterior vero correctio tollit omnem Errorem, qui hinc oriri possit. Pari modo determinabitur Tempus alterius cujusvis Aspectûs Solis & Lunæ.

SECTIO VII.

DE ECLIPSI LUNÆ.

CUm Lib. III. actum sit de vero Motu Telluris circa Solem, cui per omnia respondet Solis circa Terram Motus apparens; & Lib. hoc IV. de Lunæ è Terra spectatæ Motibus variis; omniaque quæ ob Diurnum Telluris Motum circa proprium Axem in Cœlis apparent Lib. II. pertractata habeantur; quæcunque Soli Lunæve accidunt ex supra traditis facile deduci poterunt. Quoniam vero *Eclipses Luminarium* Phænomena sunt inter Cœlestia admodum conspicua, quarum contemplationi, causarum investigationi & calculo plurimum (immo ipsos fere natales) debet Astronomia; illas aliorum exemplo seorsim tractabimus, præsertim cum hic plurimæ occurrant speculationes dignæ quæ plene excutiantur. In hunc

hunc finem Lemmata quædam ad utramque Eclipsin præmittemus de Luminarium Semidiametris apparentibus, Terræ & Lunæ Umbris &c. quæ vulgo nomine *Diagrammatis Hipparchi* indigitantur, quia ex harum comparatione (quæ ex Diagrammate est satis manifesta) *Hipparchus* Luminarium Magnitudines & Distantias definire est aggressus; sicut antea ab *Aristarcho* factum in *Libro De Magnitudinibus & Distantiis Solis & Lunæ*, & postea à *Ptolemæo Cap.* XV & XVI. *Lib.* V. *Magnæ Constructionis.*

PROPOSITIO XXXII.

Solis & Lunæ Semidiametros apparentes dato Tempori congruas invenire.

OBserventur Tempore quovis Solis Lunæque Semidiametri apparentes; cumque ex Theoriis Solis & Lunæ supra traditis horum Distantiæ à Terra tam Tempore Observationis quam alio quovis dato innotescant; eorum apparentes semidiametri etiam innotescent: Sunt enim dati corporis sphærici Semidiametri apparentes reciproce ut ejus distantiæ ab oculo.

Artifices Tabulas condunt Semidiametrorum Solis & Lunæ apparentium pro Anomaliæ mediæ gradu (quinisve gradibus) quem Luminare tenet. Cumque porro sphæræ semidiameter, in eadem distantia à Terræ centro, major sit quo Vertici propior est, quippe spectatori vicinioris; & differentia hujus in Horizonte & Vertice sit in Luna sensibilis, in Sole non item: ideo Tabulas Incrementi Semidiametri Lunæ apparentis pro singulis (vel quinis) gradibus Elevationis Lunæ supra Horizontem etiam condunt.

PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

Si ſphæra opaca lucidæ ſphæræ exponatur, fiet umbra totalis ſive plena (hoc eſt, ſpatium medii circumfuſi ad quod nullus lucidæ ſphæræ radius pertingit) ad partes à ſphæra lucida averſas, incluſa ſuperficie coni recti, cujus axis eſt recta ſphærarum centra conjungens, baſis circulus ſphæræ opacæ partem illuminatam ab obſcura diſterminans: & angulus verticalis trianguli per axem eſt proxime æqualis differentiæ angulorum, quibus ſphæra lucida ex centro opacæ & ſphæra opaca ex centro lucidæ videntur. Et ſi conus umbroſus ſecetur utcunque plano ad planum baſis parallelo, umbroſi circuli ſic geniti diameter ex centro opacæ ſphæræ videbitur ſub angulo proxime æquali intervallo duorum angulorum; quorum alter eſt aggregatum angulorum ſub quibus opaca ſphæra ex centris ſphæræ lucidæ & circuli umbroſi videtur, alter angulus in quo ſphæra lucida ex opacæ centro ſpectatur.

Tab. XXIX. *Fig.* 7.

SInt duæ ſphæræ centris A & B, quarum altera eſt lucida altera opaca: jungatur recta AB per quam traducatur planum, cujus communes ſectiones cum ſphæris ſint circuli DF, EG; ducantur rectæ DE, FG binos circulos ad partes eaſdem in D & E, F & G contingentes, & producantur donec cum AB etiam producta concurrant in C. Patet umbram totalem ſive plenam, quam alterutra ſphæra opaca ab altera lucente illuminata projicit, contineri ſub conica ſuperficie deſcripta per rectam DC circa axem AB rotatam; hoc eſt, ſuperficie coni recti cujus axis eſt recta ABC, baſis circulus cujus diameter eſt recta DF vel EG. Superficiei conicæ annumero cylindricam factam cum expoſitæ ſphæræ ſunt æquales.

Ex A ducantur rectæ circulum GE contingentes in H & I, & producatur AH donec cum CD concurrat in K, & ex B ducantur rectæ tangentes circulum DF in L & M. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus ACD æqualis eſt

AKD,

A K D, dempto K A B: Sed (propter ſuppoſitam magnam ſphærarum diſtantiam) angulus A K D eſt proxime æqualis A B L; & igitur A C D æqualis eſt A B L, dempto K A B. Et ſumendo horum duplos, angulus F C D æqualis eſt angulo M B L, dempto I A H angulo. *Tab. XXIX. Fig. 7.*

Ponatur alterutra ſphæra, *v. g.* E G opaca, & ſecetur conus umbroſus E C G utcunque plano baſis plano parallelo, fietque (per *Prop.* IV. *Lib.* I. *El. Conic.*) circulus, cujus diameter N O eſt rectæ D F vel E G parallela, cujuſque centrum P eſt in axe coni; ex quo ducantur P Q, P R circulum E G tangentes, & jungantur rectæ B O, B N. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus P B N æqualis eſt B N E, dempto B C N: Sed (ſi B N ſit fere æqualis B P, quod ſuppono) B N E eſt proxime æqualis B P Q, & modo eſt oſtenſum B C N eſſe æqualem A B L, dempto B A H; & igitur P B N æqualis eſt aggregato angulorum B P Q & B A H, dempto A B L angulo. Et ſumendo horum duplos, angulus O B N æqualis eſt aggregato angulorum Q P R, H A I, dempto L B M angulo. Q. E. D.

Si E G ponatur ſphæra lucida & D F opaca, eadem obtinere deprehendentur, ſi O N & quæ hinc pendent ducantur ultra ſphæram D F reſpectu B.

SCHOLIUM.

Si ſphæra D F referat Solem; E G Terram, huic accenſendo quicquid ei circumfuſum eſt quod radiorum tranſitum impedit; E C G Umbram Terræ; & N P O partem Orbitæ Lunaris: Erit angulus A B L apparens Semidiameter Solis ex centro Terræ viſi; B A H Parallaxis Solis horizontalis; B P Q Parallaxis horizontalis Lunæ in diſtantia B P; adeoque B C E ſemiangulus verticalis Coni umbroſi æqualis differentiæ Semidiametri apparentis & Parallaxis horizontalis Solis; & P B N Semidiameter ex Terræ centro apparens Umbræ Telluris (ad Lunæ tranſitum) æqualis ſummæ Parallaxium horizontalium Solis & Lunæ minutæ

Tab. XXIX. Fig. 7.

Semidiametro apparenti Solis. Et igitur, datis tribus ex hisce quatuor non latebit quartus: *ex. gr.* hinc Solis Parallaxis, & proinde (per Prop. XLVI. Lib. II.) ejus Distantia, æstimari poterit: Nam Parallaxis Lunæ horizontalis & Solis Semidiametri apparentis, Observatione notarum, differentia subducta à nota (per Eclipsis Lunæ Observationem) Umbræ Terrestris ad notam Lunæ Distantiam Semidiametro apparenti relinquit Solis Parallaxin.

At si DF sit Sol, EG Luna, & NPO portio Disci Telluris (hoc est, plani Circuli in Terra maximi, cui normalis est recta Solis & Terræ centra conjungens) in quam Umbra incidit; Umbræ Semidiameter ex Lunæ centro B videtur sub angulo PBN æquali summæ Semidiametrorum Lunæ ex Solis & Terræ centris apparentium, minutæ Semidiametro apparenti Solis è centro Lunæ visi. Et quoniam, propter immensam Distantiam Solis à Terra respectu Distantiæ inter Lunam & Terram, Solis Diameter ex Luna in eodem proxime angulo videtur quo ex Terra, & Lunæ Semidiameter ex Sole visa pro nulla quasi est habenda, quippe sub-quadrupla fere Parallaxis Solis horizontalis; Semidiameter Umbræ Lunæ in Discum Telluris exceptæ videtur ex centro Lunæ sub angulo æquali fere differentiæ angulorum, sub quibus Solis & Lunæ Semidiametri ex Terræ centro apparent.

Verum, si Solis Semidiameter è Terra visa major sit Semidiametro Lunæ spectatâ ex eadem, apparens Semidiameter Umbræ (cum sit æqualis minori post demptam majorem) negativa evadit; hoc est, post terminatam finitamque Umbram in Coni apice, circellus factus ex sectione Coni, Umbroso Cono ad verticem positi, ex Luna videtur sub angulo æquali differentiæ angulorum, in quibus Sol & Luna ex Terræ centro apparent. Circellus autem hic circelli Umbrosi locum tenet: est enim totius circuli penumbrosi maxime obscurus, & (Umbræ plenæ instar) æqualiter obscurus; cujus nempe puncta singula

gula illuſtrantur ab exceſſu Solaris Diſci ſupra Lunarem ex Tellure apparente: Nam præcedentia omnia vera ſunt de ON recta ultra C ducta.

PROPOSITIO XXXIV.

Si Sphæra opaca Sphæræ lucidæ exponatur, præter umbram totalem ſive plenam fiet penumbra (hoc eſt, ſpatium medii circumfuſi, à cujus ſingulis punctis aliqui per opacam ſphæram arcentur radii) ad partes à ſphæra lucida averſas, incluſa ſuperficie coni recti, cujus axis idem eſt cum axe umbræ plenæ, & angulus verticalis trianguli per axem æqualis eſt ſummæ angulorum, quibus ſphæra lucida ex centro opacæ & ſphæra opaca ex centro lucidæ videntur. Et ſi conus hic penumbroſus ſecetur utcunque plano ad planum baſis parallelo, penumbroſi circuli ſic geniti (incluſo circulo plene umbroſo ad ejus centrum, ſi quis ſit) diameter ex centro opacæ ſphæræ ſpectata videtur ſub angulo æquali aggregato trium angulorum; eorum nempe ſub quibus opaca ſphæra ex centris ſphæræ lucidæ & circuli penumbroſi videtur, ejuſque in quo ſphæra lucida ex opacæ centro ſpectatur.

Reliquis manentibus ut in præc. ducantur rectæ DE, FG circulos ad partes alternas contingentes, ſe mutuo in rectæ AB puncto C decuſſantes. Patet præter umbram totalem projici etiam circa hanc penumbram in partes à lucida ſphæra averſas, quia ſpatium omne intra ſuperficiem conicam, genitam à recta DE ultra ſphæram opacam producta circa axem AB rotata, tale eſt ut ab ejus ſingulis punctis quidam ſphæræ lucidæ radii arceantur per interpoſitionem opacæ; & ideo non tantum illuſtratur atque reliquum huic ſpatio conico circumfuſum, à quo nulli arcentur. Et ſpatii hujus partes viciniores ipſi umbræ plenæ (in ejus meditullio poſitæ, à quo omnes arcentur radii à lucida ſphæra manantes) obſcuriores ſunt

Tab. XXX. Fig. 1.

quam

Tab. XXX. Fig. 1. quam remotiores; quippe radiis à minore lucidæ ſphæræ parte provenientibus illuſtratæ: Superficies autem penumbram circumſcribens eſt coni recti, cujus axis eſt recta AB ultra ſphæram opacam protenſa, baſis vero circulus diametro DF vel EG deſcriptus.

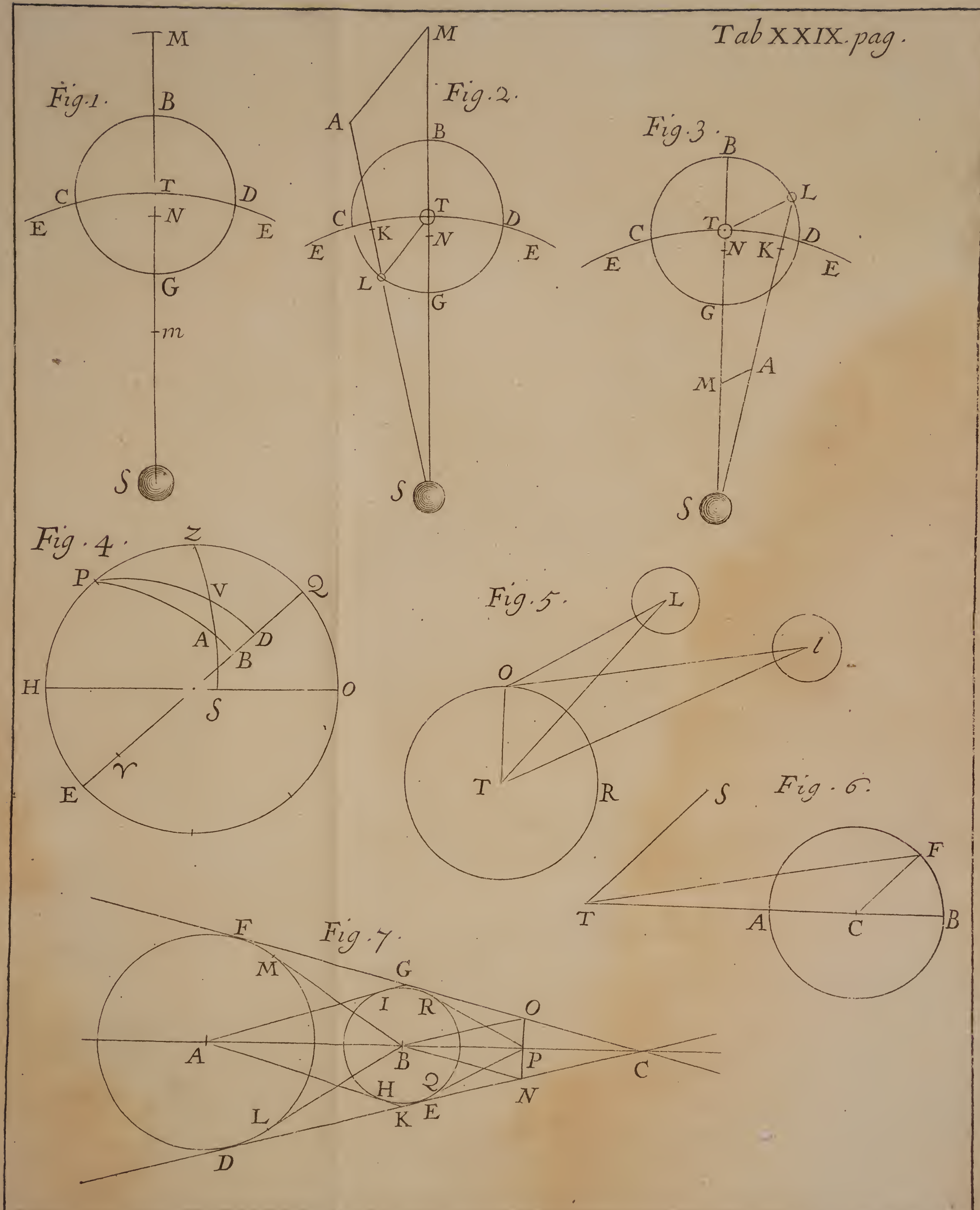
Eodem prorſus modo quo in præc. ex A ducantur rectæ circulum GE contingentes in H & I, quarum AH cum ipſa DE producta concurrat in K; & ex B ducantur rectæ tangentes circulum DF in L & M. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus ACD æqualis eſt AKD & BAK ſimul: Sed AKD eſt proxime æqualis ABL; & igitur ACD æqualis eſt ABL & BAH ſimul. Et ſumendo horum duplos, angulus FCD æqualis eſt angulis MBL & IAH ſimul ſumptis.

Ponatur alterutra ſphæra, *v. g.* EG opaca, & ſecetur conus penumbroſus plano baſis plano parallelo, fietque circulus cujus diameter NO eſt rectæ DF vel EG parallela, cujuſque centrum P eſt in axe coni; ex quo ducantur PQ, PR circulum EG tangentes, & jungantur rectæ BO, BN. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus PBN æqualis eſt BNC & BCN ſimul ſumptis: Sed (ſi BN ſit fere æqualis BP, quod ſuppono) BNC eſt proxime æqualis BPQ, & modo oſtenſum eſt BCN eſſe æqualem ABL & BAH ſimul ſumptis; & igitur PBN æqualis eſt aggregato trium angulorum BPQ, BAH & ABL. Et ſumendo horum duplos, angulus OBN æqualis eſt aggregato trium angulorum QPR, HAI & LBM.

SCHOLIUM.

Si ſphæra DF referat Solem, EG Terram, & NPO partem Orbitæ Lunaris; Penumbræ Semidiameter ex centro Terræ viſa æqualis eſt ſummæ Parallaxium horizontalium Solis & Lunæ auctæ Semidiametro apparenti Solis.

At ſi ſphæra DF referat Solem, EG Lunam, NPO portionem Diſci Telluris in quam Penumbra incidit; Penumbræ Semi-


Tab XXIX. pag.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.

Semidiameter ex Lunæ centro videtur in angulo æquali aggregato Semidiametrorum apparentium Lunæ ex centris Solis & Terræ, & Semidametri apparentis Solis ex centro Lunæ: & proinde, propter rationes in Schol. Prop. præc. allatas, in angulo proxime æquali aggregato Semidiametrorum Luminarium ex Terræ centro visarum.

Tab. XXX. Fig. 1.

PROPOSITIO XXXV.

Num dati Mensis Plenilunium futurum sit Eclipticum determinare; & si futura est Eclipsis, ejus Speciem (hoc est, sitne Partialis aut Totalis, cum aut sine Mora) definire.

Fig. 2.

INveniatur per Prop. XXXI. Plenilunii veri dato Mense contingentis Tempus, ad quod (per Prop. XVIII. Lib. II.) quæratur Locus Solis, dabiturque proinde punctum huic oppositum: Sit illud O in annexis figuris, ubi C ☊ refert Eclipticam. Ad idem Tempus quærantur Loca Nodorum Lunæ, (quorum puncto O proximus sit ☊,) & Inclinatio Orbitæ Lunæ ad Eclipticam. Per O ductus intelligatur Latitudinis circulus O P, Orbitæ Lunæ ☊ P occurrens in P puncto, ubi Luna versatur tempore Plenilunii veri. In Lunæ Cœlo circa O centrum perpetuo versatur circulus umbrosus per R G expressus, ex sectione Umbræ Terræ conica per dicti Cœli portionem basi Coni parallelam genitus, quem si Luna M H, vel tota vel in parte, subintret, futura est Eclipsis; sin aliter, nulla. Luna vero omnium proxime ad O accedit, adeoque si in Umbram immergitur omnium maxime in Umbram immergitur, cum ejus centrum punctum L tenet, quod arcus circuli maximi O L in Viam Lunæ perpendicularis ostendit: punctum enim L propius ad O accedit quam aliud quodvis Viæ Lunaris punctum. Patet vero si O L arcus excedit O R & L M Semidiametros Umbræ & Lunæ simul sumptas, (ut in fig. 1.) Lunam ab Umbra illibatam in Via sua ☊ P promoveri.

Tab. XXX. Fig. 2.

Si O L ipſi dictarum Semidiametrorum ſummæ æqualis fuerit, Luna Umbram continget quidem, nec tamen illam ſubintrabit aut deficiet. Si arcus O L minor ſit aggregato Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, major tamen quam illarum intervallum, (ut in fig. 2.) Luna deficiet; Defectus tamen non erit Totalis, ſed Partialis tot Digitorum quot Unciæ Diametri Lunaris Diſci in Umbram immerguntur. Si vero prædictus arcus O L ipſi dictarum Semidiametrorum intervallo æquetur, Defectus Totalis quidem erit, at ſine Mora: Quamprimum enim Luna tota in Umbram immergitur, Lunari Diſco circulum Umbroſum interius contingente, Luna ulterius paululum progreſſa denuo emergere ſtatim incipiet. Quod ſi O L arcus minor ſit quam prædictum Semidiametrorum Umbræ & Lunæ intervallum, tum integra Luna in Umbram immergetur, aliquâ Umbræ parte ultra Lunam protenſa, (ut in fig. 3;) unde non ſolum Totalis erit Lunæ Defectus, ſed aliquandiu durabit; hoc eſt, erit Totalis cum Mora, majori quidem aut minore pro arcûs O L magnitudine, Umbræ craſſitie Lunæque velocitate.

Fig. 3.

Quomodo vero arcus O L ſit inveniendus, ſic patet: In triangulo ſphærico ☊ O P rectangulo ad O, datur ☊ O diſtantia Nodi à puncto Soli oppoſito, angulus ad ☊ Inclinatio Viæ Lunaris ad Eclipticam tempore Conjunctionis, unde invenientur angulus ad P & latus O P. Rurſus, in triangulo P O L præter rectum ad L dantur modo inventa latus & angulus, unde O L & P L eruentur. Promptiſſime autem invenitur O L ex Tabulis Latitudinis Lunæ, capiendo illum æqualem Latitudini ad argumentum Latitudinis æquale ipſi ☊ O: Nam poſito ☊ ω æquali ☊ O patet $\omega\lambda$ arcum ad Eclipticam perpendicularem æqualem eſſe arcui O L; in triangulis etenim O L ☊, $\omega\lambda$ ☊ communem angulum ad ☊ habentibus omnia ſunt æqualia. Porro, ad Tempus Plenilunii ſupra inventum datur (per Prop. XXXII.) Lunæ Semidiameter apparens, &

(per

(per Schol. Prop. XXXIII.) apparens Semidiameter Umbræ Telluris, qua Luna hanc transit; & igitur poterit Semidiametrorum Umbræ & Lunæ summa vel differentia cum arcu O L supra invento comparari, & inde judicium ferri de Eclipsis Lunaris specie, secundum superius demonstrata.

Tab. XXX. Fig. 3.

Communiter per Umbram Telluris non nisi totalis Umbra intelligitur; hæc enim sola omne Lumen Lunare tollit, quippe ad quam nulli radii Solares pertingunt: neque Lunam deficere dicimus nos Terricolæ, nisi istud accidat. Luna autem revera deficere incipit quamprimum Telluris Penumbram ingreditur, quippe quæ minus in hoc casu illustratur, opacâ Terrâ quosdam Solis radios ab illa arcente. Sed & ipsius Penumbræ Terrestris effectus in Lunam nobis Terricolis manifesti sunt: inde enim fit quod Luna jamjam defectura prius hebetetur & palleat, præsertim in parte qua vicina est Umbræ. Nam (ut Prop. XVIII. Lib. I. explicatum est) priusquam totus Sol tegatur alicui parti Lunæ, hoc est, priusquam Luna totalem Umbram attingat, pars Solis ab ipsa per Terram intercipitur, & Solis pars major ab ejus Limbo Umbræ totali propiori: totus autem Sol clarius Lunam illustrat quam pars, & pars major clarius quam minor. Si igitur de hujusmodi Eclipsi Lunæ sermo sit, loco Umbræ totalis Terræ (de qua sola superius dictum) sumenda est Penumbra, cujus Semidiameter per Schol. Prop. XXXIV. innotescet.

COROLLARIUM.

Hinc *Termini* qui vocantur *Ecliptici* pro Luna definientur. Si enim O L minor sit quam summa Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, aliqualis saltem erit Eclipsis. In triangulo igitur ☊ L O datis præter rectum ad L angulo L ☊ O & latere O L, dictæ Semidiametrorum summæ æquali, invenietur latus ☊ O, distantia nempe Lu-

Fig. 3.

næ

Tab. XXX. Fig. 3. næ à Nodo in Ecliptica computata; quâ obtinente, tempore Plenilunii veri, Luna illibato lumine Umbram præteribit: si vero dicto Plenilunii momento, Lunæ distantia à Nodo minor sit quam supra inventus ☊ O arcus; Luna Eclipsin patietur aliqualem: Ob parvitatem vero anguli ad ☊ & laterum trianguli ☊ O P, O P parvo admodum intervallo differt ab O L; & igitur Termini Ecliptici ii tuto constituentur, quando Tempore Plenilunii veri Lunæ Latitudo est æqualis summæ Semidiametrorum Lunæ & Umbræ.

LEMMA.

Fig. 4. *Datis in superficie sphæræ arcubus* B C, D E *circulorum maximorum, qui in datis angulis insistunt super* A B D *circulum etiam maximum, una cum arcu* B D, *invenire angulum* A, *quem circulus maximus per* C *&* E *traductus comprehendit cum* B D.

DUcantur circuli maximi B E, C D. In triangulo C B D datis lateribus C B, B D cum angulo interjecto C B D, dantur latus C D angulusque C D B: Sed datur angulus B D E; ergo & C D E notus erit. In triangulo porro C D E datis lateribus C D, D E cum angulo C D E, innotescet & C E D angulus. In triangulo tandem A D E datis angulis A D E, A E D cum latere D E, invenietur angulus A.

PROPOSITIO XXXVI.

Datis Inclinatione Orbitæ Lunaris ad Eclipticam & Motu horario Solis & Lunæ, invenire Inclinationem Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam, vel ad Latitudinis circulum, datæ Lunæ distantiæ à Nodo competentem.

IN præcedentibus ostensum est quomodo Viæ Lunæ absolutæ, sive Orbitæ, Inclinatio ad Eclipticam ad datum

tum Tempus reperiatur. Verum in Luminarium Defectibus ſupputandis ſcire oportet Viam quam tenet Luna à Sole eive oppoſito puncto, quomodo nempe hæc ad Eclipticam inclinatur; & Lunæ Motus conſideratur qui à Sole fit, quaſi Sol ipſe immotus conſiſteret, aut potius quaſi Sol poſt aliquem motum in priſtinum locum retraheretur, unaque Luna tantundem, per rectas parallelas. In hoc caſu patet Viam, quam Luna à Sole in ſenſu jam explicato ingreditur, aliam eſſe à Via Lunæ abſoluta, aliterque ad Eclipticam inclinari.

Ad hanc Inclinationem exquirendam referat S C Eclipticam, L B Viam Lunæ abſolutam, ☊ Nodum. Sit S Sol aliudve quodvis Eclipticæ punctum, datam habens à Sole diſtantiam; L Locus Lunæ, cujus Latitudo L A. In temporis parte ſatis parva (Hora *e. g.* aut binis Horis) motus intelligatur Sol ab S ad σ, & Luna ab L ad λ. Retrahi jam ſupponatur Sol ab σ ad S, ſimulque tantundem Luna, nempe ab λ ad l per rectam $\lambda\, l$ parallelam & æqualem σ S; junctus intelligatur arcus L l, qui erit Via quam Luna à Sole mota percurrit, licet ejus Via abſoluta ſit circulus L B. Ad determinandam Viam hanc L l, dantur L A Latitudo puncti L in vera Lunæ Via dati, & $l\, a$ Latitudo puncti l eadem cum $\lambda\, \alpha$ Latitudine puncti λ in vera abſolutaque Lunari Via L B etiam dati, cum detur ejus diſtantia λ L à dato L, Via nempe Lunæ dato tempore percurſa: datur etiam A a differentia Longitudinum, nempe exceſſus datæ A α ſupra $a\, \alpha$ vel S σ; dabunturque proinde (per præc. Lem.) angulus inter L l Viam Lunæ à Sole & Eclipticam, & angulus L $l\, a$ inter dictam Viam & Latitudinis circulum $a\, l$ comprehenſus. Q. E. F.

Tab. XXX. *Fig.* 5.

COROLLARIUM.

Quo minor eſt Motus Lunæ à Sole, eo (cæteris paribus) angulus inter Eclipticam & l L major eſt; nam, $\lambda\, l$ eâ-

Fig. 5.

Tab. XXX. Fig. 5. λ *l* eâdem manente, patet quo L λ fuerit minor angulum λ L *l* esse majorem: Et quo punctum L est Nodo propius, eo (cæteris paribus) major erit angulus inter *l* L & Eclipticam; nam quo L est propius ad ☊, λ L portio minima, considerata tanquam recta, majorem angulum cum ☊ C comprehendit, & igitur à fortiori *l* L: Sed & angulus *l* λ L etiam major est, quia λ *l* est ubique ad ☊ C parrallela.

SCHOLIUM.

Artifices Tabulas condunt angulorum horum, quos Via Lunæ à Sole cum Ecliptica comprehendit, pro vario tum Lunæ à Sole Motu horario, tum Lunæ à Nodo distantia, ut Lunæ per Telluris Umbram, Umbræve Lunaris per Telluris discum, Via prompte & facile determinetur. Tabulas hasce supputant ad singula gradûs scrupula prima excessûs Lunaris Motûs supra Solarem in Horæ spatio: Sed cùm in Eclipsibus præcipue inserviant, harum Tabulæ ad distantiam à Nodo tantum producuntur, in qua Luna versans in Umbram Terræ incurrere potest, aut Umbram suam in aliquam Telluris partem projicere.

PROPOSITIO XXXVII.

Mediæ Eclipsis Lunaris dato Mense contingentis Tempus determinare.

Fig. 6. Referat ut prius ☊ K Eclipticam; ☊ E Viam Lunæ à Sole per præc. inventam pro Eclipsi Media, (si libet hanc habere, quasi obtineret toto Eclipsis tempore, quod tuto satis fit; alias licebit exactius procedere Viam hanc Lunæ à Sole sæpius quærendo;) ☊ Nodum hujus proximum; D R C G Umbræ Telluris sectionem circularem à Cœlo Lunari factam, in quam Luna deficiens incurrit, cujus centrum sive potius polus O.

Eodem

Tab. XXX. Fig. 6.

Eodem polo deſcribatur alter circulus A F B umbroſo circulo exterior, ita ut diſtantia A C inter horum circumferentias æquetur Semidiametro Lunæ apparenti. Circuli hi occurrant Viæ Lunari in M, N, A, B. Si ♌ E non ſecat circulum A F B, nulla erit Eclipſis per præc. Ducti intelligantur arcus circulorum maximorum O A, O B circulo D C G in C & D occurrentes; item circulus Latitudinis O P Viæ Lunæ in P occurrens, ut prius. Si per O ducatur O R F arcus circuli maximi perpendicularis ad circulum ♌ E, illi in L occurrens; erunt (ex *Element. Sphæric.*) arcus L B, L A, item L M, L N æquales. Adeoque Luna (quam Eclipſis tempore æquabiliter moveri ſupponimus) tantum temporis inſumit pergendo ab A ad L quantum ab L ad B. Centris ſive polis A, B, diſtantiis A C, A D deſcripti intelligantur circuli, qui Lunam rite referent (cum A C ſit ad O C ut Semidiameter Lunæ ad Semidiametrum Umbræ) contingentque circulum D C G, puta in C & D. Lunæ centro punctum A obtinente Eclipſis Lunæ incipit, (quippe Lunæ limbus Umbræ limbum in C attingit,) & centro hoc ad B progreſſo finitur Eclipſis ob eandem rationem; & igitur Eclipſis iſtius Medium incidit dum Lunæ centrum punctum L tenet, idem nempe proxime in quo verſante centro Lunam omnium maxime in Umbram immergi Prop. præc. oſtenſum eſt. Similiterque oſtendemus Tempus, quo Lunæ centrum punctum L attingit, in Eclipſibus totalibus eſſe medium Obſcurationis totalis, quando integra Luna in Umbram immergitur; ut verbo dicam, eſſe medium tranſitûs centri Lunæ ab N ad M, quia N L æqualis L M. Nodi Locus & Limitum Inclinatio pro immutatis habentur, non ſolum propter parvitatem temporis quo Eclipſis durat, ſed quod Nodis in Syzygiis cum Sole verſantibus hæc vere immutata manent, per Propp. XIV & XV. Problema igitur huc redit, ut determinetur Temporis punctum cum Lunæ centrum in L reperitur. Ad quod faciendum inveniatur (per Prop. XXXI.) Tempus

Tab. XXX. Fig. 6. veræ Oppoſitionis, hoc eſt, tempus quando centrum Umbræ erit in O, & Luna in P; niſi hæc duo coincidant, quod fit cum tempore veræ Oppoſitionis Sol Nodorum Lunarium alterutrum tenet, quo caſu OL, PL & OP evaneſcunt: In præc. autem inventa eſt per reſolutionem triangulorum ☊OP, OLP, magnitudo arcûs LP. Inveniendum igitur eſt tempus requiſitum ut Luna percurrat PL, & quidem non PL ſimpliciter, ſed PL ultra Solis Motum in Ecliptica; (nam interea dum Luna tranſit à vera Oppoſitione ad punctum ſuæ Orbitæ centro Umbræ proximum, vel ab hoc ad illam, Sol eique proinde Oppoſitum punctum, Umbræ centrum, in Ecliptica procedit;) quod fit inveniendo Motus horarios Solis & Lunæ tempori Eclipſis congruos, & inde horum differentiam, Lunæ à Sole Motum horarium tempori Eclipſis competentem, ut in Prop. XXXI; unde per analogiam invenietur tempus requiſitum ut Luna à Sole moveatur per arcum cognitum LP. Ex figurarum reſpectivis caſibus adaptatarum inſpectione patet tempus, quo Lunæ centrum eſt in L puncto Umbræ centro proximo, præcedere Tempus Oppoſitionis veræ celebrandæ cum Luna ad P pervenerit, in caſu præſente; hoc eſt, cum Luna mox ſuperavit Nodum aſcendentem, quod obtinet etiam cum mox ſuperavit Nodum deſcendentem: Sed cum Luna nondum aſſecuta eſt Nodos, Tempus mediæ Eclipſis poſterius eſſe Tempore Oppoſitionis veræ; unde conſtat quando Tempus inter veram Oppoſitionem mediamque Eclipſin Tempori Oppſitionis addendum ſit quando ſubducendum, ut conficiatur Tempus mediæ Eclipſis.

Artifices vulgo Tabulas condunt Temporis, quo LP arcus percurritur, addendi aut ſubſtrahendi à Tempore Syzygiæ veræ, ut fiat Tempus Eclipſis mediæ aut Obſcurationis maximæ. Tempus hoc varium eſt pro varia Motûs Lunæ à Sole velocitate & varia diſtantia à Nodo. Tabulas haſce, ut prius illas de quibus Schol. Prop.

XXXVI,

XXXVI, ad ſingulos gradus Terminorum Eclipticorum producunt.

PROPOSITIO XXXVIII.

Tempus Initii & Finis Eclipſis Lunæ dato Menſe contingentis, item Immerſionis totalis Lunæ in Umbram determinare; indeque Durationem tam integræ Eclipſis quam totalium Tenebrarum definire.

Iiſdem poſitis quæ in præcedente, niſi quod in ſchemate I. Luna deficiens verſus Nodum deſcendentem vergere ponatur, patet Eclipſin incipere cum centrum Lunæ eſt in A, Lunæ limbo Umbræ limbum ad C (per *Prop.* IV. *Lib.* II. *Theod.*) contingente. In triangulo igitur ALO rectangulo ad L dantur præter rectum hypothenuſa OA, ſumma nempe Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, & OL diſtantia minima centri Umbræ à centro Lunæ Prop. XXXV. inventa; invenietur igitur arcus AL, adeoque Tempus requiſitum ut Luna hunc (exceſſu motûs ſui ſupra Solis motum) percurrat; hoc eſt, Semiduratio integræ Eclipſis. Sed ex præc. notum eſt Tempus mediæ Eclipſis; innoteſcent igitur ejus Initium & Finis.

Tab. XXX. *Fig.* 7. & 8.

Ad determinandum Initium totalis Immerſionis Lunæ in Umbram Terræ, reliquis manentibus ut ſupra, ſit in ſchemate 2, ubi Defectus Lunæ incidit dum Luna ad Nodum aſcendentem appropinquat, circulus AFB circulo umbroſo CDG interior; circulus centro A, diſtantiâ AC deſcriptus (per *Prop.* III. *Lib.* II. *Theod.*) tanget CGD interius, adeoque rite Lunam repræſentabit in propria Via E ☊ progredientem, cum primum tota in Umbram GCD immergitur. Ad inveniendum Temporis punctum quando centrum Lunæ tenet A, in triangulo rectangulo ALO dantur latera OL (per Prop. XXXV.) & OA, quod per conſtructionem æquale eſt differentiæ Semidiametrorum Umbræ & Lunæ; innoteſcet igitur AL ar-

cus Viæ Lunaris percurrendus motu Lunæ ſupra motum Solis, ex quo Luna tota in Umbram immergitur ad uſque Eclipſis medium. Ex cognito igitur ad Eclipſis tempus motu Lunæ à Sole tempori certo (*v. g.* Horæ) competenti, cognoſcetur tempus inſumendum ut Luna (exceſſu motûs ſui ſupra motum Solis) arcum A L percurrat; hoc eſt, Semiduratio totalium Tenebrarum. Sed per præcedentem notum eſt mediæ Eclipſis momentum, unde Initium & Finis totalis Immerſionis Lunæ in Umbram Terræ innoteſcent. Q. E. F.

SCHOLIUM.

In reſolutione trigonometrica triangulorum O L P, A L O, B L O, ut & figurarum L l λ, A L λ α, in Prop. præc. poterunt illa pro rectilineis haberi (quod & communiter fit) ob parvitatem laterum: tantilla enim ſuperficiei ſphæricæ portio tuto poteſt cenſeri plana.

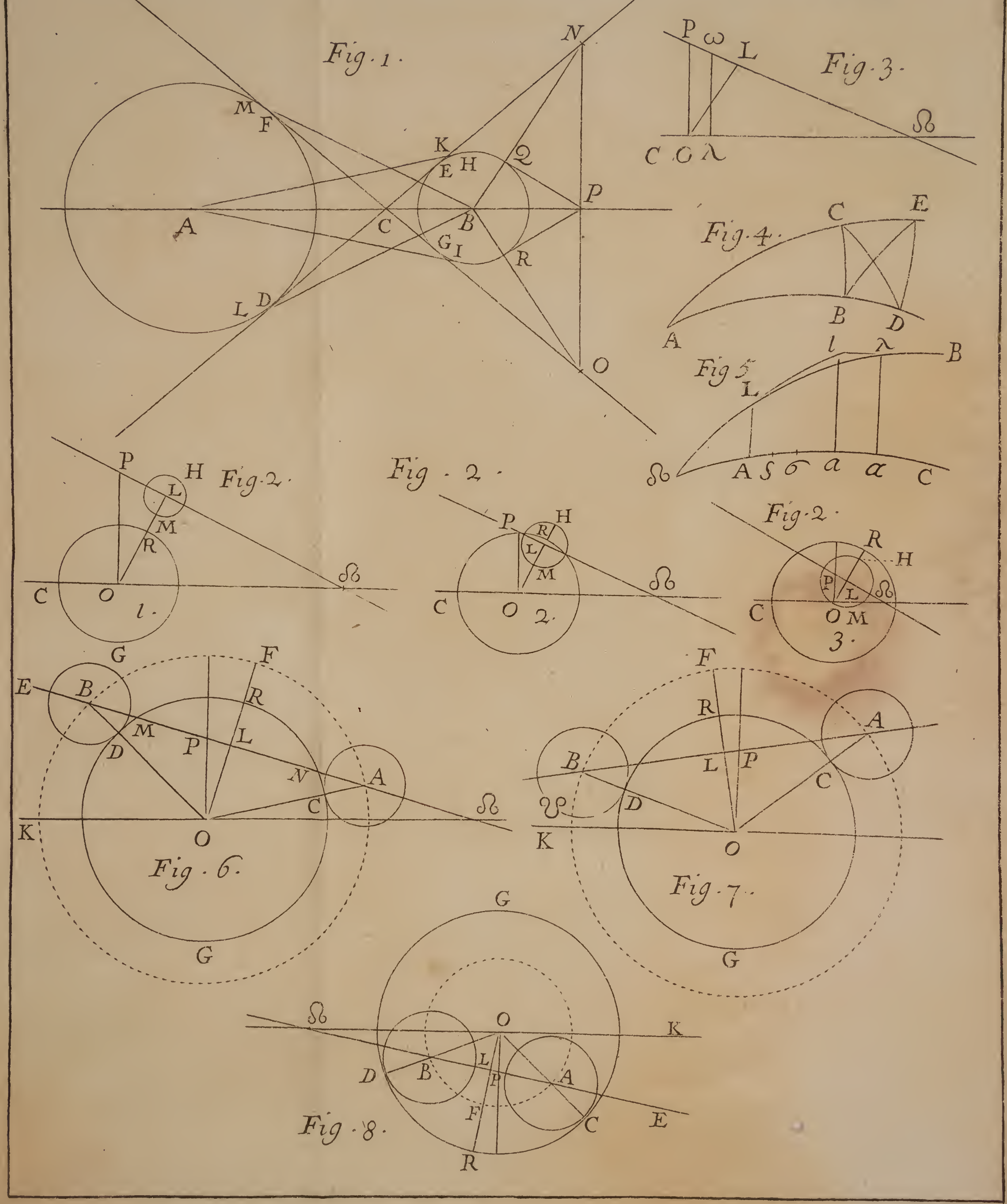
PROPOSITIO XXXIX.

Quantitatem Eclipſis dato Menſe contingentis, tam in ejus medio, quam alio quovis dato Tempore definire.

Tab. XXXI. Fig. 1. & 2.

IIſdem poſitis, in annexo ſchemate Defectum Lunæ referente contingentem paulo poſt ſuperatum Nodum deſcendentem, invenienda eſt Quantitas Eclipſis mediæ partialis. Lunæ Diſcus Defectu medio centro L (jam ſæpius determinato) deſcriptus ſecet O R rectam in M. Cum igitur detur (in partibus circuli maximi in Sphæra Cœleſti) O R Semidiameter Umbræ, & Prop. XXXV. inventus ſit O L arcus, diſtantia minima centri Lunæ à centro Umbræ in partibus iiſdem; dabitur (per 4. *Dat.*) horum arcuum differentia L R: Sed datur L M Lunæ Semidiameter; unde (per 3. *Dat.*) M R horum ſumma data eſt in iiſdem; ejuſque ideo (per 1. *Dat.*) ratio ad integram Lunæ Diametrum M H, in partibus circuli

Tab. XXX. pag.



culi itidem notam, etiam data eſt: & M R eſt pars Diametri Lunaris Eclipſi mediâ obſcurata; datur igitur ratio Diametri partis obſcuratæ ad integram; ergo & numerus Unciarum Unciæque partium Diametri obſcuratæ.

Tab. XXXI. Fig. 1. & 2.

Non abſimiliter Eclipſis Quantitas ad datum Tempus ante vel poſt Plenilunium verum viſa invenietur. Ex invento per methodum ſupra indicatam motu Lunæ à Sole horario, determinabitur arcus quo Luna diſtat à puncto P, ubi Plenilunium verum celebratur: Sit hic P S; ideoque centri Lunæ Locus ad Tempus datum eſt S. Jungatur arcus O S Lunæ Diſco in M & H, circuloque C D G in R occurrens. In triangulo ☋ O P dantur præter rectum ad O latus ☋ O anguluſque O ☋ P; unde invenientur latus O P (jam ſupra definitum) & angulus O P ☋. In triangulo rurſus O P S dantur duo latera P O, P S & angulus interjectus O P S; unde dabitur etiam O S arcus, & proinde hujus notique arcûs S M differentia O M: Sed datur O R, & proinde ipſarum O R, O M differentia M R data eſt; omnes nempe in partibus circuli, ut ſupra: adeoque, ut in caſu priori, Quantitas Eclipſis in Unciis Diametri & Unciæ partibus expreſſa.

Si M R excedat Diametrum Lunæ integram (quem caſum ſchema annexum refert) Eclipſis dicitur tot Digitorum quot Diametri Lunæ Uncias M R continet; abuſive quidem & improprie, cum proprie loquendo Luna deficere nequeat pluribus Digitis quam ipſa habet in ſua Diametro; M R autem conflatur ex Lunæ Semidiametro M S & S R diſtantia mimima Centri S ab Umbræ margine C D G, quæ (per *Elem. Sphæric.*) circuli maximi centra O & S conjungentis arcus eſt.

Fig. 2.

Corollarium I.

Hinc facile determinabuntur Telluris Loca, ex quibus Eclipſis Lunaris data Phaſis ſpectari poteſt. Cum enim ad iſtam Phaſin deficientis Lunæ locus ex Prop. hac detur

tur, & hora in dato Loco Telluris; dabitur (per Coroll. XXXVI. Lib. II.) Locus Terræ, cui Luna tum eſt in vertice. Omniaque Loca, quæ hinc abſunt minus quadrante circuli, hanc videbunt; quæ magis, non videbunt; quæ ipſo quadrante, in Horizonte videbunt.

COROLLARIUM 2.

Ex tribus ultimis Propoſitionibus Schema Eclipſis Lunaris in plano graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli Lunaris pars, quam Umbra (vel etiam Penumbra) Terræ una cum Luna ad Eclipſis Initium illam tangente occupat, pro plano tuto poſſit haberi: Ductis rectis, ſe decuſſantibus in angulo æquali illi quem Via Lunæ cum Ecliptica comprehendit, Circulos iſtos, earumque concurſu Nodum proximum referentibus; ſumatur in recta Eclipticam referente punctum à communi rectarum concurſu diſtans tot partibus æqualibus quibuſvis quot partibus circuli (*v. g.* ſcrupulis) Centrum Umbræ ſive punctum Soli oppoſitum diſtat à Nodo; centro hoc deſcribatur Circulus Terræ Umbram referens, hujus Semidiametrum tot prius aſſumptarum æqualium partium faciendo quot ſcrupulorum in Cœlo Umbræ Semidiameter revera occupat; ex hoc centro ducendo rectas tam ad Eclipticam quam ad Viam Lunarem normales, ſignabuntur in Via Lunari puncta veri Plenilunii mediæque Eclipſis. Quod ſi eodem centro, extra intraque circulum hunc umbroſum, alii duo ducantur à priori diſtantes ſpatio tot prius aſſumptarum æqualium partium, quot prædictorum ſcrupulorum Lunæ Semidiameter apparens conſtat; horum circulorum interſectiones cum recta Viam Lunæ referente oſtendent in Schemate puncta, in quibus Lunæ centrum verſatur ad Initium & Finem Eclipſis totaliſque Obſcurationis. Cum porro Motus horarius Lunæ à Sole & Horarum in dato Loco numerus tempore veri Plenilunii, ut & incipientis, mediæ & finientis Eclipſis,

ex

ex præcedentibus dentur; recta Lunarem Viam repræsentans dividetur in partes æquales, quæ numeris insigni-entur Horas denotantibus, in data habitatione numeratas, quibus Luna puncta Cœli homologa tenet. Et Lunæ deficientis Phasis, quolibet tempore contingens, oculo commodissime subjicietur, si puncto in Via Lunari, numero Temporis dati insignito, tanquam centro & intervallo Semidiametrum Lunæ apparentem referente describatur circulus: hic, quâ parte intra circulum Umbram referentem cadit, repræsentabit Lunæ partem deficientem; quâ vero extra illum prominet (si modo prominet) partem illustratam ostendet: adeoque Digiti Eclipticі per se patent, ut & ratio inter integrum Lunæ Discum & partem ejus lucidam (si qua est) nempe differentiam inter duo segmenta datorum circulorum, quæ ex circuli dimensione innotescit.

SECTIO VIII.

De Eclipsi Solis.

HActenus de Lunari Eclipsi dictum: Superest ut de Solari etiam agamus. Ac prius quidem hanc universaliter tractabimus, Umbramque Lunarem in Terram incidentem considerabimus, quomodo vere proprieque Eclipsis Terræ dicenda esset: Nam in hac Terra easdem vices gerit quas Luna in supra descripta Eclipsi Lunari, Lunaque easdem hic quas illic Terra. Deinde Phænomenon hocce Eclipsis Terræ considerabimus, quatenus Telluris incolæ in Lunari Umbra immerso, Cœlumque suspicienti, Luna aliquam Solis partem tegit, & quâ Sol ideo deficere videtur; unde Phænomeno huic Solis Defectûs nomen est inditum.

PROPOSITIO XL. LEMMA.

Si Diſtantia apparens inter Solem & Lunam ex centro Terræ viſa ſit æqualis Parallaxi Lunæ horizontali; hæc, aucta Parallaxi Solis horizontali, æquat Diſtantiam inter Terræ centrum centrumque Umbræ Lunaris in Terræ Diſcum exceptæ, viſam ex puncto ubi recta Solis & Terræ centra conjungens Lunæ Cœlo occurrit: & proportionaliter ſi Diſtantia Solis & Lunæ major ſit vel minor.

Tab. XXXI. Fig. 3.

SIt Terræ centrum T, Solis S, TS recta conjungens centra Solis & Terræ, normalis ad Diſcum Terræ DT, Cœlo Lunæ in M occurrens. Sit ♌ L Orbita Lunæ, in qua L Luna; ♌ M Ecliptica; LM Diſtantia ex T apparens inter Solem & Lunam, Lunæ Parallaxi horizontali æqualis. Juncta SL producatur donec Terræ Diſco DT occurrat in V, ubi centrum Umbræ Lunaris in Diſcum Terræ exceptæ verſatur. Dico angulum TMV æqualem eſſe STL Diſtantiæ apparenti Solis & Lunæ & Parallaxi Solis horizontali ſimul. Ducatur LR parallela MT, & jungatur MR. Quoniam angulus TMV æqualis eſt angulis TMR & RMV ſimul ſumptis, angulus autem TMR (per *Prop.* XXIX. *El.* I.) æqualis LRM, hoc eſt (ob viciniam punctorum R & T) LTM, & RMV (ob eandem rationem) ipſi RLV, ſive (per *Prop.* XXIX. *El.* I.) LSM æqualis; erit TMV æqualis angulis LTM & LSM ſimul ſumptis. Porro, quia angulus LTM ſupponitur Parallaxi Lunæ horizontali æqualis, & L Luna; erit Diſtantia punctorum L & M Semidiametro Terræ æqualis; (Parallaxis enim Lunæ horizontalis eſt angulus in quo Terræ Semidiameter videtur ad diſtantiam æqualem diſtantiæ Terræ & Lunæ:) adeoque LSM angulus eſt proxime horizontalis Solis Parallaxis, (angulus nimirum

rum in quo apparet Terræ Semidiameter ad distantiam Solis & Terræ, hoc est, fere ad distantiam Solis & Lunæ,) & angulus L T M est Solis & Lunæ Distantia ex centro Terræ visa. Et igitur angulus T M V æquatur Distantiæ Solis & Lunæ ex Terræ centro visæ & Solis Parallaxi horizontali simul sumptis. Tab. XXXI. Fig. 3.

Eodemque modo si arcus L M sit semissis, sesquialter aut duplus Parallaxis Lunæ horizontalis; erit angulus T M V æqualis L T M & semissi, sesquiplæ aut duplæ Parallaxi Solis horizontali. Q. E. D.

PROPOSITIO XLI.

Num dati Mensis Novilunium futurum sit Eclipticum, hoc est, num in qualibet Terræ parte Sol partialiter aut totaliter deficere videbitur, determinare; & si futura est Eclipsis, ejus Speciem definire.

REferat D C G Tellurem, in qua Poli revolutionis diurnæ sunt P punctumque huic oppositum latens. Hemisphærium in Schemate conspicuum idem sit cum illo à Sole illustrato; adeoque D C G circulus, cujus centrum T, Hemisphærium illuminatum ab obscuro disterminans, cujus planum est Terræ Discus. In planum Disci Telluris D C G excepta intelligatur Umbra Lunæ à Sole facta: erit hæc sic excepta formâ circulari, puta H M, cujus centrum V; quia conus penumbrosus est rectus, ejusque axis ad planum Disci perpendicularis fere: nam de casu quo V à T non multum distat nos tantum loquimur, cum in hoc solo Lunæ Umbra Terram attingere possit; hoc est, Solis aliqualis Eclipsis fieri. In hujus centro circellus est totaliter umbrosus, si Lunæ Umbra totalis hucusque porrigitur: reliqua circumcirca corona est pene umbrosa, cujus partes circello prædicto propiores obscuriores sunt, per Prop. XXXIV. Patet quod, si Penumbra Tellurem non tangat, nulla futura Fig. 4.

 est

Tab. XXXI. Fig. 4.

eſt Eclipſis per univerſam Terram: Sin aliqua Telluris pars Penumbræ immergatur, ea aliqualem (proprie loquendo ſicut prius de Luna) patietur Eclipſin; ſive tractûs iſtius incolis Sol ob interpoſitam Lunam deficere videbitur. Patet autem Umbram in Terram incurrere, ſi circulus H M circulum D C G ſecet; alias non incurrere, cum circulus D C G ſit Telluris maximus.

Ut autem dignoſcatur an in dati Menſis Novilunio circulus H M circulum D C G ſecet, concipiatur Telluris Hemiſphærium à Sole illuſtratum & circulum penumbroſum deſuper ſpectari ab Oculo, in rectæ Solis & Terræ centra conjungentis puncto, ubi Cœlum Lunæ interſecat, conſtituto; quo caſu Hemiſphærium iſtud, licet convexum, quaſi Diſci planum videbitur, ſicut nobis Lunam intuentibus accidit; diſtantiâ Oculi abſtractionem à convexitate naturaliter cauſante. Eclipticâ, hâc ratione, tanquam recta videbitur, *v. g.* ☊ T K, cum Oculus in ejus plano reperiatur: Et quia Oculus à plano Orbis Lunaris proxime abeſt, Orbita Lunaris in Diſcum excepta, ſive potius Via centri circuli umbroſi, id eſt, linea quam hoc in plano Diſci Telluris deſcribit, erit etiam recta, puta ☊ *l*. Ex Terræ centro T ducatur T V in ☊ *l* normalis; erit V punctum omnium in ☊ *l* punctorum centro Terræ proximum. Adeoque ſi penumbroſus circulus H M Telluris Diſcum C D G omnino attingat, hunc attinget cum ejus centrum eſt in V: in quovis enim alio puncto circuli hi magis inter ſe diſtant. Et ob eandem rationem, ſi H M in C D G incurrat, maxime incurrit cum penumbroſi circuli centrum ad V pervenerit. Patet vero circulum H M circulum D C G non attingere, ſi centro ipſius H M ad V pervento V T excedat T R & V M ſimul ſumptas: Sed (per Prop. præc.) T V Oculo ut ſupra conſtituto apparet in angulo æquali Diſtantiæ Solis & Lunæ ex Terræ centro apparenti, auctæ angulo qui eſt ad Parallaxin Solis horizontalem ut dicta Luminarium Diſtantia ad Lunæ Paral-

Parallaxin horizontalem; & T R eidem oculo apparet sub angulo æquali Parallaxi Lunæ horizontali; & V M (per Schol. Prop. XXXIV.) ab eodem videtur in angulo æquali aggregato Semidiametrorum Solis & Lunæ ex Terræ centro apparentium: Si igitur circuli penumbrosi centro ad V pervento Distantia Luminarium ex Terræ centro visa, aucta angulo qui est ad horizontalem Solis Parallaxin ut dicta Luminarium Distantia ad Lunæ horizontalem Parallaxin, major fuerit quam aggregatum Parallaxis Lunæ horizontalis & Semidiametrorum Luminarium; patet nullam in quavis Terræ parte futuram Solis Eclipsin. Cumque in Noviluniis, in quibus Eclipsis subest suspicio, sive in quibus H M tangit D C G, Distantia Luminarium visa sesquialtera est Parallaxis Lunæ horizontalis, (nempe T V sesquialtera T R,) cum V M aggregatum Semidiametrorum apparentium Luminarium mediocrium subdupla quasi sit T R mediocris Parallaxis Lunæ horizontalis; nullus erit in tota Terra Solis Defectus, si circuli H M centro ad V pervento Distantia Luminarium ex Terræ centro visa, aucta sesquiplo Parallaxis Solis horizontalis, excedat summam Semidiametrorum Solis & Lunæ, & Parallaxis Lunæ horizontalis; hoc est, si Luminarium Distantia ex Terræ centro visa excedat summam Semidiametrorum Luminarium & Parallaxis Lunæ horizontalis, minutam sesquiplo Parallaxis Solis horizontalis.

Tab. XXXI. Fig. 4.

At si ista Distantia huic summæ æqualis fuerit, Penumbra Terram stringit, in illam tamen non incurret, nec Sol deficere Terricolæ videbitur.

Si vero illa hâc sit minor, hoc est, si Penumbræ centro in V versante, Luminarium Distantia ex centro Terræ visa deficiat à summa Semidiametrorum eorundem & Parallaxis Lunæ horizontalis, multata sesquiplo Parallaxis Solis horizontalis; hoc est, si T V minor sit quam T R & V M simul, aut circulus H M circulum D C G intersecet, (puta in Y & Z,) & interim ipse circellus

Fig. 5.

Tab. XXXI Fig. 5. totaliter umbrosus in centro circuli H M aut non omnino contingat, aut tantum contingat D C G circulum; Solis pars deficere videbitur illis, qui illuminatam Hemisphærii partem segmento Y R Z M circulo utrique communi incumbentem incolunt.

Quoniam vero circelli hujusce plene umbrosi Semidiameter Oculo ut supra constituto apparet sub angulo æquali Semidiametro Lunæ ex Terræ centro apparenti, diminutæ Semidiametro apparenti Solis ex eodem, per Schol. Prop. XXXIII; patet hunc (licet in V positum) Discum C D G non attingere, si Distantia Luminarium ex centro Terræ visa una cum Solis Parallaxi horizontali (T V enim in hoc casu non multum superat R T) excedat Parallaxin Lunæ horizontalem & excessum Semidiametri apparentis Lunæ supra Semidiametrum apparentem Solis, vel hisce sit æqualis; hoc est, si dicta Luminarium Distantia excedat Semidiametrum & Parallaxin horizontalem Lunæ, demptis Semidiametro & Parallaxi horizontali Solis, vel illis sit æqualis: At si illa ab his deficiat, tum ipsa totalis Umbra Terram delibabit, & totalem Solis Defectum efficiet incolis tractûs Terræ quem involvit; at sine notabili mora, quia circellus hic parvus admodum est, cum Lunæ Diameter apparens parum excedat Diametrum apparentem Solis, ideoque communiter pro centro Penumbræ habetur. Immo quandoque circellus hic vere nullus est, Solis Diametro Lunæ Diametrum apparentem superante. In utroque autem casu aliquis Terræ locus totalem (vel centralem, licet non totalem) Solis Eclipsin patitur, cum Penumbræ centro in minima à centro distantia versante, Distantia visa Luminarium æquetur summæ Parallaxium horizontalium eorundem, aut ab illa deficiat.

Penumbra autem Lunæ integra Terram obumbrat primum, cum T V Distantia minima centrorum Terræ circulique Penumbrosi, hoc est (per Prop. præc.) Distantia minima Luminarium visa minuta semisse Parallaxis Solis horizontalis, (nam V M est proxime æqualis semissi T R,) Fig. 6.

æqua-

æqualis eſt differentiæ ipſarum TR, HV, ſive exceſſui Parallaxis Lunæ horizontalis ſupra ſummam Semidiametrorum Luminarium. Quod ſi Diſtantia iſta exceſſu hoc minor ſit, Penumbra integra in Terram incidit, reſtatque circumcirca Telluris tractus ab omni Solis Defectu immunis.

Tab. XXXI. Fig. 6.

Licet Lunæ Umbra Penumbrave in Diſci planum excepta ſit circulus, in ſuperficie Telluris ſphærica (ubi revera excipitur) circumſcribitur lineâ minime circulari, (niſi cum umbroſi coni axis per Telluris centrum extenditur,) immo non in eodem plano jacente; de cujuſmodi Lineis opuſculum Anno 1663. edidit *P. Courſier*, quod & de Umbra Telluris in ſuperficiem Lunæ ſphæricam excepta ſimiliter verum eſt. Verum in Eclipſi Lunæ tractanda non opus erat hujus meminiſſe, quia ejus ſphærica ſuperficies Obſervatori Terricolæ in ipſum Diſcum planum abit. At in Tellure domicilio noſtro res aliter ſe habet: Spectatores enim in Tellure omnes, eodem temporis puncto ejuſdem magnitudinis Solis Eclipſin paſſi, in hujuſmodi Linea jacent. Verum ejus determinatio non eſt hujus loci, nec ad Aſtronomiam proprie pertinet.

Diſtantia vero proxima inter Luminarium centra prope Novilunium ex Terræ centro viſa inveſtiganda eſt eodem prorſus modò, quo diſtantia proxima inter Lunæ Umbræque Terreſtris centra prope Plenilunium Prop. XXXV. inventa eſt; nempe (per Prop. XXXI.) inveniendo Conjunctionis veræ dato Menſe contingentis Tempus, quando ſc. Luna reperitur in N Sole in S verſante, poſito SN Latitudinis circulo, & ad idem Tempus quærendo loca Nodorum Lunæ, quorum ipſi S proximus ſit ☊, ut & Inclinationem Orbitæ Lunaris ad Eclipticam: quo pacto in triangulo ſphærico ☊SN rectangulo ad S dantur ☊S Diſtantia Nodi & Solis, & angulus ☊ Inclinatio Lunaris Orbitæ ad Eclipticam; unde invenientur latus SN anguluſque N. Ruſus, in triangulo SLN (quod

Fig. 7.

prop-

Tab. XXXI Fig. 7.

propter parvitatem pro rectilineo poteſt haberi) præter rectum ad L (nam S L ex conſtructione normalis eſt in Orbitam Lunarem, adeoque diſtantia proxima Luminarium, cum nempe Luna in L verſatur) dantur modo inventa latus S N & angulus N; unde S L diſtantia Luminarium minima eruetur, & etiam latus N L uſui poſtea futurum: Promptiſſime autem invenitur arcus S L ex Tabulis Latitudinis Lunæ, capiendo illum æqualem Latitudini Lunæ cum Latitudinis argumentum æquale eſt arcui ☊ S diſtantiæ Solis à Nodo, cujus rationem oſtendimus Prop. XXXV. in caſu conſimili.

COROLLARIUM.

Fig. 6. & duæ præcedentes.

Hinc Termini definientur pro Solis Eclipſibus omnimodis per totam Terram contingentibus. Si enim T V minor ſit ſummâ Semidiametrorum Diſci Terræ Penumbræque Lunæ, partialis ſaltem erit Eclipſis in aliqua Telluris parte. Quod ſi T V minor ſit quam T R Semidiameter Diſci, totalis erit alicubi Solis Defectus; ſaltem centralis. In triangulo igitur rectilineo in Terræ Diſco deſcripto ☊ V T datis præter rectum ad V angulo V ☊ T & latere V T, dictæ Semidiametrorum ſummæ æquali, invenietur latus ☊ V, Diſtantia nempe centri Penumbræ Lunaris à Nodo proximo ipſiuſve Lunæ à Nodo oppoſito, quâ obtinente Tempore Novilunii veri Lunæ Penumbra Terram pertranſibit, illam minime attingens: Si vero dicto Novilunii momento Lunæ diſtantia à Nodo proximo minor ſit quam ſupra inventus arcus ☊ V, Lunæ Penumbra Terræ tractum aliquem involvet, & Sol Eclipſin pati aliqualem videbitur iſtius tractûs incolis. Similiter definientur Termini pro centrali Solis Eclipſi alicubi in Terra contingente, loco ſummæ Semidiametrorum Diſci & Penumbræ ipſam Diſci Semidiametrum ſumendo, ut ſupra eſt oſtenſum. Ob parvitatem vero anguli ad ☊ laterumque trianguli V N T, T N parvo admo-

admodum discrimine differt à T V: unde ii erunt quamproxime Termini pro Eclipsi Solis vel omnimoda vel totali alicubi contingente; distantiæ nempe Lunæ à Nodo proximo, quando Tempore Novilunii veri Lunæ Latitudo æqualis est vel summæ Semidiametrorum Luminarium & Parallaxis Lunæ horizontalis minutæ sesquiplo Parallaxis Solis horizontalis, vel differentiæ Parallaxium horizontalium Lunæ & Solis.

PROPOSITIO XLII.

Tempus Initii, Medii & Finis tam omnimodæ Eclipsationis à Penumbra Lunæ, quam Eclipsis Solis totalis in omni Telluris globo dato Mense contingentis, indeque harum Durationem integram definire.

Sit D C G Discus Terræ centro T descriptus, visus ex puncto rectæ Solis & Terræ centra conjungentis, ubi hæc Cœlo Lunæ occurrit. Plani Eclipticæ hujusque Disci communis intersectio, sive Ecliptica in plano Disci visa, sit ☊ K recta; & T N huic perpendicularis erit communis sectio planorum circuli Latitudinis & Disci Terræ, in qua sit N punctum, ubi Lunæ Orbitæ planique Disci communis intersectio, sive Orbita Lunæ in planum Disci projecta, dictum Latitudinis circulum intersecat. Cum oculum, Eclipsin hanc Terræ videntem, collocatum supponamus in recta Solis Terræque centra jungente; patet hunc una cum Sole motum iri, adeoque visurum centrum Penumbræ Lunaris describens in Disco Terræ Viam istam à Sole, de qua fuse actum est Prop. XXXVI. Ducta igitur concipiatur per N recta l N ☊ faciens cum T N angulos hinc inde æquales illis, quos Via Lunæ à Sole cum Latitudinis circulo efficit tempore Novilunii veri; atque Via hæc Lunæ à Sole, ad Novilunium sive mediam Eclipsin definita, manere supponatur per integram Eclipsin; quod proxime quidem fit: at si exactius procedere libeat, illam in aliis Lunæ à Nodo dis-

Tab XXXI. Fig. 8.

Tab. XXXI. Fig. 8. tantiis de novo licebit ducere. Ex T ducatur T V ad l ♌ normalis; eritque V punctum ad quod cum centrum Penumbræ Lunaris pervenerit, illud omnium minime abest à Disci centro T, omniumque maxime in Terram incurrit; ut Prop. præc. ostensum est. Porro (ex *Prop.* III. *El.* III.) V est etiam punctum medium portionis rectæ ♌ l, quæ in circulo D C G aut alio quovis huic concentrico jacet; adeoque tale est ut Penumbræ centrum in illo reperiatur in media Eclipsatione Terræ omnimoda, quæ durat dum Penumbræ centrum percurrit rectam A B, posito T A excedere T R excessu A C Semidiametro circuli penumbrosi æquali; item tale ut Penumbræ centrum in illo reperiatur in medio tempore, quo ipsum Penumbræ centrum rectam E F peragrans Eclipsin Solis totalem & centralem in aliqua Telluris parte producit. Problema igitur huc redit, ut determinetur punctum temporis cum Penumbræ centrum in V reperitur. Ad quod faciendum inveniatur (per Prop. XXXI.) Tempus veræ Conjunctionis, quæ in N celebratur; cumque in triangulo T V N præter rectum ad V detur latus T N, & (per Prop. XXXVI.) angulus T N V, invenietur N V in iisdem partibus in quibus T N aut T R datur; hoc est, notum fiet qualem angulum ad oculum N V subtendat. Sed ex dato Solis & Lunæ Motu horario datur Lunæ Motus horarius à Sole, sive arcus quem Luna à Sole spatio Horæ percurrit, hoc est, tempus necessarium ut Luna à Sole per cognitum arcum moveatur; ideoque tempus innotescet quod requiritur ut Luna à Sole moveatur per arcum subtendentem angulum quem recta N V subtendit, hoc est, ut Penumbræ Lunaris centrum rectam N V in Terræ Disco percurrat; hoc est denique, tempus interjectum inter momentum Conjunctionis veræ momentumque Eclipsationis mediæ, respectu totius Telluris: adeoque dato illo invenietur & hoc: Momentum enim mediæ Eclipsis Solaris respectu totius

totius Telluris (ſimiliter atque mediæ Eclipſis Lunaris) præcedit Conjunctionem veram cum Sol Lunaque mox ſuperarunt Nodorum alterutrum, illum vero ſequitur cum Luminaria Nodos nondum ſunt aſſecuta. Ad tempus iſtud promptius inveniendum inſerviunt Tabulæ temporis inter veram Syzygiam maximamque centrorum Diſci Umbræque approximationem interjecti, de quibus ad Prop. XXXVII. dictum eſt.

Tab. XXXI. Fig. 8.

Invento autem tempore Eclipſis Mediæ, Initium ac Finis omnimodæ Eclipſationis, ſive momenta quando Penumbra Lunæ Diſcum Terræ primo attingit & ultimo deſerit, facile definientur. In triangulo enim rectangulo T V A dantur latera T V, T A, illud prius inventum, hoc conflatum ex Semidiametris Diſci & Penumbræ prius determinatis; dabiturque proinde A V, indeque ut prius, ex Motu horario Lunæ à Sole, invenietur tempus requiſitum ut Penumbræ centrum hanc percurrat, hoc eſt, omnimodæ Eclipſationis dimidia Duratio; cumque detur momentum Mediæ, nota ſunt Initium Finiſque. Similiter invenietur Semi-mora totius Penumbræ intra Terræ Diſcum, ſi loco T A ſummæ Semidiametrorum Diſci Penumbræque ſumatur harum differentia, prorſus ſimiliter atque in Immerſione totali Lunæ in Telluris Umbram in Eclipſibus Lunæ totalibus.

Semi-mora vero centri Penumbræ intra Terræ Diſcum (ſive totalis Umbræ, quæ, cum ſemper anguſta, ſæpe nulla ſit, pro centro habetur) invenitur inveſtigando E V ex datis T E, T V, tempuſque requiſitum ut Lunaris Umbræ centrum hanc percurrat, ut prius. Cum vero innoteſcant mediæ Eclipſis momentum & Semi-mora centri intra Diſcum, innoteſcit & tempus cum Umbra totalis Terram attingit deſeritque; hoc eſt, cum Eclipſis Solis totalis Terricolæ primo ultimoque contingit.

COROLLARIUM.

Tab. XXXI. Fig. 8.

Hinc triangulorum rectilineorum ATN, ETN, VTN, FTN & BTN dantur omnes anguli; & hinc etiam Schema Eclipsis Disci Terræ, qualis revera est hæc de qua agimus, in plano graphice describetur, ut factum est in Eclipsi Lunæ Coroll. 2. Prop. XXXIX: Figura enim præcedens est illud ipsum Schema quod quæritur; illa igitur rite protrahatur. Cumque notum sit quantas rectæ ☊ *l* portiones Umbræ Lunaris centrum Horæ spatio peragret, & quænam in dato loco numeretur Hora, quando dictum centrum tenet N vel V vel aliud quodvis punctum in ☊ *l* datum; patet quod si rectæ istius rite divisæ punctis adscribantur numeri, quibus Horæ in dato loco indicantur, perfectum esse Schema quæsitum pro dato loco.

PROPOSITIO XLIII.

Eclipsis Solaris Quantitatem respectu Spectatoris Terrestris intra circulum Penumbrosum, qui est sectio Penumbræ Lunaris per Discum Terræ, datum Locum occupantis determinare.

Fig. 9.

SIt EFG circulus disterminans Terræ Hemisphærium à Sole illuminatum ab obscuro, cujus proinde planum idem est cum plano Disci de quo supra. In hoc plano sit KT☋ Ecliptica; *l* N ☋ Via centri Penumbræ Lunaris; N punctum ad quod cum Penumbræ centrum pervenerit, fit Novilunium verum. Ponatur A esse Penumbræ hujus centrum quodam temporis puncto dum iter suum per rectam *l*☋ instituit, ipsumque circulum penumbrosum esse MQX; erit AN itineris Penumbræ pars ea quæ facienda est inter hocce temporis punctum & momentum Conjunctionis veræ, celebrandæ cum illud ad N pertigerit. Supponamus Observatorem intra hunc circu-

circulum constitutum, ut ad O, sive potius in Hemisphæricæ superficiei illuminatæ puncto, quod recta ex O ad planum Disci normalis ostendit; invenienda est quanta Diametri Solaris pars à Luna tegatur prædicto Observatori. Jungatur recta A O, & producatur donec circulo M Q X occurrat in M; dico Solis Diametri partem à Luna tectam esse ad Diametrum integram ut O M ad A M. Nam si Observator esset in M, Luna nullam prorsus Diametri Solaris partem ab illo tegeret: Observatori vero paulatim versus Penumbræ centrum A progredienti, Solaris Diametri pars major majorque per interpositam Lunam ab illo tegitur, donec tandem illo ad centrum A pervento, Sol totus (hoc est, ejus Diameter integra) ab eo tegatur, si modo Solis apparens Diameter Lunæ Diametrum apparentem non excedat, (quod hic suppono, quodque in harum magnitudinibus mediocribus fere obtinet,) & Lunæ totalis Umbræ vertex ad Terram usque pertingat, sive circulus penumbrosus M Q X centrum habeat perfecte & totaliter umbrosum: Et ideo si Solis Diameter ut As in Uncias dividatur, ex data ratione inter A M & O M, quæ ex Loci intra circulum M Q X situ dato innotescit, dabuntur Diametri Solis Unciæ sive Digiti obscurati horumque partes respectu Observatoris.

Tab. XXXI. Fig. 9.

Quod si circulo M X Q concentricus sit (ut in fig. separata) circellus B C vel totaliter umbrosus, vel non mere umbrosus, sed reliquo obscurior & quidem æqualiter; hoc est, si Umbræ Lunaris centrum vel ultra Spectatorem protendatur, vel citra illum desinat, loco rectæ A M sumenda est in priori casu recta B M Semidiametrorum A M & A B differentia; in posteriori C M illarum summa: est nempe Solis Diameter integra ad ejus partem Spectatori ad O à Luna tectam in casu priori ut B M ad O M, in posteriori vero ut C M ad O M. Nam in priori casu Spectator ad

Fig 9. n.

B Solem integrum videbit à Luna tectum, in posteriori Spectator in A positus circa obscuram Lunam circulum è Solari Disco residuum lucidum videbit, coronæ instar, cujus visa Latitudo æquatur Semidiametro Solari minutæ Semidiametro Lunari, eidem nempe cum Semidiametro A B è Luna visa; oportetque ut Spectator in C constituatur, ut Lunæ marginem Solis Discum interius contingentem cernat. Determinata igitur est in omni casu Eclipsis Solaris Quantitas. Q. E. F.

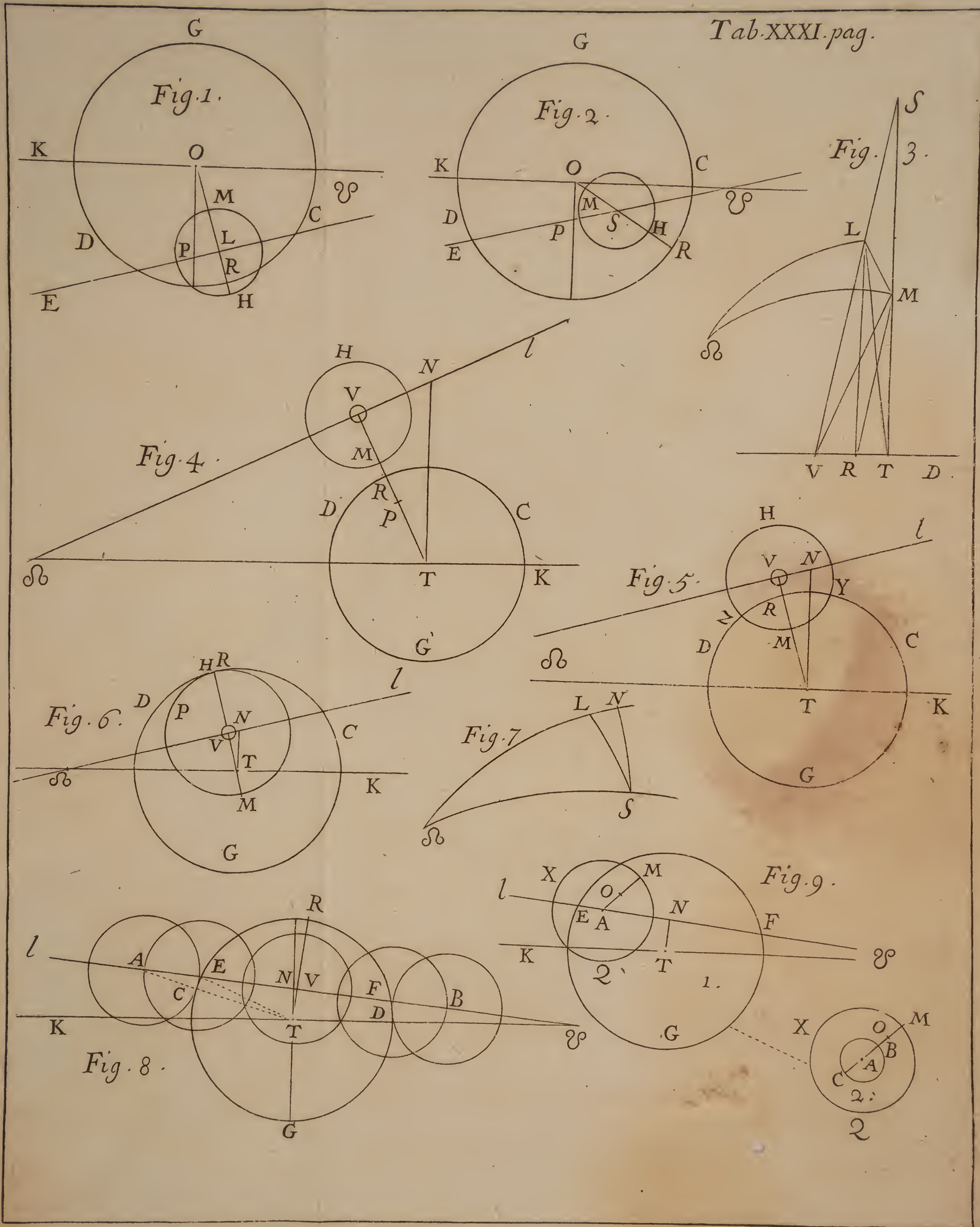
PROPOSITIO XLIV.

Præcipua Defectûs Solaris Phænomena recensere, Tellurisque Loca describere ubi contingunt, dum Lunaris Umbra in Novilunio Ecliptico per Tellurem incedit.

Tab. XXXII Fig. 1.

REpræsentet C G D Telluris Globum, super Polum P alterumque latentem motu diurno ab Occidente in Orientem, sive à C sursum versus G revolutum. Globi hujus Hemisphærium in Schemate conspicuum idem sit cum illuminato à Sole, adeoque Sol directe & perpendiculariter incumbat circuli C D G polo S. Per Polum P & punctum S traductus supponatur circulus immobilis extra Telluris superficiem exstans P S R, item alter K S Y communis sectio plani Eclipticæ cum superficie Terræ & huic alter ad angulos rectos Z S X, similiter exstantes, intra quos Terra motu diurno revolvitur. Constat in quovis Telluris Loco esse Meridiem, cum ille ad circuli P S R semissem hic conspicuam appellit, quoniam Sol in hujus plano versatur. Referat A B iter centri Penumbræ Lunaris semitam E N F in Telluris superficie describentis: licet Telluris Hemisphærium illuminatum à Sole, cuique proinde Dies est, supra Schematis hujus superficiem attolli supponatur; Via tamen A B ♌ à centro penumbrosi circuli peragrata concipitur in plano Disci, super quod dictum Hemisphærium insistit. Porro, licet P S R, K S Y, Z S X

Tab. XXXI. pag.



z s x ſint circuli in dicto Hemiſphærio illuminato, in s puncto Soli directe ſubjecto ſe mutuo decuſſantes, repræſentant etiam & rectas in Diſco Terræ circulis iſtis directe ſubjectas, in quas nimirum dicti circuli orthographice projiciuntur ab Oculo conſtituto in rectæ Solis & Terræ centra conjungentis puncto longinquo.

Tab. XXXII. Fig. 1.

Patet Penumbræ Lunaris centro ad A pervento (quando nempe circulus penumbroſus tangit Terræ Diſcum in C) incolæ ad C poſito Eclipſin Solis incipere: Qui vero ad C conſiſtit, per revolutionem Terræ diurnam Hemiſphærium illuminatum ingredi incipit; hoc eſt, illi Sol oritur; Telluris igitur incolæ C, quem omnium Terricolarum Penumbra primum attingit, Sol oriens primo deficere videbitur in ſupremo ſeu occidentali ſui margine. Cum ipſum Penumbræ centrum Tellurem ad E attingit, incola ad E orientem Solem centraliter deficientem ſpectat, quippe Penumbræ centro ſubjectus. Qui punctum Telluris habitat, ubi Penumbra tota intra Terræ Diſcum recepta (ſi quidem id accidat) eundem interius tangit, illi Eclipſis Solis ad marginem infimum finitur in Ortu: ſicut illi qui punctum tenet, ubi Penumbra interius Diſcum ultimo tangit, jamjam ex parte ultra hunc protendenda, Eclipſis Solis ad limbum infimum incipit ipſo Sole occidente. Caſus hoſce duos in figura non expreſſimus, ne confuſio oriretur.

Cum circuli penumbroſi centrum ad z s x rectam in Diſco Eclipticæ normalem, ſive cum Penumbræ Lunaris axis ad circulum z s x prædictæ rectæ reſpondentem, cujus nempe illa eſt Diameter, pervenerit in N; Telluris ſuperficiei punctum, quod puncto N exſtantis circuli z s x ſubjicitur, Eclipſin Solis centralem patitur, & Spectatori ad N aliudve quodlibet circuli z s x punctum poſito Sol in Eclipticæ puncto ſupra Horizontem altiſſimo videtur. Cum enim circulus z x per Spectatoris Zenith tranſeat ex hypotheſi, erit ejus Horizonti perpendicularis: ſed & Eclipticæ etiam perpendicularis eſt ad s; & igitur (per

Elem.

Tab. XXXII. Fig. I.

Elem. Sphæric.) diſtat quadrante ab dicti Horizontis & Eclipticæ concurſu: ſed Eclipticæ (utpote circuli maximi) dimidium ſupra quemlibet Horizontem exſtat; unde z x Eclipticæ occurrit in puncto ab oriente puncto per quadrantem diſtante, ſive altiſſimo. Terricola igitur, qui tum punctum N in Telluris ſuperficie tenet, Solem centraliter deficientem in gradu nonageſimo cernit: Qui vero ab N verſus z vel x, at in circulo z s x, degit, Solem in gradu nonageſimo deficientem quidem cernit, ſi intra limites penumbroſi circuli verſetur; ſed plus minuſve deficientem pro majori aut minori ejus diſtantia ab N, ut Prop. præc. oſtenſum eſt. Similiter, cum Penumbræ centrum circulum exſtantem immobilem P S R in M attingit, Telluris incola, qui huic ſubjicitur, Solem ipſo Meridie centraliter deficientem videt: Qui vero ab M verſus alterutrum Polum ſub prædicto Meridiano P R degunt, Solem ipſo Meridie partialiter deficientem vident, ſi intra Penumbræ limites conſtiterint. Et ille quidem, qui verſus Polum, borealem P ab M removetur, Solis partem auſtralem deficientem videt, & è contra; quod & in caſu priori & univerſaliter in omnibus caſibus obtinet. Penumbræ centro tandem ad extremum Diſcum ad F pervento, qui illud ipſum punctum ſimul attingit Spectator, Solem occidentem (quia ex illuminato Hemiſphærio in obſcurum, Noctem cum Die commutaturus, tranſit) centraliter deficientem videt: At qui ad D ultimum Penumbræ Lunaris ictum patitur, Solem occidentem ſupremo ſui limbo Lunæ contiguum quaſi, & Eclipſis omnimodæ finem cernit.

PRO-

PROPOSITIO XLV.

Telluris Locum (hoc eſt, ejus Longitudinem & Latitudinem) determinare, ubi Sol oriens ſupremo ſui margine deficere videtur.

IIſdem manentibus quæ poſita ſunt ſupra, determinanda eſt Longitudo & Latitudo puncti C. Per Telluris punctum S, cui Sol perpendiculariter imminet, & punctum C traductus intelligatur circulus maximus S C, qui, in ſchemate ut ſupra delineato, quaſi recta apparebit. Ducantur etiam arcus circulorum maximorum P C, P Z. In triangulo ſphærico P S Z dantur tria latera, ſc. P S diſtantia Solis à Polo illuminato, S Z quadrans, & P S diſtantia Poli Eclipticæ Z (cum arcus S Z ſit normalis ad Eclipticam K S Y & in quadrantem protenſus) à Polo Æquatoris P; innoteſcit igitur angulus ſphæricus inter arcus circulorum S P, S Z, qui idem eſt cum angulo rectilineo inter rectas S P, S Z in plano Diſci ductas; ſicut univerſaliter angulus in ſuperficie ſphæræ æqualis eſt angulo rectilineo, quem communes ſectiones planorum circulorum ſphæricum angulum comprehendentium cum plano tertio ad utrumque normali continent. Porro (per Corol. Prop. XLII.) datur angulus rectilineus N S A eique deinceps Z S C, adeoque hujus & ipſius Z S P ſumma vel differentia P S C, ſive angulus ſphæricus in ſuperficie Terræ à circulis S P, S C comprehenſus: Dantur autem in triangulo ſphærico P S C præter angulum P S C modo inventum latera S P, S C, quorum hoc eſt quadrans, illud diſtantia Loci C à Polo P, hoc eſt, Latitudinis ejus complementum; angulus igitur S P C etiam in triangulo hoc dabitur. Sed (per Prop. XLII.) datur Tempus quando Penumbra Lunæ Diſcum Terræ primo in C attingit, numeratum in determinato quodam loco: ſit locus hic H, cujus Meridianus P H; dabitur igitur angulus S P H, quo

Tab. XXXII. Fig. 2.

nempe Meridianus vel Solem præteriit hactenus, vel nondum assecutus est. Dabitur igitur angulorum CPS, HPS summa vel differentia HPC, differentia Meridianorum Loci C & dati H. Inventa igitur est Loci C tam Latitudo quam Longitudo. Q. E. F.

Similiter, invenietur Telluris Locus, ubi Sol occidens superiori margine deficit, quem Lunaris Penumbra omnium ultimum deserit.

PROPOSITIO XLVI.

Locum in Terra determinare Penumbræ Lunaris centro datâ Horâ subjectum, sive in quo Sol centraliter ad datum Tempus deficit.

Tab XXXII. Fig. 3.

RELiquis manentibus, cum datum sit Tempus quæraturque Locus cui Sol centraliter tum deficit, & etiam Tempus Conjunctionis veræ datum, per Prop. XXXI; datur horum intervallum, adeoque ex Solis Lunæque Motu horario Motus Lunæ à Sole intervallo huic congruus. In triangulo igitur rectilineo SNA, in Telluris Disco descripto, dantur (per Prop. XXXVI.) angulus SNA æqualis comprehenso inter circulum Latitudinis & Umbræ Viam, latus SN sinus Latitudinis Lunæ in vera Conjunctione, & AN Motus centri Penumbræ intervallo inter Tempus propositum Tempusque Conjunctionis veræ congruus; dabuntur igitur latus SA & angulus ASN, vel hujus complementum ad duos rectos: Sed datur (ut Prop. præc. ostensum) ZSP; ergo dabitur PSA angulus rectilineus, & huic æqualis in superficie sphærica Telluris angulus sphæricus PSA. Dantur etiam trianguli sphærici PSA latera bina SA, SP, hoc æquale distantiæ Solis à Polo P, illud modo sequenti inventum: Rectis SC, SA in plano Disci ductis respondent in superficie sphærica duo arcus à puncto S Soli directe subjecto incipientes, quorum SC est quadrans, SA est arcus, cujus sinus rectus est SA recta;

arcus

arcus igitur S A, trianguli P S A latus, eſt ille cujus ſinus eſt ad ſinum totum ut recta data S A ad datam S C; ac proinde arcus S A cognitus eſt. Cognoſcetur igitur in triangulo P S A latus P A complementum quæſitæ Latitudinis Loci A, item angulus S P A. Sed propter datum Tempus, in determinato Loco H numeratum, datur angulus S P H; dabiturque proinde H P A angulus, differentia Meridianorum Loci determinati H quæſitique A.

Tab. XXXII. Fig. 3.

Pari modo invenietur Terræ Locus, ubi Solis Eclipſis centralis incidit in ipſo Eclipticæ gradu nonageſimo ab oriente. Demonſtravimus in Prop. XLIV. hoc contingere illi qui per Terræ revolutionem diurnam in N invenitur, cum Penumbræ Lunaris centrum illud punctum occupat: & Prop. XXXI. oſtenſum eſt Tempus in Loco H numeratum quando hoc accidit, (idem enim eſt cum Tempore Conjunctionis veræ Luminarium;) eſt igitur caſus tantum particularis Problematis præcedentis.

SCHOLIUM.

Atque hinc definietur Telluris Tractus, quem Penumbræ Lunaris centrum in dati Menſis Eclipſi Solari tranſit; hoc eſt, Loca omnia quæ ſucceſſive Eclipſin Solis centralem patiuntur. Si (per Prop. XLVI.) quæratur Terræ Locus cui Sol centraliter deficiens oritur, atque deinde alius cui poſt dimidium Horæ Horamve integram centraliter deficit, & ſic denuo uſque ad Locum ubi occidens ſimiliter deficit; Loca illa in ſuperficie Globi Terreſtris lineis conjuncta Tractum quæſitum monſtrabunt. Quod ſi utrinque ad latera Lineæ hujus Zona quaſi ſignetur, cujus latitudo Penumbræ Lunaris Diametrum adæquat; ſignabitur omnis Terræ Tractus Penumbrâ involutus, quique aliqualem Solis Eclipſin ſentit. In Tractu hoc ſignabuntur Loca ubi præcipuæ Phaſes obtinent, ut ubi in nonageſimo gradu Sol deficit, ubi in Meridiano &c.

PROPOSITIO XLVII.

Locum in superficie Terræ determinare ubi Solis Defectus vel Totalis est aut Centralis, vel ubi ejus Diametri pars data versus datum Polum à Luna occultabitur in ipso Meridie.

Tab. XXXII Fig. 4.

IIsdem manentibus quæ in Prop. præc. sunt posita, patet illud Telluris punctum, quod ad M simul cum Penumbræ Lunaris centro pertingit, Eclipsin Solis ipso Meridie pati. Ad illud inveniendum advertatur in triangulo rectilineo NMS, in Disco ut supra descripto, dari (per Prop. XXXVI.) angulum SNM, (nempe quem Via Lunæ à Sole cum circulo Latitudinis continet,) NS distantiam centrorum Disci & Penumbræ ad Conjunctionem veram; angulumque NSM æqualem angulo sphærico ZSP in superficie sphærica inter Eclipticæ & Æquatoris secundarios SZ & PSR ad Solem comprehensum; unde dabitur NM recta, & igitur tempus requisitum ut Penumbræ centrum hanc motu suo à Sole peragret: Sed datur Tempus in dato Loco numeratum quo centrum istud punctum N occupat, idem nempe cum tempore Conjunctionis Luminarium veræ; igitur & Tempus in dicto Loco numeratum dabitur quando centrum Penumbræ est in M. Quæratur igitur (per Prop. præc.) Terræ locus qui tunc temporis Solem centraliter deficientem spectat; erit hic idem ille cui Sol ipso Meridie centraliter deficit.

Centro M descriptus concipiatur, in plano Disci, circulus penumbrosus rectam PSR in C & D intersecans, fiatque ut integra Solis Diameter apparens ad datam partem non deficientem in Loco quæsito ita Semidiameter Penumbræ ad MO, sumaturque MO versus Polum oppositum ei versus quem pars Solis deficiens jacet, (*ex. gr.* si versus Polum in schemate annexo latentem pars Solis deficiens jaceat, sumatur O versus conspicuum P;) erit punctum

in

in Telluris ſuperficie, quod recta ex O ad Diſci planum normalis oſtendit, Locus quæſitus, in quo Sol ipſo Meridie parte datâ verſus Polum ipſi P oppoſitum jacente deficit; ut ex Propp. XLIII. & XLIV. ſatis conſtat. Quod ſi loco umbroſi centri M vel circulus ſit totaliter umbroſus, vel nulla prorſus totalis Umbra, ſed circulus æqualiter illuſtratus, (ut in Schol. Prop. XXXIII,) loco Semidiametri MC ſumenda eſt differentia vel ſumma Semidiametrorum circuli CD alteriuſque iſtius interioris concentrici; ut dictâ Prop. XLIII. oſtenſum eſt. Ad Loci hujus O Latitudinem inveniendam, (nam Longitudo innoteſcit ex cognita Hora in dato Loco numerata, dum incolæ ad O fit Meridies) advertatur dari rectam SM, nempe latus in triangulo SNM, item MO, utramque (& proinde utriuſque ſummam vel differentiam SO) in partibus ipſius SZ Semidiametri Diſci Telluris; dabiturque proinde arcus huic in ſuperficie ſuperincumbens, cujus SO eſt ſinus: Sed datur arcus SP Solis à Polo P diſtantia; & proinde innoteſcet PO arcus, hujuſque complementum ad circuli quadrantem Loci O Latitudo quæſita. Q. E. F.

Tab. XXXII. Fig. 4.

Si punctum O extra Telluris Diſcum KZYX cadit, Problema eſt impoſſibile. Similiter determinabitur Locus ubi Solis in nonageſimo gradu, vel orientis occidentiſve, Defectus eſt datæ magnitudinis, vel ubi ad datum Tempus, in dato Loco numeratum, datis numero Digitis Sol deficit. In poſteriori caſu innumera ſunt Loca, in utroque priori ad ſummum duo, quæ quæſito reſpondeant.

PROPOSITIO XLVIII.

Num in dati Mensis Novilunio futura sit Eclipsis Solaris in dato Terræ Loco visibilis definire; & si futura est, Tempus maximæ Obscurationis & Eclipsis Quantitatem determinare.

HActenus Solis Eclipsin consideravimus respectu totius Terræ, (vel potius, proprie loquendo, Telluris Eclipsin,) similiter prorsus atque Lunæ Eclipsin supra: Nunc illam aggredimur considerandam quatenus ex dato superficiei Terræ Loco spectatur. Ex quo *Keplerus* Lunæ Umbram in Terræ Discum exceptam spectandam Astronomis præbuit ex Lunari Cœlo, certatim contenderunt, ut Eclipsin Solis in dato Loco visibilem, omniaque huc attinentia, ex eodem schemate Disci Terrestris, per quem Lunaris Penumbra incedit, deducant. Verum cum istud modo minus geometrico (cuique calculus trigonometricus vix indeficari potest) certe minus naturali procedat, & (fatente ipso D. *De La Hire*, qui hunc adhibet) paulo longior videatur; nos exemplo ipsius *Kepleri* in *Tabb. Rudolphin.* (qui certe inventi sui vires limitesque satis noverat) alteram insistemus viam à *Ptolemæo* in *Almagesti Lib.* VI. & optimo ejus Explicatore *Regiomontano* indicatam, ut illa quoque Lectori innotescat; laudantes interim methodum à Cl. *D. Flamstedio* in *Doctrina* sua *Sphærica* traditam, quâ Eclipsis Solaris, appulsusve Lunæ ad Fixas in dato Loco contingens, graphice & pulchre protrahitur, Locis in altero Telluris Hemisphærio, Soli aut Stellæ obverso, orthographice in circulum ejus maximum projectis.

Tab. XXXII. *Fig.* 5. Designet CN Eclipticam, S Solis, L Lunæ Locum verum Tempore Conjunctionis veræ; inveniantur (per Prop. LXIII. Lib. II.) ad dictum Tempus (licet non summe accuratum) Solis Lunæque Parallaxes Longitudinis & Latitudinis, quibus illorum Loca in Ecliptica distantiæque ab

ab Ecliptica corrigantur: ita nempe ut ex veris præcedentibus, sive è Terræ centro visis Locis, evadant ex dato in superficie Loco visi (qui & simpliciter visi nuncupantur) S & A. Alium à priore non designamus Locum Solis, ne confusio in schemate oriretur, tum quod Solis Parallaxis tam parva est ut in calculo hoc negligi fere possit, tum præcipue quod Parallaxin Lunæ à Sole sumendo (ut in dicta Prop. LXIII. Lib. II. ostensum est) possit Linea N C pro Via Solis visa sive Ecliptica paululum luxata haberi. Locus Lunæ apparens A ad Eclipticam reductus sit C, ejusque Latitudo A C. Ut autem determinetur punctum in quo Lunæ centrum à Solis centro proxime abesse Spectatori proposito videtur, hoc est, quando Obscuratio maxima (si quidem ulla) est futura; investigetur situs Viæ apparentis Lunæ à Sole, ex præcedentibus quærendo rursus, ad tempus parum satis distans ab illo quo Luna in A apparet, Loca Solis & Lunæ dato Spectatori visa, & cogitando Solem ad Locum pristinum S retractum simulque Lunam tantundem. Locus Lunæ sic inventus sit K, & ad Eclipticam reductus faciat illius Longitudinem in D & Latitudinem K D. Datis autem arcubus C A, D K & C D determinabitur (per Lem. Prop. XXXVI.) Viæ Lunaris visæ A N situs respectu Eclipticæ; punctum nempe N concursûs cum Ecliptica angulusque A N C. Ex Solis Loco S in A N demittatur normalis S M, eritque M punctum omnium in A N ipsi S proximum: Ad quod inveniendum advertatur dari in triangulo N S M præter rectum ad M angulum N & hypothenusam N S, utrumque modo inventum, unde innotescent M S & M N; ideoque & M A, cum arcus A N notus sit. Quoniam igitur M est Viæ Lunaris visæ punctum quod à Sole S omnium minime distat; patet si ulla futura est Spectatori proposito Solis Eclipsis, tum certe futuram cum Lunæ centrum videtur in M, tumque etiam maximam Disci Solaris partem à Luna tegendam: patetque quod si supra inven-

Tab. XXXII. Fig. 5.

Fig. 6.

ta

Tab. XXXII. Fig. 6. ta S M major ſit vel æqualis Semidiametris Solis & Lunæ apparentibus S R & M H ſimul, tum nullam prorſus futuram propoſito Spectatori Solis Eclipſin; ſin S M quam S R & M H ſimul fuerit minor, tum aliquam ſaltem futuram. Sed ad dati Menſis Novilunium inventa eſt S M, & (in iiſdem partibus, nempe partibus circuli) ſupra determinatæ ſunt Solis Lunæque Diametri apparentes; unde definietur num dati Menſis Novilunium futurum ſit Eclipticum necne.

Si aliqua futura eſt, ad ejus Quantitatem determinandam advertatur eſſe S R & M H ſimul æquales M S & R H ſimul: Si ergo à nota ſumma Semidiametrorum Solis Lunæque auferatur notus arcus S M, relinquetur R H Diametri Solaris pars tecta à Luna tempore Obſcurationis maximæ, quæ ad Digitos Digitique partes facile reducitur, cum Solis Diameter integra & pars tecta in iiſdem partibus expreſſæ habeantur.

Obſervatione autem conſtat Lunæ Diametrum apparentem minorem eſſe (vel forte Solis Diametrum majorem) in Solis Eclipſi quam in eadem ab Oculo diſtantia extra illam, (propter rationem Prop. XIX. Lib. I. indicatam,) atque differentiam eſſe fere ſexageſimam partem Diametri integræ: Hujus ergo Correctionis habenda eſt ratio in Eclipſis Quantitate Phaſibuſque definiendis.

Fig. 5. Tandem ad determinandum Tempus quo Lunæ centrum in M reperietur, advertatur dari tempus (quippe aſſumptum) quo Luna motu ſuo à Sole viſo (ſive apparente, compoſito partim ex motu Lunæ vero, partim ex ejus motu apparenti ex Parallaxi orto) Viæ viſæ A N partem notam A K, ſive potius Eclipticæ arcum notum C D percurrit, darique præterea arcum A M, nimirum arcuum cognitorum A N & M N ſummam vel differentiam; unde ex analogia dabitur tempus neceſſarium, ut Luna motu ſuo à Sole viſo percurrat A M: Sed datur

tur Tempus quo Luna in A videtur; ergo & Tempus innotescet quo in M, ubi Solem maxime Spectatori dato tegit, reperietur. Q. E. F.

Tab. XXXII. Fig. 5.

Ad Tempus inventum, quo Luna in M versatur, quærantur rursus Luminarium Loca, ut omnia recte peracta esse constet, vel ut ulterior Correctio adhibeatur.

SCHOLIUM.

In praxi præcedente supposuimus Lunæ Motum à Sole in Via visa A N esse æquabilem, quod non est verum: Nam licet Motus Lunæ à Sole in Via sua vera L B toto Eclipsis tempore insensibiliter differat ab æquabili, cum tamen in Motu ejus in Via visa apparenter facto Parallaxis partes suas agat, (ut in Parallaxium Definitionibus Prop. XLV. Lib. II. traditis fuse ostensum est,) ideo fit ut ab æquabili admodum discrepet. Adeoque ad determinationem Viæ visæ A K assumendum est tempus posterius illo quo Luna fuit in A, si C sit post S; anterius vero, si C sit ante S in serie Signorum, & quidem, quantum conjectare licet, æquale fere illi quod Lunam impendere oportet ut ab A ad M moveatur; quod propemodum æquale erit ei quod requiritur ut Luna Motu suo à Sole secundum Eclipticam percurrat notum arcum C S; solo enim Motu apparenti à Parallaxi orto differunt.

Si ex S ad Eclipticam excitetur perpendicularis S V, Viæ Lunæ visæ in V occurrens, erit V punctum quod Lunæ centrum tenet Tempore Conjunctionis à Spectatore visæ. Invenietur autem A V sic: In triangulo N S V præter rectum N S V dantur latus N S & angulus N; quare notum erit latus N V; & cum notus etiam sit arcus N A, non ignorabitur V A; ideoque tempus ad hunc percurrendum necessarium cognitum erit, ipsumque adeo Conjunctionis visæ momentum. Quoniam vero puncta M

Tab. XXXII. Fig. 5. & v parum distant, ideo Tempus Conjunctionis visæ vulgo habetur pro momento maximæ Obscurationis.

PROPOSITIO XLIX.

Tempus Initii & Finis Eclipsis Solaris dato Mense contingentis & in dato Loco visæ, adeoque Durationem integram determinare.

Fig. 7. CÆteris manentibus ponatur Lunam X R, in Via sua visa A N procedentem, Solem H R contingere ad R: quæritur Tempus quando hoc accidit. Centra Luminarium S & L arcu circuli maximi S L jungantur. In triangulo S M L præter rectum ad M dantur latera S M, S L, illud in Prop. præc. determinatum, hoc Semidiametrorum Luminarium S R, L R aggregatum; innotescet igitur M L arcus, per Motum Lunæ à Sole, ad visum percurrendus inter Initium Eclipsis & momentum maximæ Obscurationis (per Prop. præc. cognitum) contingentis cum centrum Lunæ ad M pervenerit: ideoque & huic in Ecliptica respondens ab S retrorsum computatus, nempe S E. Ad determinandum tempus ad hoc requisitum, quærantur ad assumptum tempus (Horam binasve Horas, prout Duratio Eclipsis magna est vel parva, quod ex parvitate aut magnitudine arcûs S M dignoscitur; atque hic rursus eo accuratiora fient omnia, quo assumptum tempus magis accedit ad Semidurationem Eclipsis) ante cognitum Obscurationis maximæ momentum Luminarium Loca apparentia, quæ ad Eclipticam reducta (Solis Loco ad S provecto) faciant distantiam in Ecliptica computatam C S. Cognito tempore (quippe assumpto) quo arcus Eclipticæ notus C S Motu Lunæ à Sole percurritur; innotescet & tempus quo alter cognitus E S eodem Motu Lunæ à Sole describitur; hoc est, tempus interjectum inter momentum Obscurationis maximæ & Eclipsis Initium: Sed illud per Prop. præc. determinatum est; igitur & hoc notum erit.

Si

Si Motus Lunæ visus æquabilis foret, æquali opus esset tempore à momento Obscurationis maximæ ad Eclipsis Finem, quo ab Initio ad dictum momentum, quoniam MP recta æqualis est LM, positâ Lunâ HY Solem RH in Eclipsis Fine contingere; & Obscuratio maxima coincideret cum Eclipsi media, ut in Lunæ Eclipsi fit, ubi nulla est Parallaxis Lunæ ab Umbra Terrestri; sunt enim contiguæ. Verum quoniam secus fit, ut in Prop. præc. ostensum; ad inveniendum Tempus quando Eclipsis finitur, similes rursus operationes repetendæ erunt, quærendo quantam Viæ suæ portionem Luna conficit in assumpto post maximam Obscurationem tempore, & per analogiam investigando quantum temporis requiratur ut arcus PM (ipsi LM prius invento æqualis) Motu viso Lunæ à Sole peragretur. Hoc enim additum momento Obscurationis maximæ supra invento dabit momentum Finis Eclipsis Solaris in Loco proposito visæ: Cognito autem Tempore Initii & Finis, nota fiet Duratio integra. Q. E. F.

Tab. XXXII. *fig.* 7.

SCHOLIUM.

Dum maxima prædictorum triangulorum pars per Trigonometriam resolvitur, poterunt illa pro planis haberi: Propter parvitatem enim laterum sphæricæ superficiei portio ab illis occupata à plano vix differt, ut in casu simili superius est dictum ad Prop. XXXVIII. Atque hoc compendium haud contemnendum affert in Eclipsium Solis calculo, si quis alius, tædii pleno, propter repetitam Parallaxium inquisitionem; sed compendio hoc caute utendum est.

COROLLARIUM.

Atque hinc Solaris Eclipsis, respectu dati Loci, Typus sive Schema graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli pars Solem & hunc ab utroque latere in Initio & Fine Eclipsis contingentem Lunam comprehendens pro plano

Tab. XXXII. Fig. 7. haberi possit, Ecliptica CN una cum Lunæ Via visa AN (quæ aliquando propter Parallaxis varietatem sensibiliter à circulo maximo rectave aberrabit,) punctisque S, M, L & P ubi Solis Lunæque centra dictis temporibus versantur, rite protrahentur modo vulgo cognito: Centrisque S & M describendo circulos diametros habentes Luminarium Diametris tunc apparentibus proportionales, ex iisdem partibus desumptas ex quibus Eclipticæ Orbitæque visæ partes prius erant desumptæ, patebit Solis Phasis tempore Obscurationis maximæ. Cumque (per Prop. XXXVI. Lib. II.) detur angulus quem Ecliptica comprehendit cum verticali Solis, ipseque verticalis situs respectu Meridiani; si Schema supra delineatum ad Meridiani planum ipsumque Horizontem debitis angulis modo inventis inclinetur, Schema maximæ Obscurationis perfectum erit. Si porro Viam Lunæ visam referens Linea AN in partes dividatur, quas Luna horis horæque partibus (posito Sole interim immoto) peragrare videtur, & apponantur numeri quibus horæ istæ in Loco dato numerantur, (quod facile fiet, cum Tempora maximæ Obscurationis, Initii & Finis punctis M, L & P adponenda ex præcedentibus innotescant;) Schema omnibus suis numeris absolutum fiet: Phasisque datâ Horâ contingens statim delineabitur, si centro datâ Horâ signato & diametro Lunæ Diametro apparenti æquali describatur circulus; hic enim ex circulo centro S Solem repræsentante abscindet segmentum simile similiterque respectu Eclipticæ positum ei, quod Luna ex Sole dicto tempore tegit.

Quæ ad Eclipsium calculum necessariæ sunt Tabulæ (præter descriptas Propp. XXVI & XXVII.) illarum fundamentum, descriptio & ordo (quatenus nostrum finit institutum) suis locis habentur; nempe de Luminarium Diametris apparentibus Prop. XXXII, de Inclinatione Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam Schol. Prop. XXXVI, & de Tempore inter Syzygiam veram mediamque Eclipsin Prop. XXXVII.

PRO-

PROPOSITIO L.

Rationem reddere cur Lunares Tabulæ hactenus conditæ Lunæ Locum in Luminarium Eclipsibus, & generaliter in Syzygiis quibusvis, accuratius ostendant, quam in aliis Aspectibus cum Sole, speciatim in Quadraturis.

PRæterquam quod ad Lunationes determinandas Syzygiæ Solis & Lunæ accuratius sunt ab Astronomis observatæ quam aliæ quævis Phases, & speciatim in Luminarium Defectibus Lunæ Locus respectu Solis exactissime sit observatus, & inde Theoria ad Lunæ Loca in istis casibus per calculum exhibenda speciatim condita sit & aptata; Inæqualitates omnes Menstruæ, sive in Syzygiis cum Sole complendæ, Lunæ ejusque Orbitæ Motum afficientes in Syzygiis cessant; in reliquis Aspectibus effectus suos edunt. Sed hæ omnes, (unicâ exceptâ Variatione,) dum Tabulæ Lunares conduntur, ab Artificibus negliguntur, ut Prop. XXIX. ostensum est; unde patet ratio cur Lunæ Locus ex Tabulis hisce depromptus accuratior prodeat in Syzygiis quam in alio quovis Aspectu cum Sole. Omnes autem hæ Inæqualitates majores sunt quo Luna à Syzygiis remotior; hoc est, maximæ cum illa Quadraturas tenet: Lunaris enim Orbitæ Apsides, quæ absolute loquendo progrediuntur, in Lunæ Quadraturis vel regrediuntur vel saltem tardius progrediuntur, per Prop. VIII. Similiter Nodi, quorum Motus absolutus regressivus est, tardius regrediuntur cum Luna est in Solis Quadrato, per Prop. XIV: Et Orbitæ Lunaris Excentricitas minor est ejusque Inclinatio ad Eclipticam major (per Prop. XII & XV.) cum Luna est in Solis Quadrato quam in alio quovis Aspectu, cæteris paribus; unde Tabulæ Lunares hucusque conditæ à vero Loco Lunæ in Solis Quadrato sitæ determinando longissime absunt. Rursus, cum Distantiæ Lu-

næ à Terra majoris in Quadraturis quam in Syzygiis (de qua Prop. 11. ejuſque Corol. actum eſt) nulla in Tabulis habeatur ratio, & hinc pendentes Lunæ Parallaxis & Locus viſus perperam è Tabulis eruuntur.

Porro, cum Inæqualitates Lunæ plurimæ pendeant ab Aſpectu Nodorum Lunaris Orbitæ cum Sole, & licet harum ratio in aliquibus Tabulis hactenus conditis habeatur, tamen id ſummâ exactitudine factum non eſt: Accuratius ergo, etiam ex dictis Tabulis, Lunæ Locus definietur cum Inæqualitates hæ ceſſant: ceſſant autem cum Nodi in Syzygiis verſantur; Nodi enim per Prop. XIV. tum quieſcunt, & Limitum Inclinatio tum maxima eſt per Prop. XV. In Luminarium porro Eclipſibus Nodi in Syzygiis aut prope illas hærent; unde patet ratio cur in hiſce Lunæ Locus accuratior Tabularum ope exeat: Tabularum enim errores in Nodorum regreſſu vario variaque Lunaris Orbis ad Orbem magnum Inclinatione, pro vario Nodorum ad Solem Aſpectu (qui aliquales certe ſunt) in hoc caſu locum non habent. Ceſſant enim Eclipſis tempore cauſæ productrices harum Inæqualitatum minus exacte in Tabulas diſpoſitarum; adeoque & errorum Tabularium effectus in Lunæ Loco ad utramvis Eclipſin (integrove fere Menſe ante & poſt alterutram Eclipſin) perperam definiendo etiam ceſſat. Quoniam igitur in Luminarium Eclipſibus prædictorum utrumque obtinet; Luna nimirum ipſa & Lunaris Orbitæ Nodi in Syzygiis conſtituuntur; Lunæ Locus tunc temporis ex Tabulis depromptus, pauciorum nempe Æquationum indigus quia paucioribus Inæqualitatibus obnoxius, magis accuratus & exactus erit quam in alio quovis vel Lunæ vel Nodorum ſitu & Aſpectu ad Solem, ubi Inæqualitates occurrunt, quarum vel nulla in Tabulis habetur ratio vel non accurata.

SECTIO IX.

De Motibus Satellitum circa alios Primarios præter Terram revolventium.

PROPOSITIO LI.

Manente eâdem Distantiâ Planetæ primarii à Sole, si plures Secundarii circa Primarium revolvantur in Orbibus excentricis similibus, & ad planum in quo Primarius circa Solem revolvitur æqualiter inclinatis, Errores omnes angulares, in Satellitum motu è Primarii centro spectati & in quavis Satellitum revolutione geniti, sunt directe ut quadrata Temporum periodicorum respective.

QUoniam corporum quorumcunque eadem est Vis acceleratrix versus Solis aut Primarii centrum in iisdem ab illo distantiis, palam est diversorum Secundariorum circa Primarium revolventium eandem esse rationem atque ejusdem Secundarii, cujus Orbita dilatatur & coarctatur quantum diversorum istorum Secundariorum Orbitæ inter se distant. In hoc autem casu patet (ex Prop. XVIII.) dictos Errores angulares, è Primarii centro spectatos & in qualibet revolutione genitos, esse directe ut quadrata Temporum periodicorum. Unde constat propositum. Q. E. D.

Corollarium.

Cum supradicti Errores integri, in diversis diversarum revolutionum Temporibus geniti, sint ut quadrata dictorum Temporum; qui eodem & determinato Tempore gignuntur, erunt ut ipsa revolutionum Tempora, hoc est, ipsa Tempora periodica; ablatâ nempe utrinque alterâ componentium rationum, nempe ratione simplâ Temporum periodicorum.

Quo

Quoniam vero ſupradictorum Errorum aliqui, Motus nempe Apſidum & Nodorum, nunc in conſequentia fiunt nunc in antecedentia; ideo illorum Motus medii, notabili aliquo Tempore in eaſdem partes facti, in caſu præſenti erunt ut ipſa Satellitum Tempora periodica.

PROPOSITIO LII.

Si Primarii duo Planetæ circa Solem in diverſis ab illo Diſtantiis revolvantur, circa Primarium autem quemvis Secundarius unus revolvatur, ſint que horum Orbitæ æquales, ſimiles ſimiliterque ad Primariorum ſuorum Orbes inclinatæ; Solis Vires Satellitum motus perturbantes horumque effectus, omnes ſc. Errores angulares, è centris Primariorum ſuorum reſpective ſpectati, ſunt reciproce in duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

QUoniam enim quorumcunque Primariorum eadem eſt Vis acceleratrix verſus Solem in eadem Diſtantia, palam eſt Secundariorum iſtorum, circa diverſos Primarios in æqualibus Orbitis revolventium, eandem eſſe rationem atque ejuſdem Secundarii revolventis circa Primarium qui in Orbe adeo Excentrico circa Solem revolvitur, ut illius Diſtantiæ à Sole, in diverſis Orbitæ iſtius punctis, tantum inter ſe differant atque Primariorum binorum in caſu præſenti. In iſto autem caſu conſtat (per Prop. XIX.) dictos Errores tam in longum quam in latum, è Primarii centro ſpectatos, eſſe inverſe ut cubi Diſtantiarum Primarii à Sole. Et igitur Secundariorum, in Orbibus æqualibus, ſimilibus & ſimiliter inclinatis revolventium circa binos Primarios in diverſis Diſtantiis circa Solem motos, dicti Errores angulares, è Primarii ſui centro reſpective ſpectati, ſunt inverſe ut cubi Diſtantiarum Primariorum a Sole. Sed per Propp. XL & XLII. Lib. I. quadrata Temporum periodicorum Primario-

mariorum circa Solem sunt ut cubi Distantiarum mediarum eorundem à Sole: Et igitur Secundariorum Errores angulares omnes, è Primarii sui centro respective spectati, sunt inverse ut quadrata Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Q. E. D.

PROPOSITIO LIII.

Errores angulares Satellitum, in singulis suis revolutionibus circa Primarios respectivos geniti & ex horum centris spectati, sunt in ratione composita ex directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa suos respective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

NAm per Prop. LI. si Distantiæ Primariorum à Sole essent æquales, prædicti Errores forent in directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa Primarios suos respective: Et per Prop. LII. si Distantiæ Satellitum à Primariis suis æquales essent, dicti Errores forent in reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem: Et igitur, licet neque Primariorum circa Solem Orbitæ sunt æquales, neque Satellitum circa Primarios; prædictorum Errorum angularium, in singulis Satellitum revolutionibus respectivis genitorum & ex suorum Primariorum centris spectatorum, ratio componitur ex rationibus prædictis; nempe directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa suos respective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Simili ratiocinio (ex Prop. LII. & Corol. Prop. LI.) colligitur Motus medios Apsidum & Nodorum duorum Satellitum esse in ratione composita ex directa ratione Tempo-

Temporum periodicorum Satellitum circa ſuos reſpective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

PROPOSITIO LIV.

Motus inæquales Satellitum circa alium quemvis Planetam revolventium determinare.

Ex ſupra determinatis Motibus inæqualibus Lunæ è centro Terræ ſpectatis alterius cujuſvis Satellitis Motus analogi ope præmiſſorum Theorematum determinantur, ſi Forma Orbitarum Satellitum & Inclinatio Orbium ad plana, in quibus Primarii reſpectivi circa Solem feruntur, non multum abludant à Forma Orbitæ Lunaris & Inclinatione plani ejus ad planum Eclipticæ, ut in circum-Jovialibus & circum-Saturniis accidit: Parva autem horum differentia Motus ſenſibiliter non mutat, ut ad Propp. XI & XIV. adnotatum eſt.

Sint *ex. gr.* extimi Planetarum circum-Jovialium Motus determinandi: Patet ex Schol Prop. præc. Nodorum dicti Satellitis Motum medium regreſſivum eſſe ad Motum medium Nodorum Lunæ in ratione compoſita ex ratione Temporis periodici dicti Satellitis circa Jovem ad Tempus periodicum Lunæ circa Terram, & duplicata ratione Temporis periodici Terræ circa Solem ad Tempus periodicum Jovis circa Solem; & proinde dari, cum dicta Tempora periodica obſervatione nota ſint.

Similiterque ex Motu medio Apſidum Lunæ progreſſivo eruetur Motus medius progreſſivus Apſidum Satellitis.

Eodem modo ex Prop. præc. Variatio dicti Satellitis eſt ad Lunæ Variationem ſupra inventam in ratione compoſita ex duplicata ratione Temporis periodici iſtius Satellitis circa Jovem ad Tempus periodicum Lunæ circa Terram, & duplicata ratione Temporis periodici Terræ

circa

circa Solem ad Tempus periodicum Jovis circa eundem; hoc eſt (per dictam Prop. præc.) ut Motus toti Nodorum Temporibus periodicis Satellitis & Lunæ ad invicem.

Et ſimiliter Æquationes maximæ Nodorum & Apſidum Satellitis ſunt ad Æquationes maximas Nodorum & Apſidum Lunæ reſpective, ut Motus Nodorum & Apſidum Satellitis Tempore unius revolutionis Æquationum priorum ad Motus Nodorum & Apſidum Lunæ Tempore unius revolutionis Æquationum poſteriorum.

Atque hæc omnia vera ſunt ſimiliter de alio quovis Satellite. Verum inventis ſemel dictis Inæqualitatibus in uno Satellitum, analogæ Inæqualitates in alio quovis circa eundem Primarium revolvente facilius determinantur per Prop. LI ejuſque Corol: non opus enim erit adhibere inverſam duplicatam rationem Temporis periodici Primarii circa Solem, cum Primarius maneat idem.

PROPOSITIO LV.

Motus Apſidum Satellitum circum-Jovialium aut circum-Saturniorum Prop. præc. inventos corrigere.

QUoniam Lunæ Apſis in Syzygiis cum Sole progreditur, ut & Satellitis etiam Apſis per Prop. XI, ſed tardius propter breve periodicum Tempus Telluris circa Solem reſpectu periodici Temporis Saturni aut Jovis circa eundem; patet Lunæ Apſidem diutius in Solis Syzygia & prope illam hærere quam Satellitis Apſidem, utpote quæ Solem utrâvis Apſide celerius in conſequentia latum propius aſſequitur. Et ex altera parte utraque Apſis in Solis Quadrato regreditur, Lunæ autem celerius; ideoque breviore tempore in Solis Quadrato (cui ſit obviam) permanet. Cumque ob primam cauſam breviore tempore progrediatur Satellitis Apſis quam Apſis Lunæ, & ob ſecundam longiore tempore re-

grediatur illa quam hæc, & utriusque progressus absolutus oriatur à majore progressu quam regressu; patet hasce duas causas conspirantes Motum Apsidum Satellitis progressivum minuere magis quam pro aliarum causarum ratione. Huic ergo fundamento nixam adhibere oportebit Correctionem Motûs Apsidum supra inventi, dictumque Motum minuere pro causæ hujus permanentia & effectibus in singulis Jovis vel Saturni Satellitibus.

Scholium.

Determinatis Inæqualitatibus hisce in Motibus Satellitum circa alium quemvis Primarium revolventium obtinentibus, facile erit (ad normam præcedentium de Luna) Satellitum horum Loca ad datum Tempus, Immersionem in Primarii sui Umbram, Emersionem ex eadem, Umbræ Satellitis incessum per Primarii Discum aliaque illorum Motum attinentia calculo subducere, prout nempe è proprio Primario spectantur. Et Tabularum pro determinandis eorum Motibus illinc spectatis eadem erit Forma quæ Tabularum Lunarium supra descripta; ex quibus una cum ipsius Primarii Tabulis (Lib. præced. descriptis) Satellitum horum Phænomena prompte invenire licet. Sed quoniam Satellitum Eclipses, dum in Primarii Umbram incurrunt, Phænomena sunt maxime insignia Terricolis observanda; Tabulæ ab Astronomis conduntur ad horum immediatum calculum, quarum fundamentum formaque facilis & simplex præcedentia intelligenti satis patent, exemplisque tantum opus erit ad hæc satis superque illustranda; quæ tamen in Elementis hisce Physicis & Geometricis, non Arithmeticis, locum non habent.

Advertendum est tamen rationem esse habendam diversæ Distantiæ Telluris (Observatoris domicilii) à Phænomenis hisce Immersionis & Emersionis Satellitum Saturni & Jovis:

vis: Hujusmodi namque Phænomenon citius videtur cum Terra vicinior est illi, quam cum inde est remotior. Designet S Solem; CDEF Orbem magnum, sive Telluris viam; G ♃ H viam Jovis; ♃ Jovem Umbram ♃ V projicientem; BAK Orbitam Satellitis Jovis. Terricola ad C positus cernat Emersionem Satellitis ex Jovis Umbra ad A; nam ejus Immersionem ad B, si Satelles Jovi propior sit, aut Tellus post Oppositionem aut ante Conjunctionem Jovis & Solis, tum non cernet propter interpositum Jovis corpus: Quod si Spectator ibidem consisteret, post certum tempus similis ejusdem Satellitis Emersio rursus appareret, æqualique rursus tempore elapso alia rursus Emersio, atque ita denuo. Verum procedente Terrâ à C ad D, patet longiori opus esse tempore ut simile spectaculum ad hanc in D appellat; quanto nempe opus est ut Lux (spectaculum quasi vehens) intervallum distantiarum AD, AC sive distantiam CD percurrat. Pari ratione Satellitis Immersio ad B, Telluris incolæ ad E constituto visa, post determinatum tempus rursus videbitur, atque ita porro; sed Tellure spectaculo advenienti quasi obviam factâ, dum ab E ad F movetur, Immersionem dum in F consistit Spectator citius videbit, quam si ad E constitisset. Atque hæc est diversa Telluris Distantia à corporibus quorum Phænomena observantur, cujus habendam esse rationem diximus: propter diversam enim hanc Distantiam citius aut serius videntur ista, præter alias omnes Inæqualitates in ipsorum corporum Motu revera contingentes. Et ex citiore & seriore hujusmodi Phænomenon apparentia, ad Terræ in Orbe annuo Motum comparata, vicissim constat Lucis Motus successivus, ejusque velocitas hinc ex Observationibus colligitur.

Tab. XXXII. Fig. 8.

SECTIO X.

De Motu Satellitum Circa Propria Centra Respective.

PROPOSITIO LVI.

Lunæ circa Tellurem delatæ Motum circa proprium centrum deſcribere.

IN exemplum Motûs Satellitum circa propria centra adducemus Lunam noſtram, cujus Motui aliorum Planetarum Satellitum Motus analogos eſſe æquum eſt credere; nam hoſce in adeo immenſa diſtantia poſitos minutim obſervare non datur. Lunæ Motus per omnia ſimilis eſt Motui Terræ circa proprium centrum interea dum hæc circa Solem defertur, præterquam in Axis inclinatione & revolutionis Periodo. Luna enim circa Terram mota etiam movetur circa ſuum Axem: Axis hic eſt ſibi ubique parallelus, ideoque non ad planum Orbis Lunaris normalis, (hoc enim propter Solis perturbantis actionem perpetuo mutatur,) ſed ad illud inclinatus, & ſitum ad immutatum Eclipticæ planum fere rectum obtinens. Lunæ Motus circa hunc Axem proprium (ſicut & Terræ circa ſuum reliquorumque Primariorum circa ſuos, ut Prop. XXX. Lib. I. oſtenſum eſt) uniformis & æquabilis eſt, eodem tenore perpetuo conſtans; ejuſque Periodus eadem eſt cum Menſe periodico, contra quam in Terra reliquiſque Primariis circa Solem delatis obtinet, quorum quivis plures circa Axem revolutiones perficit, dum Orbitam ſuam ſemel peragrat.

PRO-

PROPOSITIO LVII.

Ejusdem Meridiani Lunaris (sive circuli per Axem conversionis Lunæ) planum productum per Orbitæ Ellipticæ (quam circa Terram describit) umbilicum à Terræ centro diversum perpetuo transit quamproxime.

Sit A B D C Ellipsis, cujus peripheriam Luna circa Terram mota describit: In hujus Ellipsis foco altero T Tellus locatur, ad quem ductus radius (quem alibi supra Vectorem diximus) areas Ellipticas temporibus quibus describuntur proportionales describit. Et per Prop. V. Lib. III. ductis à duobus quibusvis in Ellipsi punctis ad alterum Ellipsis focum F (à centro Terræ T diversum) rectis A F, B F, est quamproxime angulus A F B ad quatuor rectos sicut Tempus quo arcus A B à Luna percurritur ad integrum Tempus Lunæ periodicum. Si A M referat Meridiani Lunaris planum, quod (Lunæ centro ubivis *ex. gr.* in A existente) productum per F transit; dico idem planum pariter productum per F transire, in quocunque Orbitæ Ellipticæ puncto reperiatur Luna. Quoniam enim rotatio Lunæ circa proprium Axem uniformis est, & eandem habet Periodum quam Luna circa Terram; patet Meridiani planum quod in situ Lunæ A erat A M, cum Lunæ centrum ad aliud quodvis punctum ad libitum assumptum (ut B) pervenit, situm talem B E obtinere, ut positâ B *m* parallelâ ad A M, angulus *m* B E sit ad quatuor rectos sicut Tempus quo Luna per arcum A B defertur ad integrum Tempus periodicum Lunæ: adeoque (per *Prop.* XI. *El.* V.) *m* B E est ad quatuor rectos sicut A F B ad quatuor rectos; unde (per *Prop.* IX. *El.* V.) *m* B E angulus æqualis est A F B. Cumque A F & B *m* sint parallelæ, erit B E in directum ipsi B F; hoc est, in situ Lunæ B ad libitum assumpto ejusdem Meridiani planum, quod in priori situ A productum per F transibat, productum etiamnum transit per F. In

Tab. XXXII. *Fig.* 9.

quo-

Tab. XXXII. quocunque igitur Orbitæ puncto centrum Lunæ reperiatur, ejusdem Meridiani planum productum transit per F umbilicum à Terræ centro diversum. Q. E. D.

PROPOSITIO LVIII.

Motus in Lunæ Facie ex Terra apparentes, ex Lunæ Motû circa proprium centrum oriundos, describere.

Fig. 9. PRimo patet eandem fere Lunæ Faciem semper ad Terram converti, easdemque fere Lunares Maculas ab Observatore Terrestri spectari. Cum enim ejusdem Meridiani planum productum per alterum Orbitæ Lunaris focum F transeat, & Lunaris Orbita non sit valde excentrica, hoc est, F à T non multum distet, sive angulus F B T (cùm maximus) non sit nimis magnus; patet eandem quam proxime Lunæ Faciem ad Terram converti.

Si vero accuratius inspectis Maculis Lunaribus Lunæ Facies Terræ obversa exactius consideretur, quod, Telescopii ope delineatâ illius figurâ, tandem fiet; patebit non præcise eandem à nobis videri. Et quidem cum ejusdem Meridiani planum A M non ad Terram T, sed ad alterum focum F dirigatur; constat Lunæ ad A existentis Hemisphærium è Tellure in T visum aliquantulum diversum esse ab illo, quod exinde videtur cum Luna ad B pervenerit, parte Hemisphærii Lunaris versus plagam D illic ab oculo in T tectâ quæ hic detegitur, parteque Hemisphærii alterius versus C hic ex visu sublatâ quæ illic apparuit. Atque Motus hic Lunæ è Terra apparens, quo quædam ipsius Maculæ in partem à Terra aversam se recipiunt dum aliæ ex parte aversa in visum Hemisphærium prodeunt, *Libratio Lunæ* apto satis vocabulo vocatur; & quidem quæ ob causam modo explicatam contingit, *Libratio in Longitudinem* dicitur, sc. à Lunæ Motu in longum sive secundum Zodiacum orta. Libratio hæc bis in quovis Mense periodico restituitur; quando nempe Luna in Apogæo C aut Perigæo D versatur: in utroque enim casu ejusdem

dem Meridiani planum, quod protenſum in F incidit, incidit etiam in T. Atque Libratio hæc ab Inæqualitatibus omnibus Motûs in longum afficitur, & inter reliquas ab illa qua Luna in Quadraturis cum Sole à Terra removetur, de qua dictum eſt Corol. Prop. 11.

Porro, quoniam Axis ſuper quem Luna in ſe convertitur non eſt ad Orbem Lunæ circa Terram deſcriptum perpendicularis, ſed ad illum inclinatus; patet nunc hunc nunc illum Lunæ Polum ad Terram annuere, (ſimiliter prorſus & propter ſimilem cauſam atque Telluris Polus nunc hic nunc ille ad Solem annuit,) adeoque Lunæ Maculas nunc huic nunc illi Polo vicinas ex Terra ſpectari, hoc eſt, aliam Lunæ Librationem ex Tellure videri; quæ, cum à ſitu Lunæ reſpectu Nodorum Orbitæ ſuæ cum Ecliptica pendeat, (nam Axis ejus, ut ſupra dictum, eſt fere ad planum Eclipticæ normalis,) *Libratio in Latum* jure vocatur. Abſolvitur & hæc ſpatio Menſis periodici, ſive potius redeunte Lunâ ad ſimilem reſpectu Nodorum ſitum.

Rurſus, eſt & tèrtia Librationis Lunæ ſpecies, quâ fit ut licet alia ejus pars Terræ non obvertatur quam quæ ex duabus cauſis præcedentibus (Libratione nimirum in longum & in latum) obverti debet, tamen aliam à Sole illuminari contingit. Cum enim Axis Lunæ ſit ad Eclipticæ planum proxime normalis, cum Luna ab Ecliptica verſus Auſtrum recedit maxime (hoc eſt, cum in Limite Auſtrali invenitur) Lunæ Polus boreus & etiam aliquæ ultra Polum Lunaris Globi partes à Sole illuſtrantur, dum interim ejuſdem Polus auſtralis aliquæque citra hunc regiones Lunares in tenebris verſantur; in hoc igitur caſu ſi contingat Solem in eadem plaga cum Lunæ Limite auſtrali verſari, Luna à Conjunctione cum Sole ad Nodum aſcendentem procedens videbitur paulatim ſuas regiones Maculaſve Polo ſuo boreo vicinas in Hemiſphærium non illuminatum ſubducere, dum interim ab oppoſita plaga

aliæ cum Polo auſtrali ex tenebris in lucem prodeunt : contrariumque fiet ſemeſtri poſt, deſcendente Lunâ Novâ à Limite boreali ; borealiores nempe Lunæ partes paulatim in lucem è tenebris prorepent, dum auſtraliores in tenebris ſe abſcondunt. Librationem hanc, ſive potius prioris Librationis in latum effectus hoſce, à luce Solis, adeoque Menſe Synodico, pendere palam eſt.

SCHOLIUM.

Ex Propoſitione hac apparet, quam multiplicem Lunaris Globi Librationem è Tellure ſpectatam ſimpliciſſimus ejus motus circa proprium Axem Prop. LVI. deſcriptus producat : Præcedentes enim Librationis ſpecies, pro vario Lunarium Apſidum, Nodorum & Solis inter ſe ſitu (ex quibus pendent) varie mixtæ & combinatæ, intricatiſſimam iſtam Librationem Lunæ ab Aſtronomis obſervatam componunt.

Atque hæc omnia ſimiliter in Jovis & Saturni Satellitibus obtinere admodum eſt probabile, ſi quidem eodem prorſus modo Primarios hoſce Planetas circumeunt ſimulque cum illis circa Solem feruntur, perinde ac cum Tellure Luna ; & quod evidentiſſimum iſtud Lunæ Phænomenon ab omni ævo obſervatum & celebratum, (de quo Prop. præc. initio dictum,) quod nempe eandem perpetuo Faciem ad Terram obverſam tenet, Jovialibus iſtis & Saturniis etiam conveniat. Obſervatum enim eſt Comitum Saturniorum extimum tum ſolum conſpici, cum Planetæ huic ad Occidentem poſitus eſt ; ab Oriente vero ſemper eum latere : veriſimile eſt id inde evenire quod magnâ ſui parte obſcuriorem (hoc eſt, radios Solares undiquaque copioſe ſatis non reflectentem) ſuperficiem habeat Satelles hic, ſicut & noſtræ Lunæ in planitiebus quibuſdam ſatis amplis contingit ; quæ pars obſcurior, cum ad nos converſa eſt, cerni nequeat præ luminis reflexi tenuitate. Cumque in Orbitæ ſuæ latere quod Orientem ſpectat,

ſtat, obſcurata reperiatur Luna hæc Saturnia, in altero nunquam; manifeſtum eſt indicium eandem Lunæ iſtius Faciem ſemper Saturnum reſpicere, quoniam ex eo illud contingere neceſſe eſt, ut cuivis patet. Quis jam dubitet, cum & illius omnium remotiſſimæ & noſtræ Lunæ Facies ſemper eadem Primario ſuo obvertatur, quin idem in cæteris quæ circa Jovem ac Saturnum revolvuntur etiam obtineat, licet Obſervationes manifeſtæ illud non evincunt?

SECTIO XI.

De Magnitudine et Densitate Satellitum.

In inveſtiganda Satellitum Magnitudine ſupponemus & illos, ſuorum Primariorum (circa quos revolvuntur) reliquorumque magnorum Mundi corporum inſtar, ſphæricam (ex partium Gravitate verſus totum totiuſve centrum) ab initio, dum eorum materia fluida eſſet, induiſſe Figuram. Hoc in Luna Telluris noſtræ Satellite ex menſtruis Phaſibus, Eclipſibus aliiſque omnibus quæ excogitari poſſunt argumentis abunde patet, ut apud Phyſicæ & Aſtronomiæ Scriptores videre eſt: Hoc in aliis, Jovis nempe & Saturni Comitibus, etiam apparet; quamcunque enim Faciem Obſervatori Terreſtri obvertunt (obvertunt vero omnes) Diſco circulari perpetuo videntur, quod nulli Figuræ præter ſphæricam contingere poteſt.

Licet Planetarum Figura ſphærica ſit, ſi integrum aliquem ſpectes Planetam, hoc non impedit quin inæqualitates aliquæ (eæque, ſi cum rebus noſtris comparentur, ſatis magnæ) in illorum ſuperficiebus reperiantur, ex cauſis particularibus prope eorum ſuperficies in partes jam induratas & ſolidas vires ſuas exerentibus ortæ; quales & in Terra noſtra reperiuntur & in Luna, ſed quæ ipſorum Globorum reſpectu pro nullis merito habentur, eorumque rotunditati non officiunt.

In investiganda Satellitum Magnitudine & Densitate; Lunæ nostræ exemplum adducemus, ad cujus normam in reliquis procedere licebit.

PROPOSITIO LIX.

Lunæ Magnitudinem definire.

Tab. XXXII. Fig. 10.

QUoniam Lunæ Distantia angulusque sub quo apparet ex præcedentibus cognita habentur, hoc est (referente A B C Lunam, cujus centrum L, & O oculum) recta O L & angulus A O B, hujusque proinde semissis A O L; in triangulo L A O rectangulo ad A invenietur L A Lunæ Semidiameter: vel brevius sic: Diameter Lunæ est ad Diametrum Terræ ut Semidiameter Lunæ apparens cognita ad notam Lunæ Parallaxin horizontalem, uti patet. Luna autem ipsa est ad Terram (per *Prop.* XVIII. *El.* XII.) in triplicata ratione suæ Diametri ad Diametrum Terræ, ac proinde definitur. Q. E. F.

Satellitum Jovialium & Saturniorum Magnitudo similiter definietur ex cognitis Distantia & angulo quem quisque subtendit.

PROPOSITIO LX.

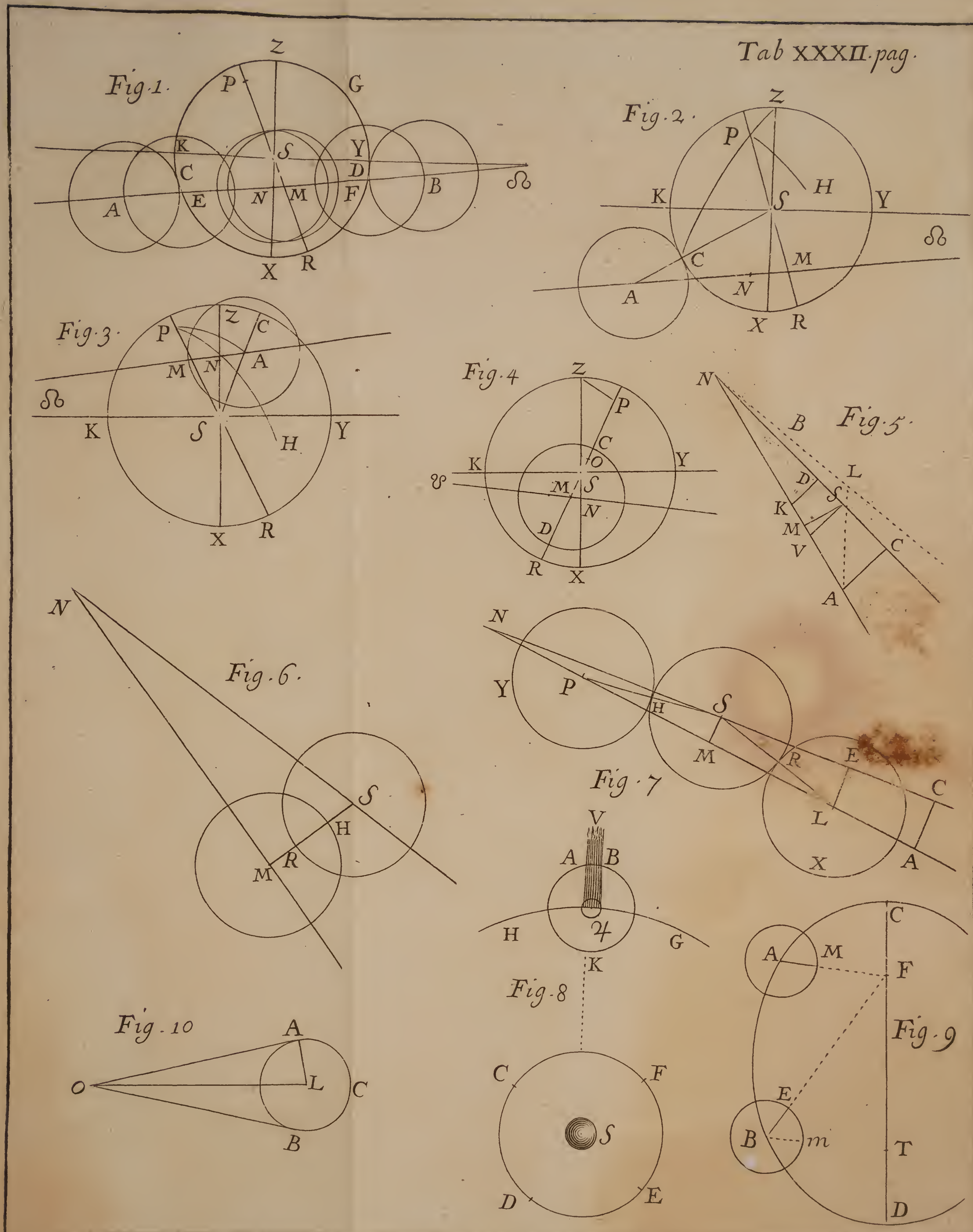
Quantitatem materiæ in Luna definire respectu Quantitatis materiæ in Terra.

Tab. XXXIII. Fig. 1.

DEsignet S Solem; A B C Orbem magnum, in cujus circumferentia commune centrum gravitatis Telluris T & Lunæ L circumfertur, sicut Lib. I. explicatum est. Sit A centrum istud noto Tempore Novilunii cujusdam; B idem illud centrum prope notum Tempus Quadraturæ *ex. gr.* insequentis: Atque ex datis duobus hisce Temporibus dabuntur (per Prop. XVIII. Lib. III.) Solis Loca ex punctis A & B visa: commune enim illud Terræ & Lunæ gravitatis centrum (per Prop. LXIII.

Lib.

Tab XXXII. pag.



Lib. I.) ita Orbem magnum peragrat, ut areæ per radios ad Solem ductos abscissæ sint temporibus proportionales. Observentur Loca Solis & Lunæ è Tellure in *t* visa. Noti ergo sunt anguli B*t*S, AS*t*: sed prius innotuit ASB; ergo non latebit BS*t*. In triangulo igitur BS*t* datis angulis B*t*S, BS*t* & latere SB (Orbis magni lineâ ex Sole ductâ & positione datâ, in Terræ Diametris ex Solis Theoria & Parallaxi cognitâ) innotescet & *t*B latus in iisdem notis mensuris: Sed ex Lunæ Theoria nota est *tl* Distantia Lunæ à Terra; nota ergo est (per I. *Dat.*) ratio inter *tl* & *t*B, adeoque & inter B*t*, B*l*. Porro, ex *Mechanicis* notissimum est eandem esse rationem gravitatis Lunæ versus longinquum Solem ad gravitatem Terræ versus eundem, hoc est (per Corol. Prop. XLVII. Lib. I.) Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra, atque rectæ B*t* ad B*l* rectam; definita ergo est ratio Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra. Q. E. F.

Tab. XXXIII Fig. 1.

Temporum ad hanc Observationem instituendam alterum in Solis & Lunæ Syzygia, alterum prope Quadraturam eligitur, ut angulus BS*t* major fiat.

Idem similiter & ex iisdem principiis colligitur ex diversa Semidiametro apparente Solis in Novilunio & Plenilunio; illa enim (cæteris paribus) in Novilunio minor est, in Plenilunio major.

S C H O L I U M.

Inæqualitas prædicta in Motu Terræ, exinde orta quod non ipsa Tellus sed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ in Orbe magno feratur areasque ad Solem describat temporibus proportionales, sese etiam in Planetarum locis observandis ostendit. Est quippe menstrua hæc Parallaxis Martis Achronychii duplo, & Veneris Soli conjunctæ & retrogradæ triplo major quam Solis, (cum

in isto casu ille duplo, hæc triplo minus à Terra absit quam Sol;) in cæteris insensibilis fere. Similis quoque inæqualitas in Saturni Jovisque (quos Satellites circumeunt) motibus obtinebit, præsertim cum omnes aut plerique Satellites ab una Primarii parte versantur: sed Primarii isti respectu suorum Satellitum tam ingentes sunt, ut Inæqualitas ista fiat minus sensibilis.

PROPOSITIO LXI.

Rationem Densitatis Lunæ ad Densitatem Telluris definire.

PRop. XLIX. Lib. III. universaliter demonstratum est, quod ratio Densitatis duorum corporum componatur ex directa ratione Quantitatis materiæ in illis & inversa ratione Magnitudinis eorundem; hoc est (in casu præsenti) quod Densitas Lunæ est ad Densitatem Terræ in ratione composita ex ratione Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra & ratione Magnitudinis Terræ ad Magnitudinem Lunæ: Sed per Propp. LIX & LX. dantur binæ rationes componentes; ergo datur ratio ex iis composita, nempe Densitatis Lunæ ad Densitatem Terræ. Q. E. F.

PROPOSITIO LXII.

Definire rationem Gravitatis acceleratricis versus Lunam in ejus superficie ad Gravitatem acceleratricem versus Terram in superficie hujus.

EX supra ostensis patet, in paribus distantiis à centris corporum utcunque inæqualium, modo extra illa, Gravitates acceleratrices esse ut Quantitates materiæ in dictis corporibus; & in distantiis inæqualibus à centris corporum æqualium Gravitates acceleratrices esse inverse ut quadrata dictarum distantiarum: Et igitur, licet neque distantiæ neque ipsa corpora æquantur, ratio Gravi-

Gravitatum acceleratricium verſus illa componitur ex ratione directa ipſorum corporum verſus quæ gravia tendunt & ratione inverſa quadratorum diſtantiarum ab illorum centris; hoc eſt (in caſu præſenti) Gravitas acceleratrix verſus Lunam in ejus ſuperficie eſt ad Gravitatem acceleratricem verſus Terram in ſuperficie hujus in ratione compoſita ex ratione Maſſæ Lunæ ad Maſſam Terræ & ratione duplicata Semidiametri Terræ ad Semidiametrum Lunæ, (nam diſtantiæ ſuperficierum à centris ſunt ſphærarum Semidiametri:) datur autem rationum componentium prior per Prop. LX. & poſterior per Prop. LIX; & igitur non latebit ratio compoſita, nempe ratio Gravitatis acceleratricis in ſuperficie Lunæ ad Gravitatem acceleratricem in ſuperficie Terræ.

Similibus Obſervationibus eâdemque ratiocinatione Satellitum Jovialium & Saturniorum Maſſæ & Denſitates reſpectu ſuorum Primariorum definientur: cumque horum Maſſæ & Denſitates reſpectu harum qualitatum in Tellure Propp. XLVIII & XLIX. Lib. III. definiantur; definitæ habentur Maſſa, Denſitas Gravitaſque acceleratrix ad ſuperficies Planetarum Syſtemate Solari contentorum.

SECTIO XII.

DE FIGURA SATELLITUM ET PRIMARIORUM EX MUTUA GRAVITATE ORIUNDA.

LIcet montes valleſque Terreſtres, & eminentiæ cavitateſque Lunares (quas evincunt illarum Umbræ pro diverſo Solis ſitu in hás projici viſæ) corporum horum rotunditatem non tollant, ut ſuperius eſt dictum; quædam tamen univerſales ſunt à figura ſphærica deviationes non diſſimulandæ: *ex. gr.* illa in ſphæroidem prolatam, quam corporibus quibuſvis fluidis circa proprios axes rotatis competere oſtenſum eſt Prop. XXXI. Lib. I. Verum

rum ob rotationis tarditatem in Globo Lunari, quippe quæ non nisi Mense periodico absolvitur, deviatio à figura sphærica illinc orta insensibilis admodum erit, si cum simili deviatione in Terra comparetur, ut ostendetur Prop. insequente.

Propter aliam rationem Luna figuram sphæroidem oblongam induit, cujus axis productus per Terræ centrum transit. Cumque hujusce figuræ insignes sint causæ nec minores effectus, illam altius repetere æquum erit; præsertim cum eâdem operâ explicandum sit Phænomenon Æstûs Maris, quod inter ea quæ in Tellure contingunt celebratissimum est originisque (ut ostendetur) Cœlestis.

PROPOSITIO LXIII.

Figuram Sphæroidem prolatam Lunæ definire.

PRoblema hoc eodem modo solvitur quo Prop. LIII. Lib. III, ubi aliorum Planetarum figura determinatur: Habetur enim ratio inter Diametros Lunæ & Terræ per Prop. LIX, item ratio Temporum revolutionis Lunæ & Terræ circa proprios Axes per Prop. LVI; habetur igitur (per Prop. XXVI. Lib. I.) ratio Vis centrifugæ in Æquatore Lunæ ad consimilem Vim in Æquatore Terræ: Sed datur (per Prop. LII. Lib. III.) ratio inter Vim centrifugam in Æquatore Terræ & Gravitatem in Terræ superficie, & ex Prop. LXII. datur ratio Gravitatis in Terræ superficie ad Gravitatem in superficie Lunæ; & igitur data erit ratio ex tribus hisce composita, nempe ratio Vis centrifugæ in Æquatore Lunæ ad Gravitatem versus Lunæ centrum quæ in ejus superficie obtinet, quæ (in dicta Prop. LII. Lib. III.) ostensa est eadem cum ratione excessûs Diametri Lunæ secundum ejus Æquatorem ad Lunæ Axem. Ideoque (per 6. *Dat.*) dabitur ratio inter Lunæ Axem & ejus Diametrum quamvis Axi normalem; hoc est, inter axes Ellipsis cujus rota-

rotatione circa axem minorem fit Sphærois prolata Lunæ similis.

Ratio prædicta rationem æqualitatis adeo appropinquat, ut Lunæ Figura sphæroides prolata, hinc oriunda, parum admodum differat à sphærica.

PROPOSITIO LXIV.

Si Telluris Globus ubique profundo Mari opertus esset, indueret hic Figuram sphæroidem oblongam fere, cujus axis productus per Lunam transiret.

Tab. XXXIII. Fig. 2. & 3.

DEsignet circulus centro T Tellurem, circulus centro L Lunam: Patet, quod si nulla esset actio Lunæ nec alterius cujusvis extranei corporis in Tellurem, hanc cum undique fluido operta sit sphæricam esse, nisi quatenus ab hac deviat propter rationes Prop. XXXI. Lib. I. indicatas, de qua deviatione hic non agitur. Verum, quoniam Telluris partes singulæ graves sunt in Lunam, & gravitas versus Lunam (sicut versus corpus aliud quodvis) est reciproce ut quadratum distantiæ ab illius centro; si (ut in Prop. LX. Lib. I. & Prop. I. Lib. IV. fuse explicatum est) recta LT exponat Gravitatem acceleratricem corporis in Terræ centro locati versus Lunam, sitque (in fig. I.) E quælibet Fluidi marini particula, si porro in recta LE (eave producta) sumatur LK æqualis LT, & LF quæ sit ad LK in duplicata ratione LK ad LE; exponet LF Gravitatem corporis ad E locati versus L, quæ (ut vulgo notum) dividitur in Vires ut FG & GL & cum iis directionibus: Si autem à Vi illa qua corpus ad E positum urgetur, quæ est ut GL, auferatur Vis ut TL quâ Terræ centrum unaque integra Tellus versus Lunam urgetur; relinquentur Vires ut FG & GT & cum directionibus FG & GT, quibus corpus ad E positum urgetur, præter Vim propriæ Gravitatis quâ E versus Terræ centrum tendit. In fig. 2. re-

Tab. XXXIII. *Fig.* 2. & 3.

liquis manentibus ſit C punctum Telluris cui Luna eſt in Zenith, & A cujus Nadir Luna tenet, B & D puncta circumcirca (ſive potius circulus) quibus Luna eſt in Horizonte. Liquet quod punctum G maxime diſtat à T cum punctum E eſt aut in C aut in A; in priori caſu G migret in M, in poſteriori in N. Cum vero punctum E invenitur in circulo B D, punctum G coincidit fere cum T, nullaque in fluidi partibus in dicto circulo B D verſantibus relinquitur Vis præter illam Gravitatis propriæ & alteram illam ut F G cum directione F G; ipſa vero F G in hoc caſu fit B T aut D T, puncto F cum K coincidente. Particulæ igitur fluidi ad C & A, cum præter Gravitatem propriam verſus centrum T urgeantur, illæ quidem Vi ut M T cum directione ab M verſus T, hoc eſt, à C verſus L; hæ vero Vi ut N T cum directione ab N verſus T, hoc eſt, ab A verſus M; non erunt tam graves verſus centrum T atque ſi Vis à Luna orta abeſſet: Sed particulæ ad C verſus Lunam attrahuntur magis quam Terra integra quæ in centro T locata intelligitur; & particulæ ad A verſus Lunam attrahuntur minus quam Terra integra in T, & proinde poſt Terram quaſi relictæ ſimiliter afficiuntur atque ſi ad partes contrarias verſus M traherentur: particulæ vero in circulo B D, cujus incolis Luna Horizontem tenet, graviores ſunt verſus T; nam præter Gravitatem propriam alia ut B T vel D T à Vi Lunæ oriunda ſuperadditur cum directione à B vel D verſus T. In locis inter A vel C & B vel D intermediis particulæ conditionibus utriſque præditæ ſunt, quarum hæc vel illa prævalet prout his vel illis ſunt viciniores; nempe quo propiores ſunt fluidi Terreſtris partes punctis C & A eo minus graves ſunt, actione nempe Lunæ (ſc. Vi ut G T) Vim propriæ Gravitatis verſus T minuente, & quo propiores ſunt punctis B & D eo graviores ſunt, eâdem actione Lunari Gravitatem propriam in hoc caſu augente per Vim ut F G.

Cum

Cum vero Globus A B C D fluido ſatis profundo undique opertus ponatur, hoc eſt, cujus particulæ aliæ aliis facile cedunt, & motum quæque proprium libere peragit; patet fluidum ad A & C poſitum à fluido in B & D extrudendum, levius à graviore, uti per Hydroſtaticæ leges oportet. Exſtabit igitur fluidum ad A & C & prope illa ſive attolletur & ſubſidebit in B D circulo & prope hunc, donec illius major moles & altitudo ab hujus majore Gravitate compenſatæ æquilibrium efficiant; formabiturque Tellus, fluido undique ſatis profundo operta, in Figuram ſphæroidem oblongam quaſi, cujus axis eſt A C recta quæ producta per Lunam tranſit. Q. E. D.

Tab. XXXIII. Fig. 2. & 3.

S C H O L I U M.

Ob eandem rationem Fluidum Terreſtre Figuram induet ſphæroidem fere oblongam, cujus axis productus per Solem tranſit: Nam ſi in præcedente ratiocinatione corpus L non Lunam ſed Solem deſignet, patet propoſitum. At ſphæroidis hujus axis non tantum excedit diametros illi normales, quam in illa quam Luna producit. Quoniam enim Fluidi elevatio ad C ſub Luna L exinde provenit, quod hoc gravius ſit verſus Lunam quam ipſa Tellus quæ ad T conſiſtere cenſetur, quippe vicinius; ejus vero elevatio in puncto A exinde, quod Terra ad T gravior ſit ad Lunam quam Fluidum ad A, utpote vicinior; adeo ut Fluidum ad C à Luna projectatum (ut *Kepleri* verbo utar) Tellurem poſt ſe relinquat, Fluidum vero ad A à Terra quaſi relinquatur: ſi hoc à Solis actione proveniat, effectus non erunt adeo ſenſibiles, quia Terræ Semidiameter T C vel T A evaneſcit fere reſpectu Diſtantiæ immenſæ inter Terram & Solem, quæ reſpectu Diſtantiæ inter Terram & Lunam (quæ triginta Diametros Terreſtres vix excedit) ſatis fit ſenſibilis; & ideo fluidi ad C gravitas inſenſibiliter major verſus Solem quam ad T, & ad A poſiti inſenſibiliter

Fig. 3.

Tab.XXXIII Fig. 3. liter quam ad T minor; unde Figura ſphæroides hinc facta parum ſupra ipſam ſphæram elevabitur ad vertices C & A, parumque in circulo B D infra eandem deprimetur. Aliqua tamen erit hæc Fluidi Terreſtris elevatio in C & A depreſſioque in B D circulo, propter immenſas immenſi corporis Solaris etiam longiſſime diſtantis vires.

PROPOSITIO LXV.

Maris Fluxus & Refluxus fit ex Fluidi Telluris Globum operientis Figuris ſphæroidibus oblongis, quarum axes producti per Lunam & Solem tranſeunt.

PRimus (quod ſciam) Æſtûs Maris veram hanc cauſam attigit *Jo. Keplerus*, qui illam pluribus explicat in *Introductione ad Phyſicam Cœleſtem commentariis de Motibus Stellæ Martis traditam*, ubi poſtquam cujuſvis corporis Gravitatem in quodvis univerſaliter oſtendit, ſic ſcribit: *Orbis virtutis tractoriæ, quæ eſt in Luna, porrigitur uſque ad Terras, & prolectat aquas ſub Zonam Torridam, quippe in occurſum ſuum quacunque in verticem loci incidit, inſenſibiliter in maribus incluſis, ſenſibiliter ubi ſunt latiſſimi alvei Oceani, aquiſque ſpacioſa reciprocationis libertas*; & in *Aſtr. Lun. Pag.* 70. ſic: *At æſtuum maris cauſæ videntur eſſe corpora Solis & Lunæ trahentia aquas maris.* Illam poſtea excepit & incrementis immenſis ditatam ſuam jure fecit ſummus Philoſophus D. *Iſ. NeWton*, qui aquas Maris intumeſcere oſtendit & ſub Luna & loco huic oppoſito: *Keplerus* enim credebat quod *Impetus* præſente Lunâ *factus gignit per abſentiam Lunæ, impetum alium; donec Luna rediens, fræna impetûs hujus recipiat, moderetūrque, & una cum ſuo motu circumagat.* Sphæroides igitur hæc figura, quâ ultra ſphæram (duorum montium inſtar & ſub Luna & in loco huic oppoſito) exſtat, una cum Luna (quam ſequitur)

ſequitur) motu diurno circumacta, (ſive potius, ſecundum rei veritatem, Tellus in Orientem rotata ſubducens ſe hiſce eminentiis aquarum, quæ ſub Luna motu proprio lente in Orientem lata immotæ quaſi conſiſtunt,) aquam in ſuo itinere bis intumeſcere facit totieſque detumeſcere ſpatio 25 horarum, quo Luna à cujuſvis Loci Meridiano digreſſa ad eundem redit.

Quoniam vero (per Schol. Prop. præc.) Fluidum Terreſtre tumet etiam in Locis quibus Sol in Zenith aut Nadir reperitur, licet multo minus quam ubi Luna ſimiliter locatur; in Luminarium Conjunctione & Oppoſitione conjungentur etiam prædictæ aquarum eminentiæ, fietque elevatio omnium maxima, maximaque etiam depreſſio, cum Luminaria Horizontem ſimul attingunt, quia aqua per utriuſque Vim tunc elevatur, nunc deprimitur. In Luminarium Quadraturis Sol attollit aquam ubi Luna deprimit, deprimitque ubi Luna attollit; & ex Virium differentia aquarum elevatio omnium minima oritur, minimaque etiam depreſſio. Inter Luminarium Syzygias & Quadraturas effectus producuntur inter prædictos intermedii, ut æquum eſt.

Si Luna in Æquinoctiali circulo verſetur, aquarum eminentiæ binæ oppoſitæ Æquatorem Terreſtrem tenebunt, & utraque maximum illum Telluris circulum motu ſuo deſcribens magis agitabitur, & proinde ad littora appellens altius elevabitur ad illa; præterquam quod, Æquatoris Terreſtris diametro majore exiſtente quam recta quævis alia per Terræ centrum traducta & utrinque ad ejus ſuperficiem terminata, aqua per Luminarium Vires (cæteris paribus) in illo ad majorem altitudinem elevabitur quam alibi. Et igitur cum Luminaria duo, in Æquatore conjuncta aut oppoſita, Vires ſuas ad Mare in Æquatore Terreſtri elevandum jungunt, quod fit in Syzygiis Æquinoctio proximis, hoc eſt, Menſe *Martio* & *Septembri* contingentibus; Æſtus tum produc-

ti erunt omnium maximi & agitatiſſimi, Æſtuſque ; qui dictis Menſibus in Luminarium Quadraturis contingunt, erunt omnium minimi minimeque agitati; effectus quippe differentiæ Virium Lunæ ab Æquatore maxime declinantis (nempe quæ Soli in Æquatore poſito eſt in aſpectu Quadrato, ac proinde in Solſtitialibus Zodiaci punctis) & proinde Æſtum minimum minimeque agitatum producentis, & Solis non declinantis Æſtumque adeo maximum maximeque agitatum cauſantis; cujus contrarium accidit circa Solſtitia, cum Æſtus minimi in Luminarium Syzygiis contingunt (minimi inquam illorum qui in Syzygiis contingunt) maximique (eodem ſenſu) in eorum Quadraturis.

Rurſus, Æſtus (cæteris paribus) maximi ſunt dum Luminaria ſunt in Perigæo, minimi dum in Apogæo; cumque iſtud Lunæ accidat quovis Lunationis tempore, Soli autem Hyeme tantum, hoc prioribus junctum efficit ut Æſtus maximi in Syzygiis & minimi in proximis Quadraturis præcedant Æquinoctium vernum & ſequantur Æquinoctium autumnale.

Hucuſque Æſtuum proprietates conſideravimus quatenus univerſum Telluris globum afficiunt: reſtat nunc ut eas conſideremus quæ à diverſarum habitationum Latitudine diverſa procedunt. In quem finem referat BEKAQH Tellurem, cujus centrum T, Poli A & B, hic borealis ille auſtralis, EQ Æquator, & huic paralleli duo circuli CD, FG, quorum hic verſus Boream ſit, ille verſus Auſtrum. Fluidum Telluri circumfuſum ad præſentiam Lunæ ſe diſponat in ſphæroidem figuram oblongam, cujus axis KH productus ad partes H per Lunam tranſeat, ut Prop. præc. oſtenſum eſt; erit recta TH vel TK maxima aquæ Altitudo (computando à centro) & TM vel TN minima, eadem nempe cum Altitudine aquæ in quovis circuli NM puncto, *v. g.* X vel Y, ubi parallelis CD & FG occurrit. Rectæ TC, TF, TD & TG

Tab. XXXIII. Fig. 4.

T G aquæ Altitudinem in respectivis punctis C, F, D & G designabunt; ductoque P O circulo ad circulum N M parallelo, erit recta T O æqualis Altitudini aquæ in punctis O, V, S, R & P, ubi dictus circulus P O cum Æquatore & parallelis respectivis concurrit. Hisce positis, consideremus Locum motu diurno parallelum C D describentem: patet, cum Locus hic in D versatur, Altitudinem Maris T D esse maximam, hoc est, Æstum esse cum Luna L Meridianum tenet; postea vero Altitudinem aquæ ibi esse minimam, cum dictus Locus revolvendo ad punctum X pervenit, uti prius est ostensum; rursusque Æstum esse cum Locus ad C appellit. Sed quia T D major est quam T C (nempe longissimæ T H propior) erit in casu præsenti, cum Luna ad Polum elevatum declinat, Altitudo Maris major cum Luna est in Meridiano supra Horizontem quam cum Luna Meridianum infra eundem tenet. Similiter T G minor est quam T F, quippe minimæ T M propior; hoc est, in Loco parallelum F G motu diurno describente Altitudo aquæ maxima, contingens dum Luna versus Polum depressum A declinans Meridianum supra Horizontem tenet, minor est quam ejus Altitudo maxima, quæ fit dum Luna ad Meridiani alteram medietatem pertingit.

Tab. XXXIII. Fig. 4.

Porro, Æstûs prædicti alternis vicibus majoris & minoris (in Loco quovis extra Æquatorem posito, prout Luna ad Meridiani partem conspicuam aut latentem appellit) differentia major erit, si cum causis quibusdam prius explicatis similemque effectum sortientibus conjungantur, *ex. gr.* Solstitiorum tempore; tunc enim in Syzygiis utrumque Luminare ab Æquatore maxime declinat, à qua Declinatione Æstuum alternationem pendere ostensum est. Atque effectus adhuc augebitur, si Orbitæ Lunaris Nodus ascendens Æquinoctium vernum etiam occupat; tunc enim Luna Soli conjuncta, ultra Declinationem Solis Declinationi maximæ æqualem, Latitudinis maxi-

maximæ (in Limite nempe) quantitate magis adhuc in Boream aut Auſtrum declinat.

Hæc omnia ita ſe haberent, ſi globus Telluris undique aquâ ſatis profundâ tegatur: Verum propter Inſulas tam majores quam minores Æſtum inhibentes, atque hiſce intermedia Freta, item Vada Syrteſque, per quæ Æſtus ſunt propagandi, infinita fere oritur hujus Phænomeni varietas. At omnium horum ſitu reſpectuque ad invicem probe notis, & Obſervationibus de Maris Æſtu exacte inſtitutis, nullum eſt dubium quin horum ratio ex prædictis facile & naturaliter fluat. Verum cum hæc non ſint noſtri inſtituti, immo hactenus oſtenſa non niſi tanquam Lemmata ad Lunæ figuram determinandam conſignentur, particularibus hujuſmodi proſequendis abſtinemus.

PROPOSITIO LXVI. LEMMA.

Si Globus Lunæ ubique profundo Mari noſtro ſimili opertus eſſet, indueret hic figuram ſphæroidem oblongam, cujus axis productus per Terram tranſiret: & Altitudo fluidi Lunaris, in partibus citerioribus & ulterioribus Lunæ, ſupra ſphæram ſphæroidi inſcriptam eſſet ad Altitudinem analogam Maris noſtri in partibus Lunæ ſubjectis & hiſce è diametro oppoſitis, ſupra ſphæram inſcriptam ſphæroidi, in ratione compoſita ex ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam, & ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ.

QUod fluidum Lunare in ſphæroidem figuram aſſurgeret, cujus axis per Terram tranſiret, patet iiſdem argumentis, quibus Prop. LXIV. probavimus fluidum Terreſtre hujuſmodi figuram induere. Cum enim Lib. I. ſatis ſit oſtenſa gravitas omnium corporum in omnia, merito cum *Keplero* in *Aſtr. Lunar.* quærendum eſſet; *Quid impedit igitur quin dicamus Terram etiam Lunares aquas trahere*

trahere ſicut Luna Terreſtres? Porro, ſi gravitas acceleratrix Terræ in Lunam æqualis eſſet gravitati acceleratrici Lunæ in Terram, (hoc eſt, ſi æqualis eſſet materiæ quantitas in Luna & in Terra;) patet fluida æquidenſa, quibus iſti duo globi teguntur, ſe conformatura in figuras ſphæroides ſimiles. Nulla enim vel excogitari poteſt ratio, quare alterius globi fluidum in acutiorem ſphæroidem figuram attollatur: Nam præter ſolam molem, in caſu præſente, omnia hinc inde æquantur. Et cum omnia ad omnimodam Æqualitatem producendam neceſſaria ponuntur præter Molem, loco omnimodæ Æqualitatis producetur Similitudo ejus ſuccedanea. Figuræ in ſchemate deſignent figuras ſphæroides ſimiles in quas Luna (cujus centrum L) Terraque (cujus centrum T) æqualis maſſæ fluida alterna elevarent; figurarum harum axes LB, TA in directum jacerent per Prop. LXIV. (*) Si ſphæroidibus hiſce inſcriptæ concipiantur ſphæræ FD, EC axes in C & D interſecantes, erit ob figurarum ſphæroïdum in caſu præſenti ſimilitudinem BL ad LF ut TA ad TE, & dividendo BD ad LF ſicut AC ad TE, & viciſſim BD ad AC ſicut LF ad TE; hoc eſt, ſi æqualis eſſet gravitas acceleratrix Terræ in Lunam atque Lunæ in Terram, elevatio fluidi Lunaris, in partibus proximis & remotiſſimis ſupra ſphæram inſcriptam, eſſet ad elevationem fluidi Terreſtris analogam, in locis Lunæ ſubjectis & hiſce oppoſitis, ut Diameter Lunæ ad Diametrum Terræ. Rurſus, ſi Terra ac Luna æquales haberent Diametros, Altitudines ſupra inſcriptas ſphæras, ad quas fluida æquidenſa elevarentur, eſſent ut gravitates acceleratrices in ipſa corpora trahentia; hoc eſt, ſphæroidis Altitudo, ad quam elevatur fluidum Lu-

Tab. XXXIII Fig. 5. 1. & 2.

(*) Intelligendum eſt figuras duas ex quibus quinta conſtat, in directum poſitas eſſe ad aliquam diſtantiam, atque ita collocatas eſſe, ut lineæ TA, LB in una linea recta jaceant, quod exprimi in Tabula non potuit.

Lunare ſupra ſphæram, in partibus Telluri proximis & ab illa remôtiſſimis, eſſet ad conſimilem Altitudinem ſphæroidis aqueæ ſupra inſcriptam ſphæram, ad quam elevatur fluidum Terreſtre, ut gravitas acceleratrix Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam. Et igitur, licet neque gravitas acceleratrix Terræ in Lunam æqualis ſit gravitati acceleratrici Lunæ in Terram, nec Diameter Lunæ Diametro Terræ æqualis; erit Altitudo fluidi Lunaris ſupra inſcriptam ſphæroidi ſphæram, in partibus citerioribus & ulterioribus Lunæ, ad analogam Altitudinem, ad quam Mare noſtrum in partibus Lunæ ſubjectis & hiſce è Diametro oppoſitis ſupra inſcriptam ſphæroidi ſphæram elevatur, in ratione compoſita ex ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ & ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXVII.

Figuram ſphæroidem oblongam Lunæ definire.

SUperius oſtenſum eſt & Lunam aliquando fuiſſe fluido undique tectam (quod ex illius figura ſphærica patet) & fluidum hoc fuiſſe ſphæroidis figuræ oblongæ, cujus axis per Terram tranſit. Quoniam autem eadem fere Lunæ facies Terræ perpetuo obvertitur, (quod propter Periodum Lunæ circa proprium Axem ejus Periodo circa Terram æqualem contingit, ut Prop. LVIII. oſtenſum eſt,) eminentiarum hujus ſphæroidis extra globum Lunæ idem erit perpetuo in ſuperficie Lunæ ſitus. Indureſcente proinde paulatim Lunæ materiâ fluidâ ſeu molli, ſphæroidis hujus eminentiæ in Lunæ ſuperficie quieſcentes etiam induruerunt, ipſaque Luna ex molli dura facta hanc figuram ſphæroidem oblongam retinet; ſecus atque in Terra fit, in qua ſphæroidis fluidæ eminentiæ extra inſcriptam

ſcriptam

ſcriptam ſphæram, propter Telluris motum circa proprium Axem pernicem, circa Tellurem perpetuo rotantur fluiditatemque conſervant.

Ad ſphæroidis hujus figuræ ſpeciem determinandam, advertatur demonſtratum eſſe in Prop. præc. exceſſum axis ſphæroidis oblongæ ſupra diametrum huic normalem eſſe ad exceſſum Altitudinis maximæ Maris noſtri à viribus ſolius Lunæ factæ ſupra minimam in ratione compoſita ex ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam, & ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ: Sed datur utraque ratio componens, prior ex Prop. LXII, poſterior ex Prop. LIX; datur igitur compoſita, nempe ratio exceſſûs axis ſphæroidis Lunæ ſupra diametrum illi normalem ad exceſſum Altitudinis maximæ Maris noſtri à ſolius Lunæ viribus factæ ſupra minimam. Datur autem exceſſus hic per obſervationem; ergo & ille, nempe exceſſus axis ſphæroidis Lunaris ſupra Diametrum illi normalem: datur autem ipſa Lunaris Diameter per Prop. LIX; ergo & axis ſphæroidis figuræ quæſitus. Definita igitur eſt Lunæ figura ſphæroides oblonga. Q. E. F.

Lunæ figura ex Sphæroide prolata Prop. LXIII. definita, & oblonga hâc LXVII. determinata componitur: At ſi illius ſuperficies fluido tegeretur, tertia præterea eſſet figura ſphæroides oblonga facta à Solis Vi perturbante, cujus axis productus per Solem tranſiret, cujuſque proinde eminentiæ, ſemel in rotatione Lunæ ſuper proprium Axem, integrum Lunæ ambitum peragraret inſtar Æſtûs Maris noſtri. Hujus elevatio maxima, extra ſupra definitam figuram Lunarem, eſſet ad elevationem Maris noſtri, à ſola Vi Solis factam, ut Diameter Lunæ ad Diametrum Terræ, & proinde nota.

Quæ de Terra ejuſque Satellite Luna dicta ſunt, vera etiam erunt de Jove & Saturno & eorum Satellitibus, ſi vel nunc vel olim fluida fuerint ingentia iſta corpora:

gravitas enim mutua corporum, conatus recedendi ab axe motûs in corporibus rotatis & fluidi natura eadem ſunt apud Jovem & Saturnum quæ apud Terram.

SECTIO XIII.

De Saturni Annulo, ejusque Phasibus.

POſt traditas & demonſtratas methodos Geometricas, quibus hucuſque obſervatorum circa Planetas ſecundarios & eorum Phaſes rationes explicantur & quantitates determinantur, reſtat ut eadem fiant reſpectu Annuli ſive Fornicis Saturno circundati, qui ejus Satellitii pars eſt, ideoque locum hunc, poſt alia de Satellitibus explicata, ſibi vendicant.

PROPOSITIO LXVIII.

Annuli, quo Saturnus cingitur, Magnitudinem, Figuram & Situm deſcribere.

Tab XXXIII. Fig 6.

ANnulus, quo Saturnus cingitur, eſt tenuis, planus; nuſquam ipſi Saturni globo cohærens, ut in figura depingitur; quorum ultimum hinc conſtat, quod Fixæ inter Saturnum Annulumque per G C B ſpatium cernantur.

Annuli Semidiameter eſt Saturni Semidiametri dupla ſeſquiquarta, & interſtitium inter Saturni globum & interiorem Annuli limbum G C H æqualis Annuli latitudini C D. Hujus ſuperficies duæ, G D F H C hic viſa alteraque latens huic parallela, planæ ſunt, non tamen politæ ſpeculi inſtar, ſed lumen Solis in ſe incidens undiquaque reflectentes. Annuli craſſities, ſive diſtantia inter prædicta duo plana, ſenſibilis eſt licet non admodum magna: Solis radios in ſe incidentes aut non omnino aut parum admodum reflectit; vel ſaltem ſpeculi inſtar ab uno puncto divergentes & Terram non attingentes.

Annu-

Annulus hic (qui propter gravitatem versus Saturni centrum, Fornicis instar, æquali undique à Saturno intervallo sustinetur) si omnino revolvitur, circa Axem suum sive rectam ex centro ad ipsius facies parallelas normalem revolvitur, adeoque eminus spectanti propter ejus uniformitatem pro quiescente habetur. Ipsum Saturnum circa eundem Axem super Polos P, *p* etiam revolvi admodum est verisimile; adeo ut Annulus, in Æquatoris Saturnii plano producto, Planetam hunc circumstet ad distantiam ab ejus superficie paulo majorem quam est Diametri quadrans.

Tab. XXXIII. Fig. 6.

Hæc omnia ad Oculum melioris notæ Telescopio adjutum patent, & ope Micrometri mensurantur; id est, cum Saturni Globo comparantur.

Saturnus Annulo cinctus in Orbita sua circa Solem eodem modo defertur atque Tellus in sua, quem Prop. XXX. Lib. I. descripsimus; nempe Annulus, adeoque etiam Saturni Æquator forte in hujus plano & Axis paralleli ferunturs; & planum Annuli eodem semper angulo, nempe $23\frac{1}{2}$ graduum, ad immotum planum Eclipticæ inclinatur, ac proinde eodem semper ad planum Orbis Saturni.

Communis plani Eclipticæ planique Annuli Saturni intersectio Eclipticæ occurrebat circa Annum 1659, in $20\frac{1}{2}$ grad. Virginis & $20\frac{1}{2}$ grad. Piscium, ex observatione *Christiani Hugenii*: nam in istis punctis constitutus tum temporis Saturnus Ansis sive Annulo orbatus spectabatur; in $20\frac{1}{2}$ gradu Geminorum & Sagittarii, à prioribus sc. remotissimis punctis, Ansæ maxime expansæ & diductæ cernebantur, quippe Annuli circulus tum minime oblique spectatus latioris Ellipseos speciem induit. Quoniam vero puncta prædicta $20\frac{1}{2}$ gr ♍ & ♓ non multum distant à punctis, ubi communis intersectio plani Æquatoris Terrestris cum dicto Eclipticæ plano per Solem transiens Eclipticæ occurrit; & hæc duo plana æqualibus angulis ad planum Eclipticæ inclinantur; erunt hæc duo plana, nem-

pe Æquatoris Annulique Saturnii, inter ſe fere parallela. Et igitur ſi ex Terra Annulus hic circularis oblique ſpectetur, indeque Ellipticus appareat, Ellipſis hujus major axis parallelus fere erit Æquatori Cœleſti.

Prædictam Rectam (quæ eſt communis interſectio plani Annuli Saturnii & plani Eclipticæ) motu angulari in antecedentia ferri veriſimillimum eſt. Quod ſi Annulus hic cum Æquatore Saturnio magnetice aliove quovis modo imperceptibili ſit connexus, (nam Obſervatione conſtat illum nuſquam cohærere,) ita ut horum plana in unum ſemper coincidant; Æquinoctiorum Saturniorum puncta retrocedent: Annulus enim eſt materia ad Æquatorem Saturni redundans; unde (per Prop. LXIV. Lib. I.) conſtat iſtorum punctorum motus in antecedentia eodem modo quo Æquinoctialium punctorum Terreſtrium. Quod ſi, Planetæ ſecundarii inſtar, Annulus motus ſuos peragat independenter à Saturni Globo, Lineæ prædictæ regreſſus ex Prop. XIV. Lib. IV. conſtabit.

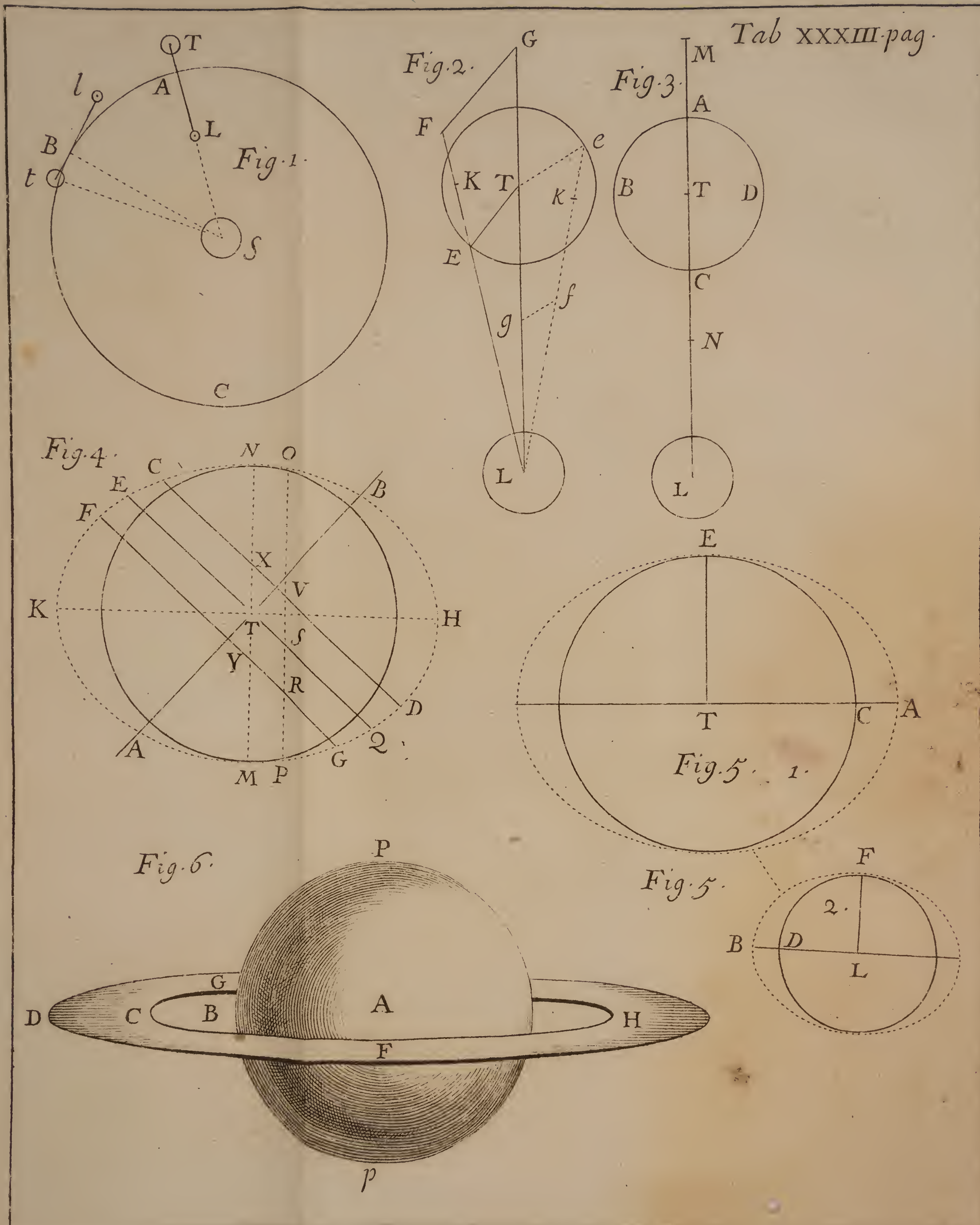
Porro angulus, quem Annuli planum cum plano Orbis Saturnii continet, major erit per Prop. XV, cum Saturnus in horum communi interſectione reperitur quam alibi; & minimus cum Saturnus inde maxime diſtat: verum mutationes hæ tam parvæ ſunt ut è Terra vix obſervari queant.

PROPOSITIO LXIX.

Annuli Saturnii Phaſes è Sole ſpectatas deſcribere & definire.

Tab. XXXIV. Fig. 1.

AB illis ordimur quæ fiunt cum Spectatoris oculus coincidit cum corpore illuſtrante, quippe & ſimplicioribus & ad alia gradum facientibus. Patet primum, Saturno ex Sole ſpectato ut in A vel I, (in ſchemate annexo ubi Saturnum cum Annulo quo cingitur parallelos delatum depinximus, cum ſpecie qua Diſcus apparet poſt


Tab XXXIII pag.
Fig. 1.
T
A
L
l
B
t
S
C
Fig. 2.
G
F
K
T
e
k
E
g
f
L
Fig. 3.
M
A
B
T
D
C
N
L
Fig. 4.
C
N
O
E
B
F
X
V
K
H
T
S
Y
R
D
A
Q
G
M
P
Fig. 5. 1.
E
T
C
A
Fig. 5.
F
2.
B
D
L
Fig. 6.
P
G
D
C
B
A
H
F
p

post illum respective,) neutram Annuli faciem videri, idque ob duplicem causam: Nam primo, cum in hoc casu Annuli planum productum per Solem transeat, neutra ejus facies illustrabitur, Solis radiis utramque stringentibus tantum, adeoque videri nequit, quippe obscura; deinde, cum Oculus etiam in Sole ponatur, hoc est, in planis videndis productis, facies illæ licet illustratæ non viderentur. Quod si Annuli Acies radios Solares in se incidentes undiquaque Planetarum more reflecteret, in situ prædicto exstarent hinc inde *Brachia lucida* in recta ad Eclipticam angulo $23\frac{1}{2}$gr. inclinata: Cum vero Acies hæc radios non remittat (ut Prop. præc. dictum) Brachia non apparebunt ultra Saturni Discum protensa; sed quâ lucidum Saturni Discum transit, lineam efficiet obscuram prædicto modo inclinatam, per Disci centrum traductam: Sed & linea hæc obscura etiam alias apparebit, nunc supra Disci centrum, nunc infra illud incurvata, prout Aciei obscuræ situs postulat.

Tab. XXXIV. Fig. 1.

Procedente Saturno ab A per B, C &c. versus E, vel ab I per K, L &c. versus N, paulatim attollitur Sol supra Annuli faciem, vel hanc vel illam, donec Saturno ad E vel N pervento, planum per Solem & Saturnum traductum, ad Eclipticæ planum normale, Annuli plano etiam normale fuerit, & Sol supra planum Annuli circiter $23\frac{1}{2}$gr. elevatus; in quo casu facies Annuli illa, quam Sol illustrat, omnium maxime illustratur, ob radiorum Solarium incidentiam tum maxime directam: Et Annuli limbus circularis Oculo in Sole etiam constituto ex Opticæ legibus Ellipsis apparebit, cujus major axis duplus sesquialter est minoris, sicut radius est fere duplus sesquialter sinûs $23\frac{1}{2}$gr. Et porro, procedente Saturno ab E per F, G &c. versus I, aut ab N per O, P &c. versus A, paulatim minuitur Solis elevatio supra faciem illustratam, donec tandem neutram denuo illustret, sed utramque suis radiis stringat. In intermedio quovis

Tab. XXXIV. Fig. 1. vis ſitu facies illuſtrata minus aut magis illuſtrabitur pro minore aut majore diſtantia Saturni à ſitu A vel I, & circularis Annulus ſub magis contractæ aut magis dilatatæ Ellipſis ſpecie videbitur; ejus nempe major axis erit ubique ad minorem ut radius ad ſinum anguli quo recta ex oculo ad ejus centrum ducta inclinatur ad Annuli planum. Prædictus angulus quo Sol (Oculuſve in Sole poſitus) ſupra Annuli planum elevatur, in quovis Saturni ſitu (puta C) æqualis eſt angulo quo Sol ſupra planum Æquatoris Terreſtris elevatur (hoc eſt, Solis Declinationi ab Æquatore) cum Tellus diſtat à puncto, ubi Terricolis Æquinoctium eſt, angulo æquali ipſi A S C adeoque per Tabulam Declinationis punctorum Eclipticæ facillime inveniendus: Nam (per Prop. præc.) maxima Solis elevatio ſupra planum Æquatoris Terreſtris æqualis eſt maximæ ejus elevationi ſupra planum Annuli Saturnii.

Saturno prope punctum A hærente Annulus minime percipietur, non tantum quia Ellipſis axis minor in iſto caſu eſt admodum parvus, ſed etiam præcipue quod ob radios Solis admodum oblique incidentes parum illuſtretur, & proinde Oculo vix ſenſibilis reddatur. Experientiâ vero conſtat ad illuſtrandam Annuli faciem, ita ut videri queat, opus eſſe ut Sol ſupra illius planum elevetur tribus ad minimum gradibus; ad iſtud vero requiritur ut Saturni Locus Heliocentricus diſtet à loco A vel I ſeptem aut octo gradibus: & igitur toto illo tempore quo Saturnus ex Sole ſpectatus citra vel ultra punctum A vel I (jam ſæpe deſcriptum) intra ſeptem aut octo gradus hæret, hoc eſt, dum in Orbitæ ſuæ partibus oppoſitis quindecim iſtos gradus percurrit, quod totidem circiter menſes durat, ejus Annulus & hinc nata Brachia & Anſæ non apparebunt, ſed Saturnus rotundus & ſolitarius videbitur. Verum limites hi diverſi erunt pro obſervantis Oculi diverſa acie, diverſiſque Tubi quo

utitur

utitur viribus. Atque hæc ſunt præcipua Phænomena Annuli quo Saturnus cingitur è Sole ſpectati; hic modus illa determinandi.

Scholium.

Ob eaſdem rationes Viæ Satellitum circa Primarium quemvis revolventium è Sole ſpectatæ, nunc rectæ apparent nunc Ellipticæ: rectæ quidem, cum linea Nodorum Satellitis producta in Solem incidit; quando etiam Satelles è Sole viſus maxime elongatus à ſuo Primario maxime etiam declinat à Via Primarii è Sole viſa, quo caſu Eclipſis iſtius Satellitis, in Primarii umbram incurrentis, centralis erit & proinde (cæteris paribus) maxime diuturna, & Umbra Satellitis, inferiorem Orbitæ ſuæ ſemicirculum percurrentis, in Primarium incidens per Diſci centrum è Sole viſum tranſit. Unde Solis & Satellitis Phænomena, è Primario viſa, ad ſuperiorum normam definientur. Extra hunc ſitum Satellitis Via è Sole viſa Ellipſis apparebit, (circulus nimirum oblique ſpectatus,) cujus major axis eſt in Primarii Via viſa. Hæc breviorem obtinebit axem minorem quo propior eſt Primarius iſtis punctis ubi prior Phaſis contingit, longiorem quo ab illis remotior; adeoque omnium longiſſimum (hoc eſt, ipſa hæc Ellipſis, quam Satellitis Orbita circularis induit, erit latiſſima) dum Primarius in locis verſatur inter prædicta loca mediis; nempe cum recta Solem Primariumque conjungens eſt ad Satellitis Orbitæ planum minime obliqua, in quo caſu Satelles in maxima Elongatione à ſuo Primario videbitur in Primarii Via è Sole viſa; in conjunctione vero cum Primario à dicta Via maxime in hanc vel illam partem declinat, prout in ſuperiore vel inferiore Orbitæ ſuæ ſemicirculo verſatur. Unde Satelles in ſuperiore Orbitæ ſuæ parte ab Umbræ Primarii axe longiſſime aberit, & in inferiore Satellitis Umbra à centro Diſci Primarii ſui è Sole viſi quam ma-

Tab. XXXIV. Fig. 1.

 xime

xime etiam diſtabit; ideoque pro inclinatione plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ Primarii, proque Orbitæ Satellitis magnitudine, Eclipſes illinc ortæ erunt (cæteris paribus) vel breviſſimæ, vel forſan nullæ. In locis intermediis Satellitis Via circa Primarium è Sole viſa erit Ellipſis minus lata, prædictaque omnia miſcebuntur. Atque Phaſes hæ omnes contingent bis in una revolutione Primarii circa Solem, ſi Nodorum Linea ſibi ſemper parallela maneat; ſin hæc moveatur, continget Phaſium varietas omnis, ex quo iſta Nodorum Linea producta in Solem incidit, donec rurſus verſus eundem dirigatur. Et è converſo, ex iſtis Eclipſium vel longiſſimarum vel breviſſimarum obſervationibus, lineæ Nodorum Satellitis poſitio & plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ Primarii inclinatio definientur.

PROPOSITIO LXX.

Annuli Saturnii Phaſes è Terra ſpectatas deſcribere & definire.

Licet Annuli Saturnii Phaſes è Sole ſpectatæ ſint fere eædem cum ejus Phaſibus è Tellure ſpectatis, (quia Saturni locus Geocentricus ab ejuſdem loco Heliocentrico, etiam cum maxime, vix diſtat ſex gradibus,) & proinde per Prop. præc. definiendæ; cum tamen in quibuſdam differant, præcipue Saturno rotundo apparente, illarum differentias breviter oſtendemus.

Tab. XXXIV. Fig. 2. Sit ut prius S Sol, ABIN Orbita Saturni, DCT Orbita Telluris annua; (neque enim ejus inclinationem ad Orbem Saturni, quippe admodum parvam, hic conſideramus;) ſintque A & I loca Orbitæ Saturni, in quibus Saturnus exiſtit cum Annuli ſui planum productum per Solem tranſit, & Æquinoctium in Saturno fit, ſi Annulus ſit in plano Æquatoris & Saturnus circa proprium axem rotetur. Patet quod, Saturno in A vel I poſito, Annu-

Annulus non cernetur ab Oculo in Terra in quacunque Orbitæ suæ parte Tellus consistat: Nam cum neutra Annuli facies à Sole in hoc casu illustretur, neutra ab Oculo videbitur, licet satis supra illius planum elevato. Sola Annuli acies illustratur, quæ tamen non videtur, quia radios (saltem ad Terram pertingentes) non repercutit: hæc tamen, qua lucidum Saturni Discum transit, nigricans sive obscura linea apparet ob rationes Prop. præc. explicatas.

Tab. XXXIV. Fig. 2.

Porro si, Saturno ad B progresso, Tellus sit in Orbitæ suæ puncto C, tali ut B C sit parallela ad A I, Saturnus etiamnum rotundus apparebit: Nam licet Annuli facies altera à Sole in hoc casu illustretur, Oculus Telluri affixus in Annuli plano producto etiamnum reperitur, ideoque illam non videt, sed solam Annuli aciem obscuram sibi obversam habet. Hoc accidit quando Saturnus ex Terra spectatus ad easdem Fixas refertur, ad quas referebatur per Oculum in Sole positum cum Sol in Annuli plano producto reperiretur; hoc est, quando Saturni locus Geocentricus idem est cum ejus loco Heliocentrico, cum Sol est in Annuli plano producto, quod ex Tabulis Astronomicis facillime dignoscitur.

Rursus, ponatur Saturnus in situ H, Tellus in E, ita ut Annuli planum, sive potius hujus communis sectio cum plano Orbis Saturni recta H M, ipsi I A parallela, producta inter Solem S & Terram E cadat, quod fiet ubi Saturni Locus Geocentricus & ejusdem Locus Heliocentricus sunt ad diversas partes Loci supra Prop. LXVIII. descripti, ubi Annuli planum productum in Solem Terramve incidit, quod ex Tabulis Astronomicis, Ephemeridibus præsertim, statim constat; nam S H recta Saturni Locum Heliocentricum ostendens cadit ad unas rectæ H M partes, & E H ostendens ejus Locum Geocentricum cadit ad alteras ejusdem rectæ partes: In hoc, inquam, casu Spectator Terrestris Annulum non videbit, (præter-

quam quod linea nigricans lucidum Saturni Discum transit,) quia illam Annuli faciem, quæ Solis radiis exponitur, conspicere nequit; quippe ab ipso aversam. Obversa etenim Terræ, in hoc casu, est facies illa quæ nunc umbræ vices patitur.

Contra, cum rectæ TN, SN ad Saturnum ex Sole & Terra eductæ ad easdem prædictæ NR (communis sectionis planorum Annuli Orbisque Saturni) partes cadunt, sicut fit cum Saturnus est in N; hoc est, cum Locus Saturni Geocentricus ejusdemque Locus Heliocentricus ad easdem partes sunt respectu Loci supra descripti, ubi Annuli planum productum in Solem incidit; tum eadem facies Annuli Soli & Terræ obvertitur, ac proinde (si per alias rationes Prop. præc. explicatas liceat) facies illustrata visa Saturno Brachia Ansasve præstare videbitur: Nempe si Sol Annuli faciem satis illustret, ut ejus lumen Oculum afficiat; hoc est, si tribus gradibus aut amplius supra Annuli planum attollatur, sive Saturnus octo gradus aut amplius à puncto A vel I absit, & Terra etiam uno circiter gradu aut amplius supra eandem faciem elevetur, (nam etiam sensibili aliquâ opus est Oculi elevatione supra planum Annuli, ne Ellipsis, quam Annulus refert, tenuissimæ lineæ similitudinem præferat, adeoque exiliorem emittat lucem quam quæ Oculum movere possit;) hoc est, si Saturni Locus Geocentricus tribus gradibus aut amplius distet à loco, ubi Annuli ejus planum productum in Terram incidit, videbitur Annulus, sicuti Prop. præc. ostensum est.

Ad definiendam speciem Ellipsis quam Annulus quovis tempore refert, advertendum est quod, cum illius planum inclinatum sit ad planum Orbitæ Terræ 23 gr circiter ubi Annuli circulus maxime directe videtur, Linea Terram dictumque circulum conjungens ad circuli planum in dicto angulo inclinabitur; & proinde in isto casu circulus apparebit Ellipsis, cujus major axis est duplus sesquial-

quialter minoris. Porro, in alia quavis inclinatione rectæ Terram & Saturnum conjungentis ad circuli planum, (invenienda ex distantia Loci Saturni Geocentrici ab ejus Loco Geocentrico ubi Annuli planum productum in Terram incidit, ope Tabulæ Declinationis punctorum Eclipticæ, ut supra) major ejus axis erit ad minorem sicut radius ad sinum rectum anguli modo inventi, quo Oculus supra planum Annuli elevatur. Atque hæ sunt præcipuæ Annuli Phases è Tellure visæ, & hi modi illas definiendi. Q. E. F.

Ejusdem etiam speciei est Ellipsis quæ interiorem Annuli circulum refert, quippe in eodem plano cum exteriore: Verum Ellipsis hæc non est eadem cum perforata figura; Annuli enim crassities huic obstat. Perforatæ hujus figuræ citerior semissis eadem est cum prædictæ Ellipseos parte; ulterior vero est æqualis similisque Ellipsis pars axi paulo propius admota, ut ex figura Prop. LXVIII. patet.

Scholium.

Ad eundem modum ex figura viæ sive semitæ Satellitis circa suum Primarium è Sole visæ, per Prop. præc. determinata, determinabitur ejusdem figura è Tellure ad Tempus propositum visa. Patet enim Satellitem Telluris incolæ videri Rectam descripsisse, cum Tellus in Orbitæ Satellitis plano reperitur, licet Sol tum temporis in eadem non versetur; & Ellipsin (quam in omni alio casu refert) ad circulum maxime accedere, cum recta Terram & Primarium conjungens minime obliqua est ad planum Orbitæ Satellitis, licet recta à Sole ad Primarium ad idem planum tum temporis non sit minime obliqua. Et è converso, ex dictarum Phasium observatione definietur situs Lineæ Nodorum, & Inclinatio plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ quam Primarius circa Solem describit.

Porro, eadem vera sunt de apparente semita Maculæ

ſive alterius cujuſvis viſibilis notæ in Planetæ primarii ipſiuſve Solis ſuperficie & circa ejus Axem rotatæ, vel de talium notarum ſerie circulari : apparebit enim, ex Optices legibus, circulus hic nunc Recta nunc Ellipſis, prout Tellus in ejus plano producto verſatur vel extra illud.

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER QUINTUS

DE COMETIS.

EXplicatis Planetarum tum primariorum cum ſecundariorum motibus, & Phænomenis inde ortis, ad alterius generis corporum nempe Cometarum motus explicandos progredimur, quorum plures ſpecies ab Auctoribus numerantur: illos quippe dividunt ſecundum colores varios quibus fulgere cernuntur, Planetaſque quos ita æmulantur, & Caudarum quas emittunt figuras. Nos qui Aſtronomica non Aſtrologica tractamus, horum unicum tantum genus agnoſcimus, qui pro diverſitate vaporis Caudam conſtituentis, ipſiuſque Cometæ ſitûs reſpectu Solis, diverſas iſtas facies oſtendunt.

In his tractandis primò Phyſica quædam expediemus, ut ad Geometrica, ipſam nempe Orbitam determinandam, accedamus poſtea. In Phyſicis tractandis opiniones quaſdam & Philoſophorum placita poſtea rejicienda recenſere neceſſe erit, ut amplectenda melius intelligantur. Quod autem iſtud, in Libris præcedentibus conſulto omiſſum, in hoc fiat, ignoſcet Lector: neque enim Cometarum Theoria Geometrarum curas hactenus adeo exercuit atque Fixarum Planetarumque.

SEC-

SECTIO I.

GENERALIA DE COMETIS.

PROPOSITIO I.

Philoſophorum placita de Cometarum Duratione & Loco breviter exponere.

PHiloſophi vetuſtiſſimi iidemque Aſtronomi Cometas eſſe æterna Mundi Corpora credidere, Planetarum inſtar, gyros ſuos ſtatis temporibus complentia: Nam *Ariſtoteles Lib.* I. *Meteor. Cap.* 6. de Cometa verba faciens ait, Τῶν δὲ Ἰταλικῶν τινὲς καὶ καλουμένων Πυθαγορείων, ἕνα λέγουσιν αὐτὸν εἶναι τῶν πλανητῶν ἀστέρων, ἀλλὰ διὰ πολλοῦ τε χρόνου τὰν φαντασίαν αὐτοῦ εἶναι καὶ τὴν ὑπερβολὴν ἐπὶ μικρὸν, ὅπερ συμβαίνει καὶ περὶ τὸ τοῦ Ἑρμοῦ ἀστέρα. *Italicorum autem quidam vocatorumque Pythagoreorum dicunt Cometam eſſe unum errantium ſyderum, ſed non apparere niſi poſt multum tempus, nec niſi parvo tempore exſtare, quod accidit etiam Mercurio.* Et *Plutarchus Lib.* III. *De Placit. Philoſ. Cap.* 2. ait, Τῶν ἀπὸ Πυθαγόρου τινὲς μετὰ ἀστέρα φασὶν εἶναι τὸν κομήτην τῶν οὐκ ἀεὶ φαινομένων, διὰ τινος δὲ ὡρισμένου χρόνου περιοδικῶς ἀνατελλόντων. *Pythagoreorum quidam Cometam dixerunt eſſe ſtellam ex earum numero quæ in cælo non aſſidue quidem comparent, ſed quæ ſtatis temporibus peracto certo circuitu rurſus ſolent exoriri.* Et *Seneca* in *Natural. Quæſt. Lib.* VII. *Cap.* 3. ſic inquit, *Democritus ſubtiliſſimus antiquorum omnium, ſuſpicari ait ſe, plures ſtellas eſſe quæ currant* (hoc eſt, Cometas) *ſed nec numerum illarum poſuit, nec nomina, nondum comprehenſis quinque ſyderum* (hoc eſt, Planetarum præter Solem & Lunam) *curſibus.* Et rurſus, *Seneca* ibid. dicit *Apollonium Myndium peritiſſimum inſpiciendorum naturalium* aſſerere *Cometas in numero ſtellarum errantium poni à Chaldæis, tenerique curſus eorum. Apollonius* hic (teſte *Seneca* ibid. *Cap.* 17.) aje-

lle la l
le daris
du Be
commen
ue 15e d
douziem
avant
et finis
tion . a
iere eften
iere eflo

au
d'Eu
ven
7.e
diff
ai
d'E
com
da
pri
ceu
cett

ajebat quod *proprium ſydus Cometes eſt, ſicut Solis aut Lunæ. Cæterum non eſt illi palam curſus: altiora Mundi ſecat; & tum demum apparet, cum in imum curſus ſui venit*; id ipſum nempe quod Prop. X. Lib. I. oſtenſum eſt. Cui ſententiæ & ipſe ſubſcribit *Seneca Cap.* 22. his verbis: *Non exiſtimo Cometen ſubitaneum eſſe ignem, ſed inter æterna opera naturæ.* Solam ille & unicam methodum tradit *Cap.* 2. quâ Quæſtio hæc ſolvi queat, *neceſſarium eſſe* dicens *veteres ortus Cometarum habere collectos; deprehendi enim propter raritatem eorum curſus adhuc non poteſt, nec explorari an vices ſervent, & illos ad ſuum diem certus ordo producat.* Tandemque ſic vaticinatur *Cap.* 25. *Veniet tempus, quo ipſa quæ nunc latent in lucem dies extrahat & longioris ævi diligentia. Ad inquiſitionem tantorum ætas una non ſufficit. Veniet tempus, quo poſteri noſtri tam aperta nos neſciſſe mirentur.* Et *Cap* 26. *Erit qui demonſtret aliquando, in quibus Cometæ partibus errent, cur tam ſeducti à ceteris eant, quanti qualeſque ſint.*

Poſtea vero *Peripateticorum* Schola omnis Cometas non corpora Mundi æterna ſed noviter producta & mox rurſus interitura cenſens, ut Cœlorum ingenerabilitatem & incorruptibilitatem tueretur, illos ex exhalationibus compactos Terreſtribus in regiones ſublunares detruſit; quæ opinio invaluit magis poſt invectos in Cœlum ſolidos orbes, per quos Cometæ trajicere nequeunt.

Tandem vero *Tycho Brahe* & *Keplerus* ex Obſervationibus invenientes nullam eſſe Cometarum parallaxin diurnam, illos in ſedes ſupralunares repoſuere. Modus parallaxin Cometæ diurnam, ſi qua eſt, inveſtigandi maxime commodus & facillimus eſt ſequens: Per obſervationes plurium dierum ante & poſt factas definiatur ſemita inter Fixas quam teneret Cometa, ſi nulli parallaxi diurnæ ſubjiceretur. Si ergo ab Ortu ad Meridianum, vel inde ad Occaſum uſque, eum inter vicinas Fixas teneat Locum reſpective, quem ex ſupra determinata ſemita te-

neret, indicio eſt illum nulli parallaxi diurnæ eſſe obnoxium: Nam dum Horizonti propinquus eſt, ſi dictâ parallaxi afficeretur, inferior appareret inter vicinas Fixas quæ nullam patiuntur; adeoque ad Ortum vergens Cometa orientalior, ad Occaſum occidentalior quam pro Loco ex prioribus Obſervationibus iſti temporis puncto congruo cerneretur. Neque modus hic refractionis Sydearum incertitudini ſubjacet; nam proximarum Stellarum eadem quamproxime eſt refractio quæ Cometæ. Omnium vero commodiſſime Obſervatio hæc inſtituitur, ſi inveniatur Locus verus Cometæ in recta inter binas Fixas ducta, ita ut Fixæ hæ tum temporis ad parvam ſupra Horizontem altitudinem in eodem Almicantarath aut prope reperiantur, quod in tanta Fixarum multitudine facile erit, ſaltem ſi adhibeantur quæ Oculo Teleſcopio adjuto videntur: Nam ſi Cometa parallaxi diurnæ ſubjiciatur, extra rectam hanc & Horizonti propior videbitur; ſin aliter, in recta cum Fixis etiamnum apparebit.

Cometarum ſedes ſupralunaris ulterius confirmatur exinde quod Cometa Anni 1680 obſervatus fuerit à *D. Caſſini* 22 aut 23 tantum gradibus à Sole diſtans, & interim pleno Orbe fulgens, quod prius de Cometa qui apparuit Menſe *Aprilis* Anno 1665 etiam notaverat; unde certo concluditur, vel Cometas iſtos tum temporis non tantum Lunâ ſed & Sole fuiſſe ſuperiores, (cum Mercurius & Venus in ea à Sole diſtantia apparente pleno Orbe non fulgeant niſi tales fuerint;) vel illos eſſe corpora lucida ipſius Solis aut Fixarum inſtar, aut ſaltem pellucida & Solis radios tranſmittentia, quod de tam magnis corporibus vix dicetur, cum Maculæ Solares utut raræ texturæ opacæ ſatis ſint. Cometas vero eſſe corpora opaca ex Umbris quas projiciunt oſtendetur inferius,

PRO-

PROPOSITIO II.

Philoſophorum Opiniones de Cometarum Ortu & Orbitis breviter recenſere.

De Cometarum Orbitis inter Philoſophos nondum plene conſtat: *Keplerus* ſiquidem & poſt hunc *Carteſius*, *Hevelius*, aliique Cometas in rectis trajicere ſtatuunt. *Keplero* enim *Circuli* aliæve recurrentes Curvæ *in Cometarum vero motu nunquam placuerunt, ideo quod non ſit veriſimile eorum quæ nunquam redeunt motus eſſe circulares.* Jam vero credidit *Keplerus* in *Cometar. Phyſiolog. liquidi Ætheris immenſam profunditatem ejus eſſe naturæ, ut Cometas ex ſeipſo producat ne regio illa vacua ſit, atque hoc fieri per facultatem animali vel vitali ſimilem ad auræ ætheriæ defæcationem & purgationem, cum hæc certis regionibus craſſeſcit. Coactâ igitur illâ, craſſâ pinguedine ætheris, quaſi quodam excremento, velut in quoddam Apoſtema; fit ex natura loci, ut lumen illi accedat (cum Solis lumen ubique adſit) motuſque ei inſtar Stellæ alicujus concilietur: Exemplum genuinum, quomodo Cometarum huic pingui & cœleſti materiæ & motus & lumen conciliatur, videre eſt in trajectionibus aëriis. Hevelius* vero Cometas oriri ſtatuit ex Planetarum exhalationibus ſubtilioribus ſibi mutuo in æthere caſu junctis & Diſci formam retinentibus, cujus altera facies Soli obverſa manet, poſtquam Cometa in linea ſpirali motus egreſſus eſt Planetæ Atmoſphæram, ex qua prima ſui rudimenta traxit.

Carteſius Cometæ cujuſvis corpus poſuit perenne Planetæ inſtar, quippe effictum, ut Planeta, ex Fixa aliqua (ſive Sole) Maculis obducta & à vicino creſcente vortice abrepta. At Cometam vult de vortice in verticem perpetuo rectâ fere progredi.

Qui vero Cometam perenne corpus ſtatuunt, & ſemitam eandem denuo Planetarum ritu percurrere, ejus Or-

 bitam

bitam talem esse volunt, ut Tellus vel intra circulum hunc licet summe excentricum contineatur (ut D. *Cassini* de Cometa An. 1577, quem eundem esse suspicatur cum eo Ann. 1680 & 1681) & Cometa hujus peripheriam æquabiliter percurrat, quod ipsis Planetis non conceditur; vel extra, ita ut Orbitæ convexitas Terram respiciat, cui propendere videtur idem D. *Cassini* in Theoria motûs Cometæ Anni 1664. Verum quidem est Orbitas hasce à D. *Cassini* ad Cometæ motum calculo subjiciendum præcipue adhiberi, nec physicum quid à cautissimo Viro super hac re definiri.

Ex plurium Cometarum Observatione quendam quasi Cometarum Tractum inter Fixas statuit D. *Cassini*, intra cujus limites plurimi (licet non omnes) Cometæ continentur, sicut Planetæ intra limites Zodiaci. Zonam hanc Cometicam Zodiaco æque latam, & illius instar Animalium figuris insignitam transire comperit per Antinoum, Pegasum, Andromedam, Taurum, Orionem, Canem minorem, Hydram, Centaurum, Scorpionem & Sagittarii arcum, & Zodiacum Cometicum appellavit.

Huc etiam spectat *Cometarum Systema* à Cl. D. *Jac. Bernoulli* An. 1682 editum, in quo ponit Planetam primarium quendam circa Solem rotatum ad *distantiam à Sole* 2583 *Semidiametrorum Orbis magni*, *spatio Annorum* 4 *& Dierum* 157, *etiamsi Saturnus ducenties quinquagies octies propior id non nisi* 30 *Annorum spatio præstet.* Circa Primarium hunc (*qui tum ob corporis exiguitatem, tum ob immensam distantiam conspectum nostrum perpetuo fugit*) ad diversas distantias diversi rotantur Cometæ, quorum tamen nullus ad usque Saturni Orbitam descendit; *itaque Cometæ*, ex mente *D. Bernoulli*, *nil aliud sunt quam prædicti invisibilis Planetæ primarii Satellites, qui tum demum videri incipiunt, cum ad Perigæum se demittunt nobisque proximi evadunt.*

Sententia de Cometarum Orbitis, quæ nobis verisimillima

millima videtur, superius Prop. XXXV. Lib. I. explicata, præterquam quod simplicitati naturæ maxime est congrua, prædictarum opinionum facies fere omnes induere potest. Sit enim (fig. 1.) Sol, per S repræsentatus, communis focus Orbitæ Telluris fere circularis T G H K & Orbitæ Cometicæ admodum excentricæ A B D I E C; patet quod Cometæ Orbitæ suæ portionem E C vel B D percurrentis Phænomena satis belle explicabuntur per motum in Recta æquabilem, siquidem B D vel C E à Recta non sit multum diversa, & præterea Cometa in illa æquabiliter moveatur; cum trilinea æqualia super illam constituta, quorum communis vertex est S, habeant bases etiam proxime æquales. Vix tamen primo obtutu apparebit eundem esse Cometam qui prius E C descripsit, postea que B D, interposito Tempore notabili inter has duas apparitiones, quo sc. arcum C A B describens sub radiis Solaribus delituit. Terrâ autem ut ad T constitutâ, Cometæ portionem Orbitæ ad A describentis phænomenis Curva versus Terram convexa melius conveniet; talis enim revera est in fig. 1. Verum convexa versus Terram Curva Cometæ in Solis opposito conveniet nunquam in hac Theoria; concava tamen optime, si (ut in fig. 2.) S A Cometæ perihelia à Sole distantia Orbis magni Semidiametrum S T superet: Cometæ enim ad A trajicientis phænomenis ex Tellure in T visis optime respondebit Curva versus T cava, quippe sua.

Tab. XXXIV. Fig. 3. 1. & 2.

Tab XXXIV. Fig. 4.

PROPOSITIO III. LEMMA.

Si Aer sese expandat secundum legem hanc experimentis confirmatam, nempe quod spatia in quæ comprimitur sunt ponderibus comprimentibus reciproce proportionalia; globus Aeris nostri unciam unam latus, ea cum raritate quam haberet in Altitudine Semidiametri Terrestris, impleret omnes Planetarum regiones ad usque sphæram Saturni, & longe ultra.

LEgem expansionis Aeris eam esse quæ hic ponitur, sc. quod spatia in quæ comprimitur Aer datæ quantitatis sunt reciproce proportionalia ponderibus comprimentibus, liquet ab Experimentis *Transact. Philos. Mens. Julii An.* 1671. N°. 73. consignatis. Hâc positâ referat A B Z Z tubum erectum infinitum Aere plenum, cujus latera A Z, B Z sunt invicem parallela & Horizonti perpendicularia, & fundus A B superficiei Terræ insistens: Patet Aerem ad A B comprimi per pondus totius incumbentis Aeris A B Z Z, & Aerem ad E D (ad libitum ductam ipsi A B parallelam) comprimi per pondus incumbentis Aeris E D Z Z. Concipiatur Aerem per totam rectam E D expansum comprimi in ejus partem, puta C D, ut ejusdem sit densitatis cum Aere A B, & hoc etiam ad aliam quamvis rectam similiter ductam ut *e d* fieri, hoc est, Aerem omnem, qui prius per tubum A B Z Z expandebatur, comprimi in spatium A B Z X ita ut ejusdem sit ubique densitatis. Curvæ A C *c* X, spatium A C *c* X Z *d* D B A ab una parte terminantis, recta B Z erit asymptotos, quia in quantacunque supra Terram altitudine aliquis est Aer, qui proinde compressus, donec æquidensus sit atque Aer ad A B, aliquis etiamnum manet.

Cum igitur eadem quantitas Aeris compressi quantum A B comprimitur (hoc est, ab incumbente Aere A Z Z B) occu-

occupet ſpatium C D, compreſſi vero ſicut E D, occupet ſpatium E D; patet per compreſſionis Aeris legem ſupra memoratam C D eſſe ad E D, hoc eſt, ad A B, ut pondus Aeris incumbentis E D Z Z ad pondus Aeris incumbentis A B Z Z; hoc eſt (propter eandem quam ſupponimus gravitatem in omni diſtantia à centro) ut ipſe Aer incumbens C D Z X ad Aerem incumbentem A B Z X, ſive ut figura interminata C D Z X ad interminatam figuram A B Z X: Sed hæc eſt Curvæ Logarithmicæ proprietas Geometris notiſſima; Curva igitur A C X eſt Curva Logarithmica, cujus aſymptotos eſt B Z recta. Unde per *Probl.* III. *Appendic.* 3. *Lect. Geom.* XII. *Barrovii*, (ductis C G, *c g* ad B Z parallelis cum A B concurrentibus in G & *g*,) B G ſive C D eſt eodem ordine inter B A & B *g* ſive *d c* media Geometrice proportionalis, quo B D inter B *d* & nihilum eſt media arithmetice; adeoque O (ſeu nihil) B D & B *d* ſunt ſicut Logarithmi rectarum B A, D C & *d c* reſpective. Datis ergo B D, B *d*, B A & D C, facillime invenietur *c d*, quæ ut hactenus oſtenſum repræſentat quantitatem Aeris compreſſi, quantum ad Terræ ſuperficiem fit, quæ in Altitudine B *d* ſupra Terram ſe expandet in ſpatium ipſi B A æquale; nempe faciendo ut ſit D B ad *d* B ut differentia Logarithmorum ipſarum A B & C D ad aliam, erit hæc differentia Logarithmorum ipſarum A B & *c d*: & proinde dato Logarithmo ipſius A B, non latebit Logarithmus ipſius *c d*, nec ipſa proinde *c d*.

Tab. XXXIV. *Fig.* 4.

Sit A B pedum 33, quanta nempe eſt Altitudo columnæ aqueæ, cujus idem eſt pondus cum æque craſſa columna Aeris ad Atmoſphæræ ſummitatem protenſa: Cumque Aer juxta ſuperficiem Terræ ſpatium occupet quaſi 850 vicibus majus quam Aqua ejuſdem ponderis, ut experimentis innumeris conſtat; columna Aeris pedes 850 alta ejuſdem eſt ponderis cum æque craſſa columna Aquæ pedem unum alta. Et propterea ſi aſcendatur ad

alti-

Tab. XXXIV. Fig. 4.

altitudinem 850 pedum ſupra Terræ ſuperficiem, columna Aeris loco iſti incumbens ejuſdem eſt ponderis cum æque craſſa columna Aquæ 32 pedes alta. Si ergo B D aſſumatur pedum 850, erit D C pedum 32: nam A B, C D, *c d* &c. exponent altitudines Baroſcopii (quocunque fluido impleatur) in locis B, D & *d*; hæ enim ſunt proportionales ponderibus incumbentis Aeris reſpective. Ut igitur ex præmiſſis inveniatur *d c*, poſitâ B *d* Semidiametro Terræ æquali, nempe numero rotundo pedum 20000000, (nam ſecundum nuperam Gallorum menſuram eſt pedum 19615800,) inſtituatur operatio per regulam proportionis, inveniendo ipſis D B 850, *d* B 20000000, & differentiæ Logarithmorum ipſarum A B, C D ex Tabulis excerptorum, nempe 0, 0133639, quartam proportionalem 314, 0000000, nempe differentiam Logarithmorum ipſarum A B & *c d*, quâ ſubductâ ex 1, 5185139 Logarithmo ipſius A B prius ex Tabulis excerpto, manebit ipſius *c d* Logarithmus — 312, 0000000, cujus ſc. Characteriſtica (ut vulgo dicitur) eſt — 312. Porro, ex natura Logarithmorum Tabularium numeri, cujus primus locus eſt unitas, Logarithmi Characteriſtica eſt nihil; cujus vero primus locus eſt denarius, ſive ſecundus integrorum, Logarithmi Characteriſtica eſt unitas; cujus primus locus eſt tertius integrorum, Characteriſtica eſt binarius, & ſic aſcendendo; & ſimiliter numeri cujus primus locus eſt unitate proxime inferior in progreſſione decimali, ſive primus locus decimalium, Characteriſtica eſt — 1, & ita porro deſcendendo: unde ê converſo, ex Characteriſtica Logarithmi innoteſcet locus quem occupat primus locus numeri; & hinc numeri, cujus Logarithmi Characteriſtica eſt — 312, locus primus eſt in 312mo loco decimalium; ergo recta *c d* exponitur per numerum cujus primus locus eſt 312^{mus} decimalium. Calculo igitur ſubducto, patet Aeris noſtri portionem, expoſitam per numerum cujus primus locus eſt 312^{mus} decimalium, in altitudine Semi-

diametri

diametri Terrestris sese expandere in magnitudinem quæ exponitur per 33; hoc est, spatium à nostro Aere occupatum esse ad spatium quod impleret, si eâ esset raritate quam in altitudine Semidiametri Terrestris obtineret, ut unitas ad numerum notatum duobus ternariis cum annexis 312 cyphris. Verum hæc ratio immane minor est eâ, quam ad Fixarum sphæram (ex mente *Aristarchi*) Arenæ granulum habere demonstravit *Archimedes* in *Arenario*; majorem nempe ratione quam unitas habet ad numerum notatum unitate cum 63 cyphris annexis : Nos autem modo ostendemus prædictam rationem esse multo minorem eâ, quæ est inter globum digitum unum latum & Saturni Orbem propius æstimatum, quam est Fixarum sphæra ab *Aristarcho*.

Semidiameter Terræ est, ut prius, numero rotundo 20000000 pedum: Quod si parallaxis Solis sit 10″ (quæ est minima illi adhuc ab Astronomis tributa) cujus sinus rectus est 485 partium posito radio partium 10000000; erit Semidiameter Orbis magni 500000000000 pedum, nempe ad Semidiametrum Terræ ut radius ad sinum parallaxis Solis; & igitur Semidiameter Orbis Saturni (per Prop. XLI. Lib. III. vix decuplo major) erit pedum 5000000000000, & illius Diameter pedum 10000000000000, sive digitorum 120000000000000. Quare sphæra Saturni est ad globum digitum unum latum ut præcedentis numeri cubus, sive 1728 cum annexis 39 cyphris ad unitatem, sive rotunde & ad maximum, ut numerus notatus per binarium cum 42 cyphris annexis est ad unitatem. Igitur, cum globus digitum unum latus multo majorem habeat rationem ad Saturni sphæram, quam ad spatium quod Aer nostro similis impleret, si tam rarus esset atque Aer in altitudine Semidiametri Terrestris supra Terram; patet globum istum Aeris, cujus diameter est unius digiti, ea cum raritate quam haberet in altitudine Semidiametri Terrestris, impleturum omnes Planetarum regiones

ad usque sphæram Saturni & longe ultra. Q. E. D.

Si gravitas versus Terram in recessu à centro minui supponatur, uti revera fit; patet dictum Aeris nostri globum digitum unum latum, in altitudine supra Terram Semidiametro Terræ æquali, adhuc majus spatium occupaturum.

PROPOSITIO IV.

Philosophorum Opiniones de Cometarum Caudis exponere & veram confirmare.

COmetæ Caudam à Sole dependere exinde patet, quod hæc à Sole sit perpetuo aversa, quod tamen expresse primum à *Petro Apiano* observatum est in Cometis qui inter Annos 1530 & 1540 apparuerunt, illud licet 60 prius Annis à *Regiomontano* tantum non animadversum fuerit. Cæterum quomodo Caudæ à Capitibus per Solis actionem oriantur, triplex est Opinio.

Primo censent *Apianus*, *Cardanus*, *Tycho*, *Snellius* aliique Solis radios per pellucidum Cometæ corpus sive Caput propagatos in illo velut in lente vitrea refringi, ac jubaris speciem post Cometam, sive in plaga à Sole aversa, præbere spectandam. Verum istud Dioptricæ legibus adversatur: Præterquam enim quod plerumque figura non respondeat, jubar hoc per Æthera purum propagatum Oculo ad latus posito non erit sensibile; requiritur materia aliqua reflectens in regione Caudæ quæ jubar hoc sensibile reddat, eodem modo quo opus est pulveris aut fumi particulis in cubiculo obscuro volitantibus ut jubar simile in eo contentum videatur ab Oculo extra radiorum viam posito; & quo densiores & crassiores sunt particulæ quibus medium inficitur, eo splendidius erit jubar, & è contra. Unde aliâ & crassiore opus erit materiâ in regione Caudæ quam alibi in Æthere Caudæ circumfuso, alias Cœlum totum à luce Solis illustratum æque ac Cauda

da ſplendeſceret ; & igitur à Solis radiis per caput tranſlucidum propagatis non provenit Cometæ Cauda. Atque argumentum hoc æqualiter valet, ſive radii ponantur in Cometæ Capite ſimul & huic circumfuſa Atmoſphæra refracti, ſive in ſola Atmoſphæra, Capite opaco radiorum tranſmiſſionem prohibente, ſicut *Hevelius* obſervavit in Cometa An. 1665 qui Umbram projiciebat, & in pluribus aliis obſervatum fuiſſe tradidit idem Auctor *Lib.* VIII. ſuæ *Cometographiæ*. Cel. D. *Hookius* tamen Umbram hanc negat, ac fortius lucere aſſerit in ea regione ubi Umbra (ſi qua eſſet) appareret.

Secunda Opinio eſt *Carteſii* ejuſque ſequacium, qui Cometæ Caudam ortam volunt à refractione lucis in ejus progreſſu à Capite ad videntis Oculum. Si iſtud verum eſſet, Fixarum Planetarumque radii per eadem media propagati non tam à refractione immunes ad oculos noſtros appellerent quam obſervatione conſtat, nec Cometarum Caudæ tam liberæ à coloribus Iridis, refractionis perpetuis comitibus. Neque difficultates has tollit *Carteſius* dicendo *Paragr.* 139. *Lib.* III. *Princip.* quod Fixarum ſcintillatio huc referatur, quodque harum Caudæ longiores eſſent ſi lux foret major ; admotis enim Teleſcopiis, illarum ſcintillatio tollitur cum lux augetur. Porro, Planetarum Saturni, Jovis & Veneris, quorum Diametri apparentes plerorumque Cometarum ſatis longas Caudas emittentium Diametros adæquant vel etiam ſuperant, & lux lucem, nullæ ſunt Caudæ ; & Cometarum caudatiſſimorum lux Capitum ſæpe tenuis admodum & obſcura eſt. Si vel Fixæ, (vel ipſi etiam Planetæ,) ut in Meteorologicis narrat *Ariſtoteles*, ab *Ægyptiis* comatæ nonnunquam ſint viſæ, hoc iis accidit non ut Cometis, ſed adſcribendum potius eſt nubium refractioni fortuitæ, quali *Carteſius* adſcribit Comam ab ipſo *Ariſtotele* circa Fixam in femore Canis viſam. Denique, ſi Cauda Cometæ ex refractione medii cœleſtis oriretur, hæc in iiſdem Cœli

regionibus in eandem ſemper plagam pergeret, quod tamen non fit, ſed pro Solis ſitu in varias, ut dictum eſt.

Sunt & aliæ de Cometæ Cauda ſententiæ apud Auctores proprios inſpiciendæ, quarum confutationi non immorabimur, inter quas eſt hæc D. *Jac. Bernoulli* in ſupra citato *Syſtemate Cometarum. Solem nempe concipit in medio Vorticis ſui tanquam ignem in foco accenſum, cujus calore circumfuſi Planetæ coquuntur, unde perpetuo magna ſubtiliſſimarum exhalationum copia undique ex Planetis, ut & ex ipſo Sole egreditur, & à motu rapidiſſimo Vorticis Solaris ſurſum verſus circumferentiam propellitur; quo cum pervenerunt hæc effluvia, à renitentia vicinorum Vorticum repelluntur & impediuntur, quo minus ulterius ire queant. Hinc quia ſubinde nova materia affluit, paulatim condenſantur, & Planetis ſecundariis inviſi iſtius Primarii ſupra-Saturnii,* (de quo Prop. 11. dictum eſt,) *dum circumferentiæ Vorticis Solaris proximi ſunt, adhærent; non ſecus ac cum ſuper igne focario ſuſpenſa eſt olla carnibus repleta, fumus è ligno carnibuſque aſcendens camino, trabibus & quicquid ſolidi & compacti offendit agglutinatur, unde fuligo gignitur: ſic inquit in modum fuliginis exhalationes viſcoſæ Planetis accreſcunt, illoſque undique ſatis denſiuſcule ambiunt ac cingunt; unde fit ut nuclei Cometæ extremitas ſeu limbus plerumque male terminatus & quaſi diffluens aut criſpus videatur fuliginis inſtar. Tum vero in progreſſu dum Satelles hic circa primarium ſuum volvitur, ſubinde novæ exhalationes (verum longe tenuiores, quam quæ ipſum immediate ambiunt, quod ob defectum ſolidi fundamenti nequeant tam arcte conſtipari) ei adhæreſcunt, longe lateque omni ex parte circa illum ſeſe extendentes, non quidem in modum globi, ſed lati diſci, cujus alterutra planities Soli obverſa maneat, radiique Solares cum diſco perpendiculares angulos efforment, unde manifeſta,* ut ait, *redditur ratio cur Cauda perpetuo in plagam Soli oppoſitam vergat; nam quamvis totus ſimul à Sole illuminetur diſcus,*

non

non tamen nisi pars illa disci, quæ nostri respectu cis nucleum, & quidem in eodem nobiscum & cum Sole plano existit, radios ad oculum nostrum reflectit, reliquis ex adverso & à latere Cometæ aliò repercussis.

Cometam spectanti opinio primum occurrens est Caudam à Capite oriri. Atque hæc est Opinio vetustissimorum Philosophorum ipsiusque *Aristotelis*, qui Caudam dixit vaporem longe tenuissimum ex Capite ortum, sed accensum hunc voluit. Sagacissimus D. *Hookius* ex Cometæ inspectione sequentem excogitavit Cometam ejusque Caudam explicandi rationem, in *Cometa* An. 1678 *Londini* edito. Vult Cometam oriri à Planeta, cujus gravitas versus centrum circa quod prius rotabatur destructa est per motum quendam intestinum partium, (quo corpus ardet flammamque æmulatur,) & qui proinde suis sedibus excessit in recta tangente Orbitam in puncto in quo versabatur, cum dicta mutatio perfecta fuit. Unde trans æthera vectus in Recta (nisi quod propter materiam versus centrum positam, sive intimam, quæ mutationem hanc nondum plene subiit, aliquantulum versus Solem incurvetur) sic mutatus Planeta, ejus partes ab æthere (ut sal ab aqua, aliudve quodvis à proprio menstruo) dissolvuntur & in illum abeunt. Porro, partes hæ extimæ sic mutatæ non tantum gravitatem amiserunt, sed & porro leves factæ sunt Solis respectu; hoc est, Solem fugiunt. Unde cum in æthere absorbeantur & in altum tollantur, & simul Solem fugiant, particulæ hæ igneæ speciem præ se ferent innumerorum projectorum undique rectà ex Cometæ nucleo exeuntium, & versus punctum longinquum Soli oppositum gravium; ideoque (per demonstrata à *Torricellio Prop.* XXX. *Lib.* II. *de Mot. Projector.*) speciem præbent Conoidis Parabolici, cujus axis est in recta Solem & Cometam jungente, & cujus umbilicus Parabolæ genitricis est in Nuclei centro: talem igitur figuram induet Cometæ Cauda. Verum cum gravium, ad quæ nobis

licet accedere, gravitatem intendere aut remittere non de- tur, ſed gravitas maneat materiæ proportionalis quemcunque motum inteſtinum iſta accipiat, gravitatis amiſſio & levitatis à Sole acquiſitio in aliis non ſunt admittendæ.

Qui Caudam accendi negant, & ſatis eſſe ad ejus phænomena credunt, quod vapor è Cometa exiens à Sole illuſtretur radioſque Solis à ſui particulis reflectendo, tractum quem occupant lucidiorem efficiat reliquo æthere, qui licet radios Solis patiatur materiâ reflectente caret, cauſam comminiſci neceſſe habent quare vapor ſeu exhalatio reflectens in partes Soli averſas ſolum abeat. *Keplerus* rem ſic explicat: *Coactâ Cometæ materiâ pingui & craſſâ in orbem, ex natura omnium rerum quæ uniuntur, & Sole rectis radiis pellucidum hunc globum feriente atque penetrante*, exiſtimat *ſequi aliquid de intima Cometæ materia, exireque viam eandem qua perrumpunt Solis radii, atque hoc pacto corpus Cometæ perlui, colari, atteri*, & materiam ſic congregari ad partes Cometæ à Sole averſas, quæ Solis radios reflectat Caudæque ſpeciem præbeat. *Jacobus Gregorius*, in Phyſicis quibuſdam *Matheſ. Part. Univerſ.* ſubnexis, *Cometam* vult eſſe *corpus quoddam humidum proprios ſuos vapores emittens, æthera ſemper pererrans, ad Solem eundem ſemper fere ſitum retinens*; quod & *Hevelius* tenet in ſua *Cometograph.* pag. 430. qui haud abſimiliter Caudam productam vult: nempe *Atmoſphæræ Cometicæ partes tenuiores vi caloris rareſieri, & à parte antica ac ab utroque latere propelli in partem à Sole averſam. Hiſce poſitis*, ex *Gregorii* ſententia *neceſſario ſequitur medietatem Cometæ à Sole averſam, & ab illo nunquam calefactam nec illuſtratam, craſſis & valde opacis infeſtari vaporibus, qui à vaporoſa illa Cometæ materia continuo nutriti, nullâ unquam (ob debilem & obliquam Solis lucem) factâ ipſorum reſolutione, in immenſam altitudinem excreſcunt, & Solis radios non ſatis validos ad exhalationes diſpellendas undique reflectant.* Celeberrimus D. *NeWtonus* cenſet

censet etiam *quod Cometæ Cauda nihil aliud est quam vapor longe tenuissimus, quem Caput seu Nucleus Cometæ per calorem suum emittit.*

Dum Cometa ad Perihelium suum descendit, vapores copiosissimi, qui illum in regionibus à Sole remotissimis ideoque frigidissimis versantem prius insederunt, calore Solis rarefacti ascendunt; hoc est, in partes à Sole aversas abeunt: nam particulæ omnes in medio longe ultra Saturnum protenso (aura sc. ætheria) graves sunt in Solem. Aura hæc, calefacta à calidis vaporis particulis illi implicitis, rarior & inde levior fit reliquâ ambiente aurâ, & proinde ab hac propulsa sursum ascendit, unaque reflectentes particulas ex quibus Cauda componitur secum vehit; non absimiliter atque fumus ascendit in camino per impulsum aeris illum implicantis per calorem rarefacti. Quoniam vero ultra Cometæ atmosphæram aura ætheria est rara admodum & tantum non nulla, ideo actioni radiorum Solarium particulas atmosphæræ Cometicæ secum rapientium à *Keplero* propugnatæ aliquid tribuam; licet præcipuam maximeque efficacem ascensûs vaporis Caudam constituentis causam (præter impetum in primo ascensu acquisitum) credam esse supradescriptam auræ ætheriæ raritatem à calore particularum jugiter à Cometa assurgentium in vicinia Solis, ubi aura Caudæ circumfusa densior est & gravior. Atque Cauda tunc in altum sublata, sicut ipse Nucleus, in Solem gravis tanquam alterum projectile circa Solem in Coni sectione revolvitur, ac Cometam comitatur in regiones longinquas, donec paulatim dissipetur.

Quamvis Cometarum quorundam Caudæ in immensum protensæ magnam materiæ copiam requirere videantur, quæ illis producendis sufficiat; experientiâ edocti novimus in quantam fumi molem satis parva ligni aut carbonis fossilis portio abeat, & ex præmisso Lemmate patet quam parva nostri Aeris portio in immensa spatia vi suæ ela-

sticitatis

ſticitatis diffundi queat. Et licet Caudæ non ſint uſque adeo raræ texturæ, rariſſimas tamen eſſe, reſpectu corporum nobis familiarium, exinde patet quod ſtellæ minimæ eas licet immenſæ profundas & Solis radiis illuſtratas transluceant, cum Atmoſphæra Terreſtris illuſtrata, profunditatis immane minoris, vel lucidiſſimas inſenſibiles reddat: neque facilius videntur lucida trans denſius quidvis ab Oculo remotum quam illi proximum, ſed difficilius potius, ut quotidiana docet experientia.

Corollarium 1.

Cum Cometæ Cauda ab illius Capite & hinc circumfuſa Atmoſphæra per Solis calorem elevetur, ſequitur illam creſcere prout Cometa verſus Perihelium deſcendit, & viciſſim minui in ejus receſſu à Sole; eritque hæc maxima & fulgentiſſima ſtatim poſtquam Cometa in Perihelio ſuo maxime incaluit & ex vicinia Solis exiit. Sed & Cometæ Atmoſphæra (quæ Caudæ maximam materiæ copiam ſubminiſtrat) minuitur creſcente Caudâ, & eâ parte quâ Solem reſpicit anguſtior evadit; adeoque cæteris paribus minima (unaque ipſe Cometa, cujus magnam partem conſtituere nudo Oculo videtur) apparet ſtatim poſtquam Cometa Perihelium ſuperavit, ubi quandoque fumo craſſiore & nigriore (vehementioris caloris comite) inficitur.

Corollarium 2.

Hinc etiam ſequitur quod, ſi Cauda Cometæ Telluris noſtræ Atmoſphæram attigerit, (aut etiam ſi iſtius materiæ per Cœlos tandem ſparſæ & diffuſæ pars gravitate ſuâ in hanc decidat,) exhalationes ex quibus illa conſtat huic præmiſtæ (fluidum fluido) poterunt Aeri noſtro mutationes Animalibus & Vegetalibus præcipue ſenſibiles inducere: Vapores enim dicti, à regionibus longinquis & peregrinis advecti & ingenti calore excitati, Terreſtrium

craſi

crasi inimici forte erunt; quo pacto quæ omnium seculorum suffragio & communi consensu consequi observantur Cometarum apparitionem (quæque statim pro falsis & ridiculis habere Philosophos minime decet) contingere poterunt.

Corollarium 3.

Cauda à Cometa ejusque Atmosphæra jugiter, vaporis instar, in altum assurgens, hoc est, in partes à Sole aversas, in plano Orbis Cometæ (nempe per Solem Cometæque semitam traducto) manebit: quippe nulla est ratio cur in Æthere quieto ad hanc potius quam ad illam partem deturbetur.

Porro, cum vapor à Capite exiens duos motus conjungat & postea continuet, alterum ascensûs recti à Sole non longinquo, alterum progressûs Capitis; fiet Cauda non directe à Sole aversa, sed aliquantulum inde declinans ad partes à Cometa relictas; immo Cauda non erit recta sed incurvata, versus partem anteriorem convexa, versus alteram cava. Et licet vapor assurgens motum Capitis participet, tamen propter aliqualem ætheris resistentiam non tam velociter progredietur atque ipsum Caput. Atque quo altius assurgit vapor Caudam constituens indeque rarior fit, hoc est, quo longior est Cauda, eo majorem patietur ætheris resistentiam; unde Caudæ præcedens latus, sive versus partes ad quas Cometa tendit, convexum erit, sequens vero cavum, ipsaque proinde Cometæ Cauda non erit à Sole præcise aversa, immo nec directa sed incurvata. Et hæc à Solis opposito deviatio & curvatura tanto minor est quanto recta Solem & Cometam conjungens obliquior est ad Cometæ semitam: Nam si Cometa directe à Sole vel ad Solem tenderet, Cauda foret à Sole directe aversa & ipsa recta; unde in ipso Perihelio Cauda maxime ab opposito Solis deflectit, maxime etiam incurvatur, cum recta Solem &

Cometam conjungens ſit tunc ad ejus Orbitam perpendicularis. Sed & ob ſupradictam ætheris reſiſtentiam, utut exiguam, convexa (hoc eſt, in ætherem incurrens) Caudæ facies ſpiſſior aliquanto & conſequenter lucidior videbitur & melius terminata quam cava, à qua lucem reflectentes particulæ, relictæ quaſi, in æthera diffunduntur. Porro, hæc Caudæ deviatio à Solis oppoſito & incurvatio (cæteris paribus) major eſt propter utramque cauſam prædictam ubi Cometæ Orbita curvior eſt: Nam ut Cauda ſit à Sole perpetuo averſa in hoc caſu, oporteret ejus extremum circumferentiam exteriorem & majorem deſcribere quam ipſum Caput, quod ex motu à Capite participato facere nequiret, quamvis nulla foret ætheris reſiſtentia quæ illum minueret. Caudæ igitur extremum à Cometâ remotiſſimum, quia circumferentiam iſtam majorem tam brevi tempore non deſcribit atque Caput minorem, idque ob duplicem quam explicuimus rationem, magis in hoc caſu incurvabitur. Sed cum caſus hic incidat in Cometæ Perihelium, ubi Cauda prius in altum ſublata evanuit fere, & qui recens rectà aſſurgit vapor Caudam præcipue conſtituit; ideo non tam ſenſibilis erit incurvatio.

COROLLARIUM 4.

Figura Corol. præc. deſcripta refert Caudam quæ revera per Ætherem à Cometæ Capite porrigitur; quo non obſtante, ſi Terra & ſimul Spectator in Orbis Cometæ plano reperiatur, Caudæ curvatura neutiquam percipietur, quia tota in plano iſto jacet: Et vel tota diſparebit cum ipſum Caput Caudam inter & Oculum verſatur, vel ſi Caput minus fuerit & Cauda verſus alterum extremum latior, Crinitus ſive Comatus crinibus circumquaque cinctus videbitur, (atque horum alterutrum ſub Oppoſitionem Solis & Cometæ continget,) vel denique in Solis oppoſito præciſe ſpectabitur Cauda. Si vero Spectator extra pla-

planum Orbitæ Cometicæ verſetur, Caudæ curvatura ſentietur; magiſque ſenſibilis evadet, quo recta à Terra ad Caudam ducta Orbis Cometæ (ipſiuſque adeo Caudæ) plano magis eſt normalis, & omnia curvæ Caudæ ſymptomata Coroll. præc. deſcripta ſenſibiliora fient. Atque hæ ſunt ſtatæ & ſolennes Caudæ Cometæ mutationes: nam quantum ad incertas iſtas & ſubitaneas, quas Auctores memorant, ortæ videntur à vaporum Atmoſphæræ noſtræ refractione fortuita Caudarum figuras detorquente; vel à motu nubium illas aliqua ex parte obſcurantium; aut à vicinis Stellis harumve congerie, aut Via Lactea pro Caudæ parte perperam ſumptis.

PROPOSITIO V.

Plures Cometæ videntur in Hemiſphærio verſus Solem quam in Hemiſphærio oppoſito.

Tab. XXXIV Fig. 5.

DEſignet S Solem; T Terram; circulus DEFH centro T deſcriptus Fixarum ſphæram, ſive illam potius quâ viſus terminatur. Quoniam Cometæ ſplendent luce Solis à ſe reflexâ, non videbuntur antequam à Sole ita illuſtrentur, ut Oculos noſtros luce iſtâ movere poſſint: & præterea cum Cometæ per Caudas ſuas ſint maxime conſpicui, has autem non emittant priuſquam ad Solem incaluerint aliquantulum; patet ad utrumvis conſequendum, opus eſſe ut Cometa ad definitam à Sole diſtantiam accedat. Sit ABCG ſphæra Soli concentrica ad iſtam diſtantiam deſcripta; talis nempe ut nullus Cometa, propter illuſtrationis defectum, videatur, priuſquam intra ſphæræ hujus ſuperficiem verſetur: Juncta recta ST producatur utrinque, donec dictæ ſuperficiei occurrat in A & C: Per T ducatur planum HE cui AC eſt normalis; hoc dividet ſphæram DEFH in duo Hemiſphæria, quorum HFE eſt Solem verſus, HDE Soli oppoſitum. Cometæ omnes in ſphæræ ſegmento BCG

 exiſti-

Tab. XXXIV. Fig. 5. existentes videbuntur in Hemisphærio versus Solem; omnes autem qui versantur in segmento B A G videbuntur in Hemisphærio Soli opposito. Patet vero quod segmentum B C G majus est quam B A G, quia sphæræ centrum est in illo: Plures igitur Cometæ videbuntur in Hemisphærio versus Solem quam in opposito. Q. E. D.

Sed & plures primo videbuntur sive detegentur in illo quam in hoc, cum superficiei sphæræ pars B C G major sit reliquâ B A G: detegi autem supponuntur quamprimum superficiem hanc attingunt.

SCHOLIUM.

Quo minor ponitur sphæra A B C G, hoc est, quo propius à Sole abesse oportet Cometam antequam videatur, eo Cometarum in Hemisphærio Solem versus visorum numerus magis excedit numerum apparentium in opposito; quoniam tanto magis segmentum B C G excedit B A G segmentum. Et ob eandem rationem primo detectorum numerus in illo quam in hoc major est.

Si ponatur A B C G esse paulo minorem quam sphæra Jovis, sive quod Cometæ se prius videndos non præbeant quam sint Soli paulo propiores quam Jupiter, hoc est, si ponatur S A ipsius S T quintupla; (nam Jovis distantia à Sole excedit quintuplum distantiæ Telluris ab eodem;) segmentum B C G erit propemodum duplum segmenti B A G, & ideo fere duplo plures Cometæ in Hemisphærio Solem versus videbuntur quam in Hemisphærio opposito: At superficies B C G est tantum sesquialtera superficiei B A G, ideoque dimidio plures illic quam hic primo detegentur. Si A B C G sphæra minor fuerit, *v. g.* si S A sit sesquialtera distantiæ Martis à Sole, quadruplo plures Cometæ (& amplius) videbuntur in Hemisphærio Solem versus, quam in opposito; sed primum in illo detectorum numerus erit duplus sesquialter detectorum in hoc. Advertendum ex hoc numero tollen-

lendos esse qui ob nimiam Solis viciniam videri nequeunt; & ex altera parte, qui non sunt Soli nimis vicini melius in Hemisphærio versus Solem videntur, quam qui in opposito versantur; quippe quorum plures fortius illustrantur.

PROPOSITIO VI.

Cometæ Distantiam à Sole ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ æstimare.

CUm Cometa parallaxi diurnæ non sit obnoxius; neque ullæ observationes illinc pendentes ejus Distantiam patefacere possint; libet hujus æstimationem facere ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ. Et quoniam (per Prop. LVII. Lib. III.) illustrationes in diversis à Sole distantiis factæ sunt in reciproca duplicata ratione dictarum distantiarum, & porro (propter rationes in dicta Prop. allatas) quo remotius est lucidum eo pauciores radii ab illo provenientes Oculi pupillam subeunt, idque in duplicata ratione Distantiæ auctæ, sive in duplicata ratione diametri ejus apparentis diminutæ; hoc est, lucidorum æqualium splendores sunt in ratione duplicata diametrorum apparentium eorundem; igitur (in æstimatione hac minus accurata, abstrahendo à diversa magnitudine vera Planetæ & Cometæ) Lux Cometæ est ad Lucem Planetæ in ratione composita ex duplicata ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione duplicata Distantiæ Planetæ à Sole ad Distantiam Cometæ ab eodem: Et ideo quadratum Distantiæ Cometæ à Sole est ad quadratum Distantiæ Planetæ ab eodem in ratione composita ex duplicata ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione Lucis sive splendoris Planetæ ad Lucem Cometæ. Unde Distantia Cometæ à Sole est ad Distantiam Planetæ ab eodem in ratio-

ratione compoſita ex ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ; & ratione ſubduplicata Lucis Planetæ ad Lucem Cometæ. Sed ex obſervatione datur utraque ratio componens: Datur igitur compoſita ratio, nempe inter Diſtantias Cometæ & dati Planetæ à Sole. Et ex Prop. XLV. Lib. III. datur Diſtantia Planetæ à Sole; & igitur Diſtantia Cometæ à Sole non latebit.

Propter fumum craſſum ipſamque Atmoſphæram Cometicam Nucleum obſcurantem, Nucleus (ipſumve Cometæ corpus ſolidum, de quo hic agitur) non tam lucidus apparet; & ideo ejus Diſtantia à Sole prius inventa minuenda eſt ut evadat vera.

SECTIO II.

De determinandis Cometæ Via & Loco apparente prope veris.

PRæmiſſis Phyſicis de Cometis eorumque Caudis, ad illorum Orbitas ex Obſervatione determinandas, quod Lib. V. præcipuum eſt inſtitutum, progredimur. Ac primo oſtendemus, quomodo per methodum ſagaciſſimi Aſtronomi D. *Caſſini*, ex Obſervationibus aliquot initio apparitionis Cometæ alicujus factis, Via quam porro inter Fixas ingredietur & Loca quæ quotidie tenebit determinentur proxime: non quod hæc pro accuratis haberi velimus, ſed quod hinc prædici queat quo in Loco ad Tempus datum inveſtigandus ſit Cometa; num ſub Radiis Solis brevi ſit abſcondendus, quando Terræ proximus & velociſſimus ſit futurus; aliaque huc attinentia.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Ex Observatione cognitis duobus Cometæ Locis è Tellure visis, illius Viam inter Fixas, hoc est, ejus Nodum & Inclinationem ad Eclipticam definire.

Referat C E Eclipticam, sintque B & D bina Cometæ Loca observata. Per B & D traductus concipiatur circulus maximus Eclipticam ad A intersecans, qui per ostensa ad Prop. X. Lib. I. erit Cometæ Via, cujus situs respectu Eclipticæ sic determinatur: Ducantur per B & D circuli Latitudinis B C & D E, item circulus maximus D C. In triangulo sphærico D C E rectangulo ad E dantur latera C E & E D, hoc nempe Cometæ in D Latitudo, illud differentia Longitudinum Locorum Cometæ B & D; invenietur ergo latus D C. Rursus, in triangulo D B C dantur omnia latera, nempe D C modo inventum, B C Latitudo Loci observati B & B D Locorum distantia observata; & ideo innotescet angulus C B D, hujusque proinde complementum C B A. In triangulo denique B A C dantur præter rectum ad C latus B C & angulus A B C; non latebunt igitur latus C A & angulus ad A, quorum hic est Inclinatio Viæ Cometæ ad Eclipticam, illud est intervallum Nodi & puncti C in Ecliptica noti.

Tab. XXXIV. Fig. 6.

PROPOSITIO VIII. LEMMA.

Datis positione tribus rectis T A, T B, T D *ex eodem puncto ductis & in eodem plano jacentibus, è dato in illarum qualibet (ut* T A*) puncto* A *ducere rectam* A C, *cujus partes* A E, E C *inter dictas rectas interceptæ habeant rationem datam, nempe quam* R *habet ad* S.

Tab. XX[illegible]. Fig. 1.

Ex A ducatur utcunque recta A B ipsi T B in B occurrens; in hac (eave producta) ad partes versus quas jacet T D, sumatur (per *Prop.* XII. *El.* 6.) B F quæ sit ad

A B

Tab. XXXV. Fig. 1

A B ſicut S ad R; per F agatur F C ad B T parallela ipſi T D occurrens in C: erit juncta A C ea quæ quæritur. Eſt enim per *Prop.* 11. *El.* 6. A E ad E C ſicut A B ad B F, id eſt (per conſtruct.) ut R ad S.

S C H O L I U M.

Rectæ A C poſitio & magnitudo per trigonometricum calculum facillime definiuntur: In triangulo enim A T B dantur latus A T, angulus A T B & angulus T A B ex ductu lineæ A B cognitus; unde innoteſcunt A B T angulus & latus A B: Datur igitur B F ad ipſam A B datam habens rationem, adeoque & huic parallela & proinde æqualis C M. Rurſus, in triangulo T M C cognitis angulo C T M (ab initio dato) & C M T ipſi F B M (hoc eſt, prius inventi A B T complemento ad duos rectos) æquali & latere C M, non latebit C T. In triangulo denique A C T datis lateribus T A, C A & angulo interjecto A T C, invenientur latus tertium C A angulique T A C & T C A; hoc eſt, magnitudo & poſitio rectæ A C.

PROPOSITIO IX.

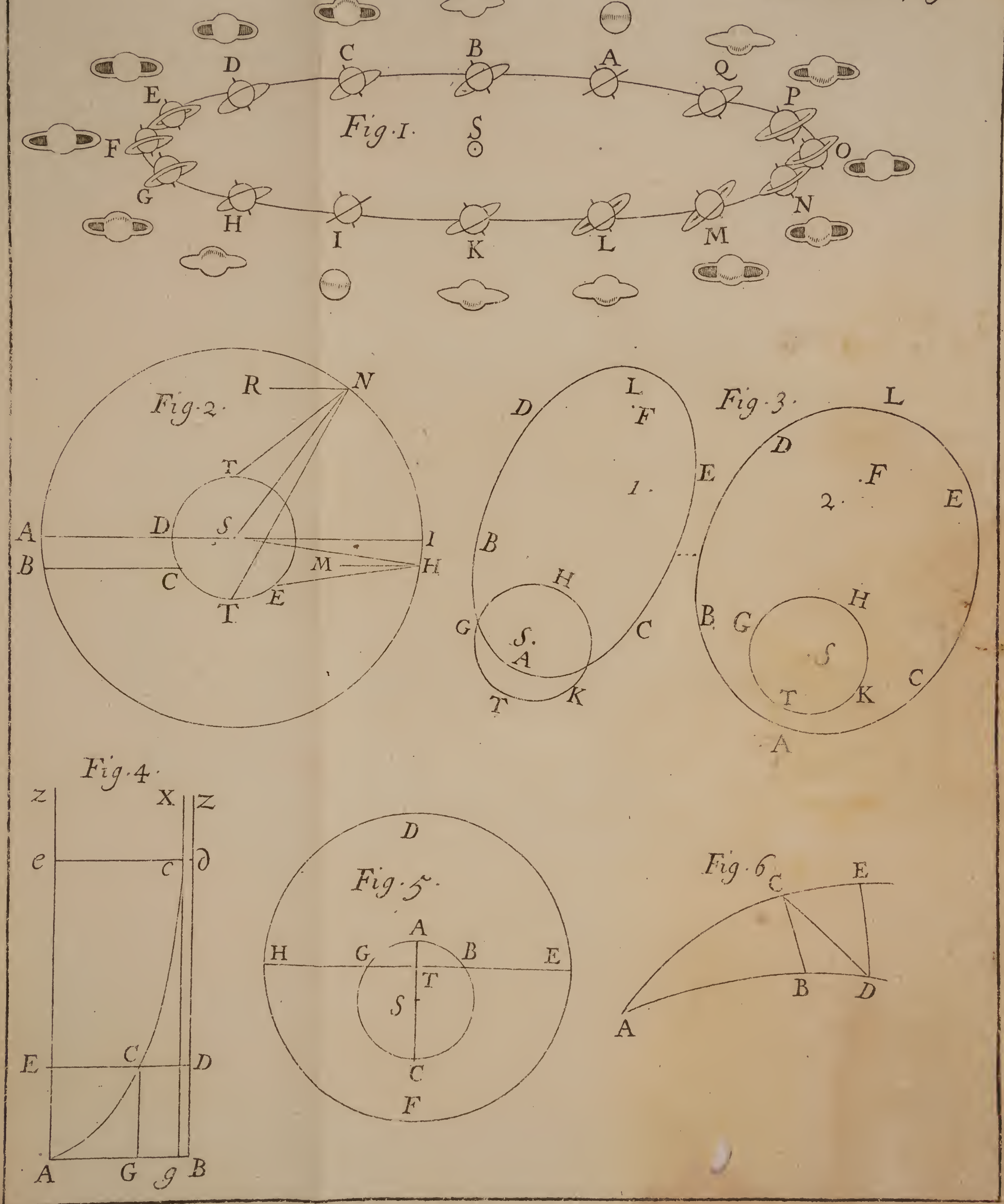
Ex tribus Obſervationibus ſub initium apparitionis Cometæ factis Locum Perigæi, Tempuſque quo Cometa illud tenebit, determinare; & ad datum Tempus Cometæ Locum invenire.

Fig. 2.

REferat T Terram, (quam hic in re minus accurata, ab illius motu abſtrahentes, ut quietam conſideramus,) A B D G circulum inter Fixas, per quem Cometa incedere videtur, ex Prop. VII. determinatum, in quo ſint tria Cometæ Loca obſervata A, B & D. Exponatur Tempus inter Obſervationes in A & B per R, & Tempus inter Obſervationes in B & D per S: Ductæ intelligantur rectæ T A, T B, T D, & per Lem. præc. per A agatur recta A O, cujus partes A E, E G inter binas rectas T A,

T B,

Tab XXXIV. pag.



T B, binaſque T B, T D interceptæ ſint ut R ad S: Erit hæc quamproxime Cometæ Trajectoria, præſertim in aliqua notabili Cometæ à Perihelio diſtantia. Nam in hoc caſu Via Cometæ eſt proxime recta, & Cometa per hanc æquabiliter incedit; ideoque ſpatia percurſa ſunt Temporibus proportionalia: Sed A E eſt ad E C ſicut Tempus quo Cometa viſus eſt moveri ab A ad B inter Fixas ad Tempus quo à B ad D progreſſus eſt; & hoc nulli rectæ ex A ad eaſdem partes ipſius T ductæ congruit præterquam ipſi A O: Hæc igitur eſt Cometæ Trajectoria proxime.

Tab. XXXV. Fig. 2.

Dantur (per præc. Lem.) ſitus rectæ A O & magnitudo ipſius A C reſpectu A T; hoc eſt, in triangulo A C T dantur omnes anguli omniaque latera. Ex T in Trajectoriam rectam A O demittatur normalis T P, quæ producatur donec circulo A B D in G occurrat. Patet Cometam, in Trajectoria A O motum, in Perigæo verſari ad P; recta enim T P eſt breviſſima, quæ à T ad A O duci poteſt: eritque G Locus inter Fixas, quem Cometa Perigæus tenere videbitur. Ad cujus inventionem, in triangulo A P T rectangulo ad P dantur latus A T & angulus P A T; unde innoteſcent latera A P, T P & angulus A T P ipſius P A T complementum ad rectum hujuſque menſura arcus A G, adeoque Locus Perigæi in magno circulo inter Fixas quem Cometa deſcribit, cum obſervatione cognitum ſit punctum A. Hic Perigæi locus G ad Eclipticam N K L ſic facile reducitur: Per G ducatur circulus Latitudinis G L Eclipticæ in L occurrens: & in triangulo N L G dantur præter rectum ad L angulus N (per Prop. VII. inventus) & N G ſumma (vel differentia) notorum arcuum N A, A G; unde innoteſcent N L Longitudo Perigæi à Nodo & G L Cometæ Perigæum tenentis Latitudo. Porro, notis rationibus rectarum A C & A P ad eandem A T, nota erit ratio inter ipſas A C & A P: Sed quia Cometa æquabiliter movetur, ratio inter Tempora quibus per A C, A P movetur eadem eſt cum ratione A C ad A P; & ex

Tab. XXXV. Fig. 2.

Obſervatione notum eſt Tempus quo ex A ad C motus eſt, idem nempe quod elapſum eſt inter Obſervationem primam in A & tertiam in D; & igitur notum erit Tempus quo Cometa revera ab A ad P, apparenter ab A ad G, movetur; hoc eſt, inter notum Temporis punctum & illud quo Perigæum attinget. Innoteſcet igitur Tempus quo Cometa in Perigæo verſatur.

Præterea, quæratur intervallum inter datum Tempus ad quod Locus quæritur & Tempus alicujus Obſervationis, *v. g.* primæ in A. Capiatur in recta A O linea A Q, quæ ſit ad A C ſicut modo inventum Temporis intervallum ad notum intervallum Obſervationum Cometæ in A & D: Jungatur T Q, & producatur donec cum circulo N A D concurrat in puncto V, per quod traductus intelligatur circulus Latitudinis V X: Patet ex prædictis punctum Q in Trajectoria A O occupari à Cometa ad datum Tempus. In triangulo Q A T ex datis lateribus A T, A Q & angulo intercepto T A Q invenietur A T Q angulus, ac proinde illius menſura (nempe arcus A V) innoteſcet: Sed notum eſt A punctum; ergo & V ſive quæſitus Cometæ Locus in Via apparente ad Tempus datum. Loci autem hujus ſitus reſpectu Eclipticæ invenitur, ex datis in triangulo N X V rectangulo ad X angulo V N X & latere N V, inveniendo N X Longitudinem Cometæ à Nodo, & X V ejuſdem Latitudinem dato Tempori competentem.

Loco Obſervationis primæ & ſecundæ poterunt Obſervationes quælibet duæ, aut earum aliqua cum Loco & Tempore Perigæi ſuperius inventis in hac praxi aſſumi. Atque hoc modo Cometæ Ephemerides fabricari poterunt.

SCHOLIUM.

In re tam parum accurata ſufficiet forſan. Viam Cometæ primo apparentis in ſuperficie Globi Cœleſtis deſcribere, ejuſque Loca ad ſingulas medias Noctes habitationis

tationis propriæ per protractionem notare. Si enim initio apparitionis Cometæ situs inter Fixas vicinas observetur, collimando nempe per filum tensum atque sic dignoscendo quando in recta cum duabus notis Fixis jaceat, & eodem tempore inveniendo alias duas Fixas quibuscum in recta etiam jacet, quod in tanta Fixarum multitudine facile fiet; per duò (plurave) Loca observata in Globo notata (quæ quo à se invicem remotiora fuerint, eo accuratior erit praxis) transiens circulus maximus erit Cometæ futura semita. Circulus vero maximus per illa transiens commode invenietur attollendo deprimendove Polorum alterum & simul volvendo Globum, donec Loca omnia notata in Horizonte simul reperiantur; erit nempe quem Horizon tum in Globi superficie designat circulus quæsitus. Hujus ergo intersectiones cum Ecliptica erunt Orbis Cometici Nodi, & angulus quem Ecliptica cum Horizonte facit (mensuratus nempe per altitudinem gradûs nonagesimi) erit Inclinatio Orbis Cometici ad Eclipticam. Describatur circulus diametro æquali diametro Globi, *ex. gr.* A B D cujus centrum T, in cujus circumferentia assumptum punctum A referat Locum inter Fixas, in quo Cometa primo observatus est: Sumantur arcus A B, A D æquales distantiis notatorum in superficie Globi Locorum Cometæ à Loco primum observato, & jungantur T B, T D: Et per Prop. VIII. per A ducatur recta A O talis ut A E sit ad E C ut R ad S, hoc est (per constructionem) ut Tempus inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam. Demissâ ex T rectâ T P normali ad A O & productâ (si opus est) ad circumferentiam usque ad G; arcû ipsi A G æquali ex Loco primum observato in Viam Cometæ superius in superficie Globi designatam transposito, punctum G ostendet Locum inter Fixas quem Cometa perigæus tenebit.

Tab. XXXV. Fig. 2.

 Si

Tab XXXV. Fig. 2.

Si porro recta A C dividatur (vel actu, vel ope circini proportionis *Galileani*) in tot partes æquales, quot Horæ (vel etiam Horæ ſcrupula, ſi ſchema ſit ſatis capax) elapſæ ſunt inter Obſervationem primam in A & tertiam in C; erit harum partium quælibet Cometæ æquabiliter moti Via Horæ ſpatio in A O percurſa, harumque 24 Via ſpatio Diei naturalis, & ſic porro. Locus igitur Cometæ inter Fixas, ad datum quodvis Tempus, in Globo determinatur, ſi tot prædictarum partium ſumantur ab A verſus O in recta A O, quot Horæ interceſſerunt inter Tempus primæ Obſervationis & Tempus datum, *v. g.* A Q, & recta T Q centrum T finemque Q ſumptarum partium jungens producatur in V, & arcui A V æqualis à Globi puncto quod reſpondet ipſi A in Cometæ Viam ſtatuatur; oſtendet hujus altera extremitas Cometæ Locum inter Fixas dicto Tempori congruum. Similiter ad ſingulas medias Noctes Loca Cometæ in ſuperficie Globi protractione deſignabuntur: Unde Cometæ Longitudo, Latitudo, reliquaque (per praxes Lib. II. indicatas) facillime definientur. Quæ in Globo facta ſunt in Planiſphærio quovis cui Fixæ inſcribuntur ſimiliter fient.

Cometæ Via primo deſignata Locaque diverſis Temporibus congrua per Obſervationes ſubſequentes corrigentur: Neque enim in hac praxi calculove hoc nullus error exſpectandus eſt.

PROPOSITIO X.

Definire Tempus quo vapor è Cometa exiens à Capite ad Caudæ extremum aſcendit.

Fig. 3.

DEſignet S Solem; A B Trajectoriæ Cometicæ portionem, in qua ſit N Cometæ Nucleus ab A verſus B motus; C Caudæ extremum. Cumque per Corol. 3. Prop. IV. Cauda N F C non ſit à Sole exacte averſa,

sa, hoc est, N C non in directum cum S N, sed vergens versus partes A quas Cometa reliquit, cujusque inclinatio observatione innotescit; ducatur S E ad N C parallela Trajectoriam intersecans ad punctum D post Cometam. Vapor, qui nunc Caudæ extremum C constituit, à Nucleo ascendere cœpit cum Cometa punctum D tenebat; quoniam vapor cum motu ascensûs, sive rectà à Sole, componit motum Cometæ progressivum ipsi ante separationem à Capite impressum. Per Prop. præc. vero definietur (satis exacte ad hanc præ manibus inquisitionem minus accuratam) Tempus quo Cometa punctum D tenuit, prius Tempore Observationis proposito, quanto opus est ut Cometa rectam D N longitudine datam percurrat. Inventum igitur est Tempus quo vapor à Capite ad Caudæ extremum ascendit.

Tab. XXV. Fig. 3.

Similiter definietur Tempus quo vapor ad datum Caudæ punctum ascendit.

PROPOSITIO XI. LEMMA.

Datis positione quatuor rectis in eodem plano jacentibus, quintam ducere, quæ à quatuor istis secetur in tres partes datam rationem datumque ordinem inter se servantes.

Fig.

Sint quatuor rectæ positione datæ A E, A C, B C & B D in infinitum productæ, & tres quantitates datæ R, S & V: Ducenda est recta secans quatuor primo datas in M, O, N & K, ita ut M O sit ad O N ut R ad S, & O N ad N K ut S ad V.

Capiatur C G quæ sit ad C E sicut S & V simul ad R; capiatur etiam F C quæ sit ad C D ut R & S simul ad V: junctæ rectæ A G, B F producantur donec concurrant; per illarum concursum H ducantur H K ad D C & H M ad B C parallelæ, cum respectivis rectis concurrentes ut in schemate: ducta M K est ea quæ quæritur.

Nam propter parallelas H M & T N, est K N ad N M ut

Tab. XXXV. Fig. 4. ut K T ad T H. Sed quia H K parallela eſt ad F D, K T eſt ad T H ſicut D C ad C F, hoc eſt, per conſtructionem ut V ad R & S ſimul; & igitur K N eſt ad N M ſicut V ad R & S ſimul. Rurſus, propter parallelas H K & O X, M O eſt ad O K ut M X ad X H: Sed quia H M eſt parallela ad E G, eſt M X ad X H ut E C ad C G, hoc eſt, per conſtructionem ut R ad S & V ſimul; & igitur M O eſt ad O K ut R ad S & V ſimul. Sed hactenus eſt oſtenſum eſſe N K ad M N ut V ad R & S ſimul: Diviſim igitur tres rectæ M O, O N & N K eandem habent inter ſe rationem cum tribus quantitatibus R, S & V. Q. E. F.

De Problematis hujus limitationibus caſibuſque diverſis nihil hic dicimus, quippe quæ rem hanc tractanti ſatis per ſe ſunt manifeſta.

Conſtructio hæc eſt illuſtris Viri D. *Chriſtophori Wren* Equitis, Geometræ Celeberrimi.

SCHOLIUM.

Rectæ M K poſitio & punctorum M, O, N & K diſtantiæ ab A, B, C, D vel E ſic commode per calculum determinantur. Rectarum quatuor A E, A C, B C & B D primitus datarum interſectiones omnes, ut puncta A, B, C, D & E, dantur per 25. *Dat.* & anguli ad illa per converſ. 29. *Dat.* quare rectæ A C, D C, C B, C E & B D (per 26. *Dat.*) ſunt magnitudine datæ. Sed C F & C G per 2. *Dat.* etiam dantur, cum datam habeant rationem ad C D & C E reſpective. In triangulo B C F datis lateribus C B, C F cum angulo interjecto B C F, dantur latus B F & angulus B F C, & huic proinde deinceps A F H. Similiter, in triangulo A C G ex datis lateribus A C & C G cum angulo A C G dabitur C A G angulus. In triangulo igitur A F H datis duobus angulis A F H & F A H ſupra inventis cum latere adjacente A F (ſumma vel differentia notarum rectarum A C & C F) notum erit latus A H. In triangulo demum A H M datis angulo H A M (ſumma vel differen-

ferentia notorum angulorum CAE, HAC) anguloque AMH dato AEC æquali, item latere AH, innotescent latera HM & AM distantia puncti M à puncto noto A. Similibus prorsus gradibus invenientur latera BK & HK in triangulo BKH. In triangulo ergo MHK notis lateribus HM, HK & angulo MHK intercepto (æquali ECA primitus noto) innotescent anguli HMK, HKM & basis MK: Datis autem angulis HMA, HMK, dabitur horum summa vel differentia AMK; hoc est, positio rectæ MK, cum recta AM sit positione data. Simili modo AO vel BN vel BK, & anguli quos MK cum his efficit, per Trigonometriam inveniuntur.

Tab. XXXV. Fig. 4.

PROPOSITIO XII.

Datis quatuor Cometæ Locis observatis, ejus Trajectoriam, si rectilinea fuerit, determinare.

Fig. 3.

Referat S Solem; ABCD Orbem magnum: Sintque puncta A, B, C & D Loca Terræ ad Tempora Observationum nota; AE, BF, CG & DH quatuor observatæ Cometæ Longitudines. Per Prop. XI. ducatur recta EH talis ut ejus pars EF inter AE, BF intercepta sit ad FG ipsius partem interceptam inter BF & CG, ut Tempus inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam, & ut dicta FG sit ad GH ejusdem partem inter CG & DH, ut Tempus inter Observationem secundam & tertiam ad Tempus inter Observationem tertiam & quartam; eritque ducta EH vestigium Orbitæ Cometicæ in plano Eclipticæ; hoc est, si per rectam Cometæ Trajectoriam traductum concipiatur planum ad planum Eclipticæ normale, erit recta hæc EH istorum planorum communis sectio. Cum enim in hypothesi in qua nunc versamur, Cometa æquabiliter moveatur in Recta; si à Rectæ istius punctis, in quibus Cometa versabatur Temporibus quatuor Observatio-

Tab XXXV. *Fig.* 5.

vationum, ad planum Eclipticæ demittantur normales; incident hæ in Rectas A E, B F, C G & D H respective, quoniam hæ denotant Loca Cometæ in Ecliptica; eruntque hæc quatuor puncta in eadem recta, communi nempe sectione plani per Trajectoriam traducti ad planum Eclipticæ normalis cum dicto Eclipticæ plano; eruntque porro (per *Prop.* II. *El.* VI.) distantiæ inter hæc puncta ut distantiæ punctorum in quibus Cometa inveniebatur in propria Trajectoria, adeoque ut Tempora inter Observationes: Sed E H est unica Recta, cujus partes inter rectas A B, B F, C G & D H interjectæ sunt ut Tempora inter Observationes quatuor respective; & igitur E H Recta est vestigium Orbitæ Cometicæ in plano Eclipticæ.

Ut autem dati puncti hujus Rectæ distantia à Tellure cum Distantia mediocri Telluris à Sole ad datum Tempus conferatur, sic procedendum: In triangulo A S B dantur (per Prop. XVIII. Lib. III.) latera S A, S B Distantiæ Terræ à Sole ad data Tempora, & angulus interceptus A S B differentia Locorum Terræ è Sole visorum; quare non latebunt anguli S A B, S B A & recta A B chorda arcûs à Tellure interim percursi, hoc est, chordæ illius ratio ad Semidiametrum Orbis magni. Rursus, in triangulo K A B dantur omnes anguli, quia dantur duo K A B, K B A, (hic nimirum summa vel differentia notorum angulorum S B A, S B K, ille similiter summa vel differentia notorum S A B, S A K;) quare datur ratio laterum A K & A B: Sed prius data erat ratio ipsarum S A & A B; ideoque non latebit ratio S A ad K A. Similiter prorsus ex duobus Terræ Locis A & D invenietur ratio inter S A & A O; quare nota erit ratio inter S A & K O, ipsarum A O & K O differentiam: Sed Propositione præcedente ostensum est, quomodo investigare licet rationem inter K O & K E; quare innotescet ratio inter S A & K E, ideoque ratio inter S A & A E etiam nota erit.

erit. Porro, in Prop. præc. angulus A E H etiam inventus est; inventa igitur est A E, distantia in recta positione data vestigii Trajectoriæ Cometicæ à Terra, in partibus Semidiametri Orbis magni expressa, hujusque inclinatio ad dictam rectam. Similiter B F vel C G vel D H cum Semidiametro Orbis magni conferetur, angulique ad F, G & H invenientur.

Tab. XXXV. Fig. 5.

Ad ipsam Trajectoriam determinandam ex E ad planum Eclipticæ (quod idem est cum plano hujus schematis) erecta intelligatur E M tangens anguli Latitudinis Cometæ in Observatione prima, posito A E radio; eritque M Locus Cometæ in spatio Mundano ad Observationem primam, quoniam positio rectæ A E est ejus Longitudo, & angulus M A E ejusdem Latitudo. Similiter ad H erigatur ad idem Eclipticæ planum normalis recta H L æqualis tangenti Latitudinis quarto observatæ ad radium D H; eritque L Locus Cometæ in spatio Mundano ad datum Tempus istud quartum: & ideo juncta recta M L est ipsa Cometæ Trajectoria rectilinea quæsita, in quam demissa normalis ab S ostendet Cometæ Perihelium. Patet Distantiam puncti M ab A, sive rectam A M, esse ad A E rectam ut secans Latitudinis in Observatione prima ad radium, & D L esse ad D H ut secans Latitudinis quarto observatæ ad radium: Ipsa vero L M invenitur in triangulo L P M, per L ductâ L P ipsi H E parallelâ cum M E concurrente in P: Nam præter rectum ad P dantur latera L P, P M, illud æquale prius notæ H E, hoc æquale differentiæ cognitarum M E, H L; quare non latebit L M, recta à Cometa æquabiliter percursa Tempore noto, dum sc. Tellus ab A ad D moveretur.

Porro, ad inveniendum Nodum, Tempus quando Cometa Nodum tenebit, Viæ Cometicæ Inclinationem ad Eclipticam, & hujusmodi alia, producatur M L donec cum E H concurrat, puta in N; erit N H ad H L ut H E ad P M, adeoque cognita; item L N ad L H ut L M ad M P, ideo-

Tab. XXXV Fig. 5.

que etiam data: Capiatur Tempus quod ſit ad Tempus inter Obſervationem primam & quartam ut N L ad L M; erit hoc Tempus inter Obſervationem quartam & momentum quando Cometa Nodum tenebit; nam in motu æquabili (qualem hunc Cometæ ſupponimus) Tempora ſunt ſicut ſpatia percurſa. Sed & Locus Cometæ Nodum tenentis dabitur: Cum enim detur punctum N, & propter Tempus cognitum inter Obſervationem quartam & momentum quando Cometa eſt in Nodo detur etiam Locus Terræ ad iſtud momentum; dabitur (per 26. *Dat.*) poſitio rectæ puncta hæcce conjungentis, hoc eſt, Longitudo Cometæ in Nodo verſantis. Porro, quoniam dantur Diſtantia Nodi à puncto H (Loco Cometæ quarto obſervato) & Latitudo Cometæ ad dictum H punctum, (ſc. in triangulo ſphærico rectangulo duo latera circa angulum rectum;) dabitur Inclinatio hypothenuſæ ſive Viæ Cometicæ ad Eclipticam.

PROPOSITIO XIII.

Iiſdem poſitis, ad datum Tempus Locum Cometæ è Terra viſum invenire.

Tab XXXVI Fig. 1.

PEr Prop. præc. determinetur veſtigium Orbitæ Cometæ in plano Eclipticæ, nempe E H N R, ipſaque in ſpatio Mundano Orbita M L N, punctis N, H, E, M & L eadem quæ prius denotantibus: Capiatur E R ad E H ut ſpatium inter Obſervationem primam Tempuſque datum, ad quod Cometæ Locus quæritur, ad Tempus inter Obſervationem primam & quartam: Inveniatur porro (per Prop. XVIII. Lib. III.) Terræ Locus ad Tempus propoſitum, ſc. Q punctum. Rectæ Q R, cujus utrumque extremum punctum Q & R notum eſt, poſitio (per 26. *Dat.* data) dat Cometæ Longitudinem quæſitam. Porro, capiatur R V ad R N ſicut M E ad E N, eritque Latitudo Cometæ ad Tempus datum angulus cujus radius eſt Q R & tangens recta R V.

Atque

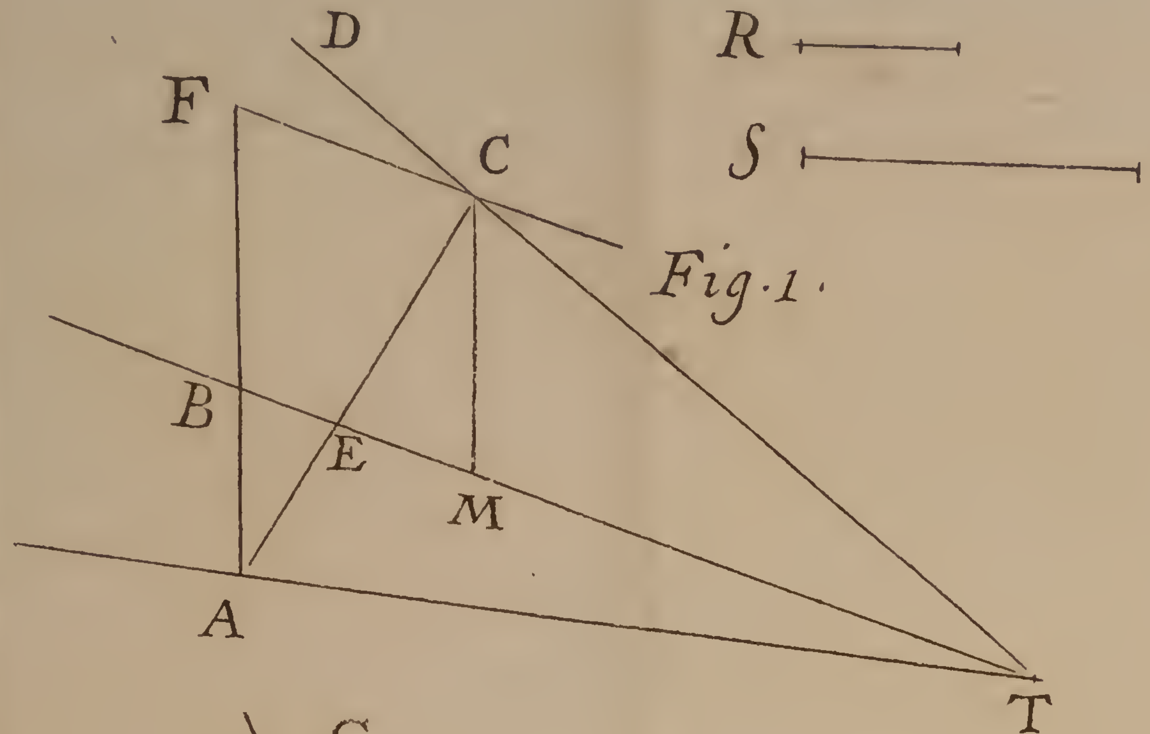


Fig. 1.

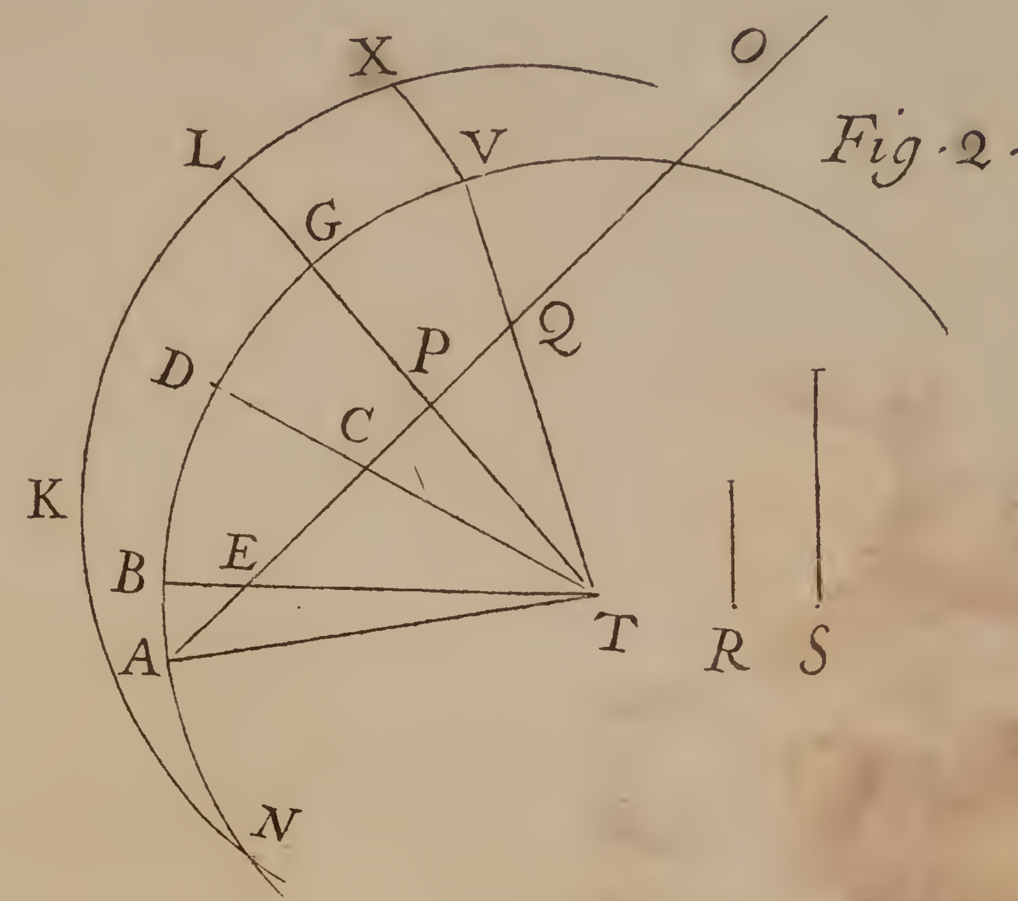


Fig. 2.

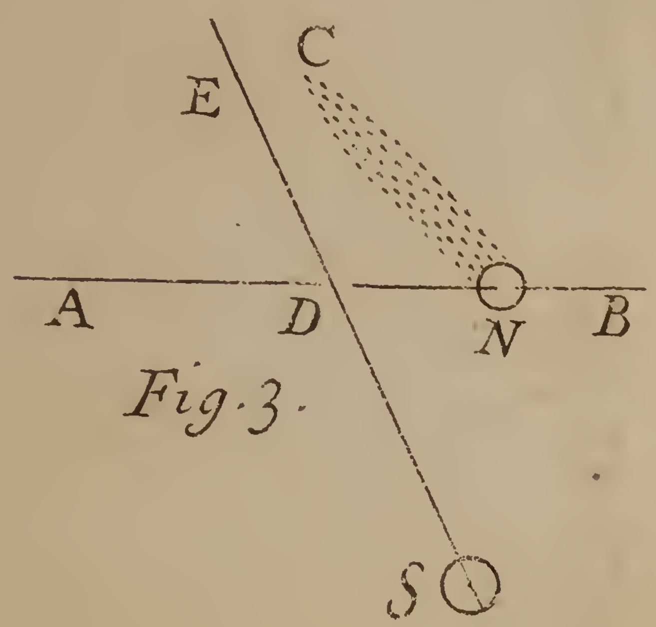


Fig. 3.

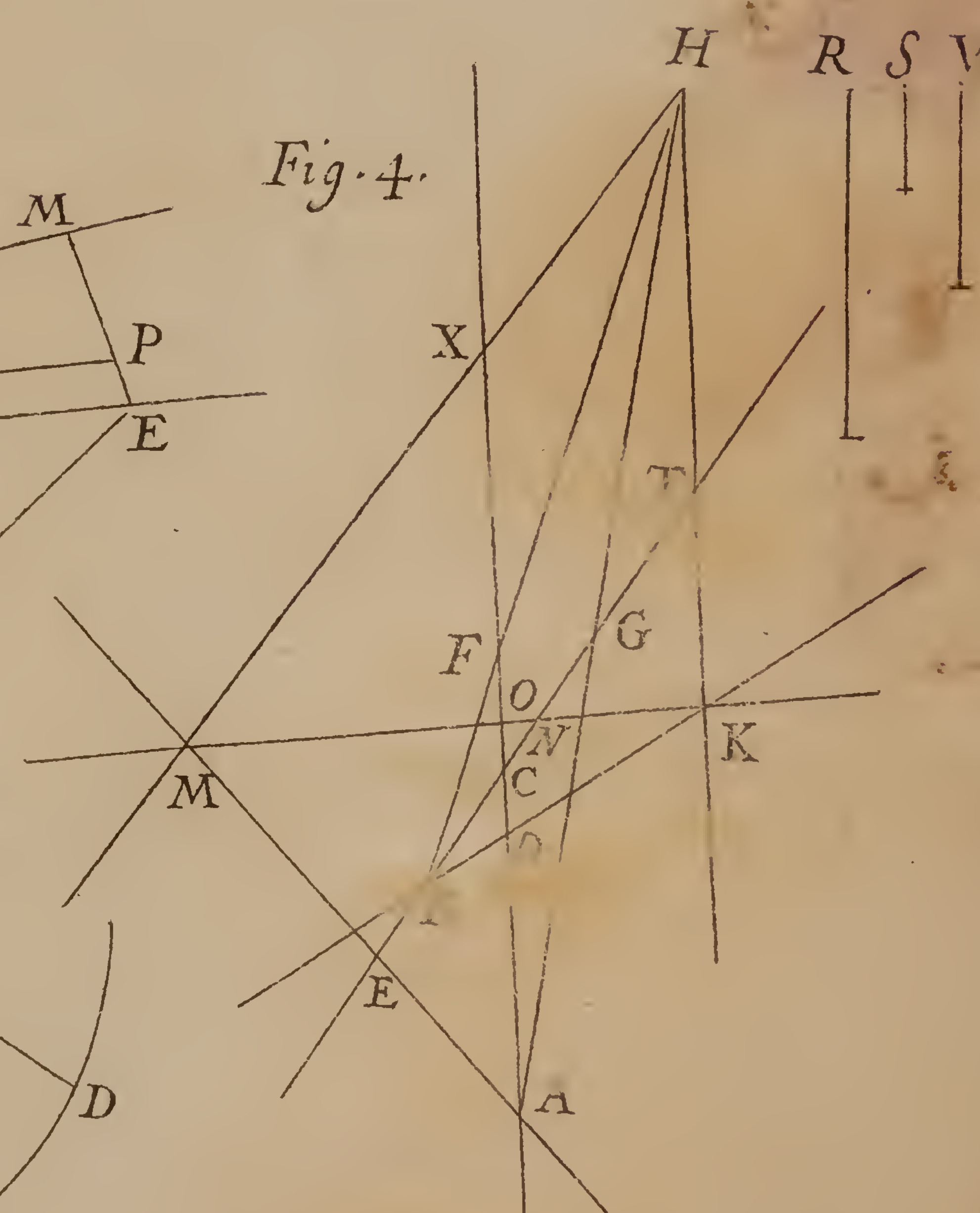


Fig. 4.

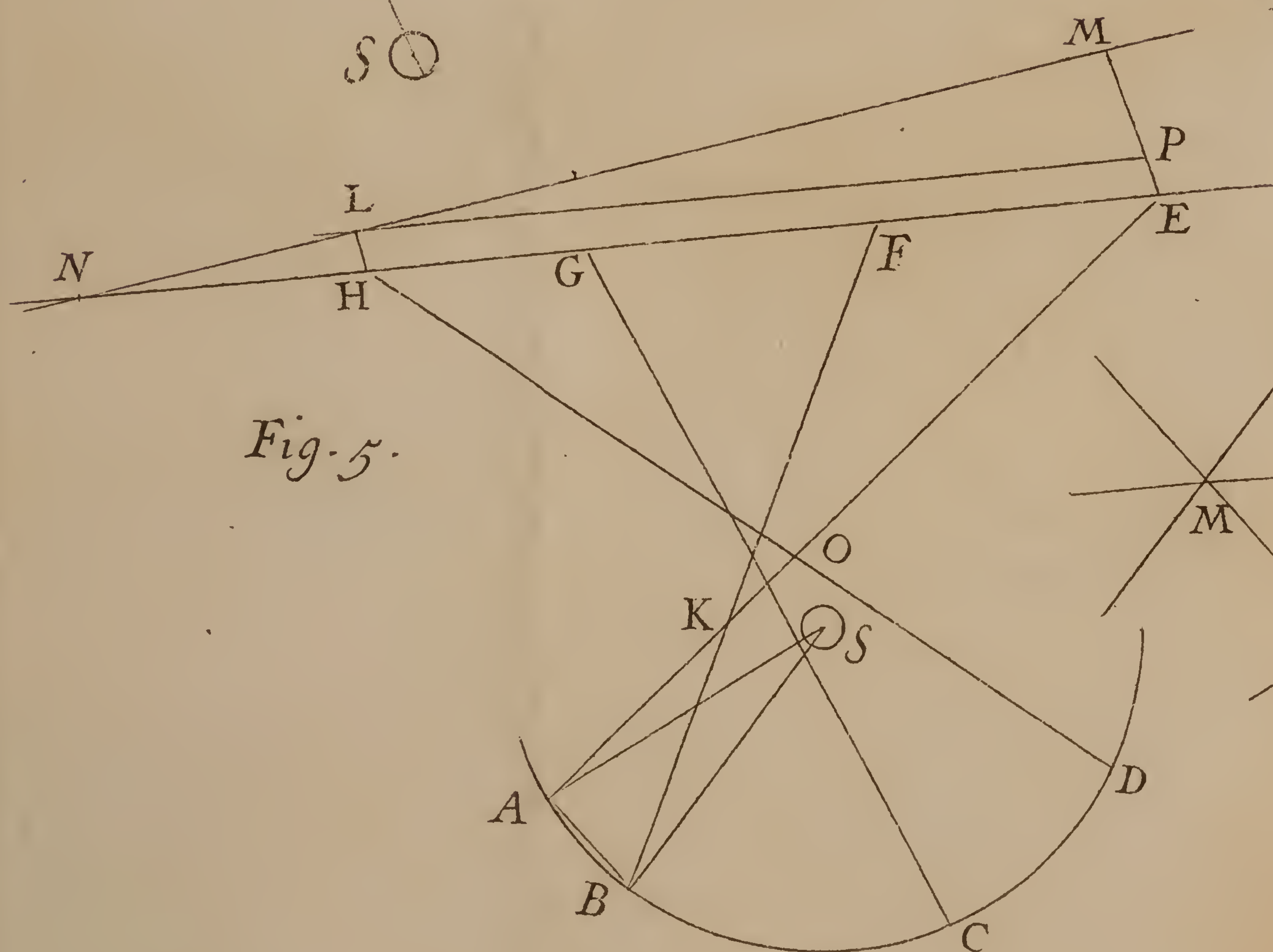


Fig. 5.

Atque Motûs Cometæ Ephemerides hoc modo construentur vel graphice vel per calculum. Tab. XXXVI. Fig. 1.

SCHOLIUM.

Similiter invenietur Distantia Cometæ à Terra, vel in Perigæo vel ad Tempus datum, tam curtata quam in sua Trajectoria, in partibus Diametri Orbis magni expressa; angulus item quem Cometæ Trajectoria continet cum recta Cometam & Terram jungente; vel quem Orbitæ vestigium in plano Eclipticæ continet cum recta à Terra ducta ad Locum Cometæ in Ecliptica.

COROLLARIUM.

Hinc Magnitudo vera tam ipsius Cometæ Nuclei, quam huic circumfusæ Comæ Atmosphæram referentis determinabitur: Notis enim Cometæ Distantiâ, & Diametro apparente Nuclei & circumfusæ Nucleo Atmosphæræ per Observationem, horum Magnitudo innotescet eodem modo quo Planetarum Magnitudo ex similibus datis eruta est Prop. XLVI. Lib. III. Porro, Caudæ Magnitudo similiter innotescit: Ex cognitis enim Solis & Cometæ Locis notus erit angulus quem Cauda efficit cum recta Terram & Cometam jungente, & Observatione innotescit angulus ad Terram quem Cauda subtendit; ex quibus & data Cometæ Distantia à Terra (latere sc. ad dictos angulos adjacente) nota fiet Caudæ longitudo: Ejus crassities similiter invenietur atque ipsius Cometæ.

SECTIO III.

DE VERA COMETÆ TRAJECTORIA DETERMINANDA.

PRopositionibus aliquot præcedentibus quomodo Cometæ Trajectoria à Phænomenis non nimium abludens investigetur ostendimus, non solum quod hujusmodi Trajectoria plurium Cometarum Locis proxime determinandis

sufficiat, quodque Cometam in Recta revera ferri censuerint Philosophi principes aliquammulti, sed etiam quod hæc viam sternant ad veram Trajectoriam Parabolicam vel Ellipticam ex Observationibus describendam, quod in sequentibus faciemus, præmissis prius Propositionibus aliquot de Cometæ Motu in Coni sectione ad ejus pleniorem notitiam facientibus, Lemmatibusque necessariis.

PROPOSITIO XIV. LEMMA.

Tab. XXXVI. Fig. 2.

Si Parabolam VA, *cujus vertex* V, *axis* VD, *tangat recta* GAB *in puncto* A, *ad quam ex Parabolæ foco* F *demittatur normalis* FC; *erit hæc media proportionalis inter rectas* FA *&* FV.

Recta contingens & Parabolæ axis producantur donec concurrant, puta in B: per A ducatur AE parallela, & AD perpendicularis ad axem; eritque (per Prop. XXXV. *Lib.* I. *Elem. Conic.*) BV æqualis VD, & (per bene notam Parabolæ proprietatem Catoptricam) GAE angulus æqualis FAB angulo: Sed GAE æqualis est ABF; unde FAB æqualis est FBA, & ideo FB æqualis FA, & AC æqualis CB: ergo (per *Prop.* II. *El.* VI.) juncta VC parallela est ad AD, hoc est, normalis ad BF. Unde (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) CF est media proportionalis inter BF & VF: Sed ostensa est AF æqualis BF; & igitur CF est media proportionalis inter FA & FV. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Hinc sequitur in eadem Parabola esse FC in ratione subduplicata ipsius FA, sive esse hanc FC ad aliam quamvis FC in subduplicata ratione hujus FA ad alteram FA dictæ alteri FC congruam: Nam cum VF constans sit & invariata, erit FC*q* ut ipsa FA, ideoque ipsa FC recta in subduplicata ratione rectæ FA.

COROL-

Corollarium 2.

Si in F V producta capiatur V H æqualis V F, & agatur infinita H K ad V C parallela, in quam ex quovis Parabolæ puncto A demittatur normalis A K; erit hæc æqualis F A distantiæ puncti A à foco. Et è converso si A K, normalis ab A in H K rectam, æqualis fuerit rectæ A F; erit punctum A ad Parabolam supra descriptam, cujus focus F & vertex V. *Tab. XXXVI Fig. 2.*

Primum hinc patet quod B V æqualis sit V D (per *Prop.* XXXIII. *Lib.* I. *Conic.*) & H V per constructionem æqualis V F, & ideo B F æqualis H D: sed prius ostensa est A F æqualis B F, & per (*Prop.* XXXIV. *El.* I.) K A ipsi H D æqualis; unde K A & F A æquantur.

Secundum vero hinc: ex hypothesi A K æqualis est A F, quare punctum A est in recta perpendiculari ad junctam F K ex puncto ejus medio excitata. Si jam Parabola vertice V & foco F descripta non transeat per A, transeat per aliud quodvis rectæ K A (ejusve productæ) punctum, puta α: quare (per supra ostensa) F α æqualis est K α; unde punctum α est in prædicta perpendiculari ad F K ex ejus puncto medio excitata. Dicta igitur perpendicularis occurret rectæ K A in duobus punctis A & α, quod est absurdum; Parabola igitur foco F & vertice V descripta transibit per A, si fuerit A K æqualis A F.

PROPOSITIO XV.

Si corpus moveatur in Parabola (dum urgetur à viribus ad Parabolæ focum tendentibus, quæ sunt quadrato distantiæ à foco reciproce proportionales,) ejus velocitas in quovis Parabolæ puncto est reciproce in subduplicata ratione distantiæ à Parabolæ foco.

Sit D C Trajectoria corporis Parabolica, cujus focus est S: Patet (ex Corol. 2. Prop. XLI. Lib. I.) ejus *Fig. 3.*

ejus velocitatem in puncto C esse reciproce ut S E perpendiculum à foco S in rectam C E tangentem Parabolam in C, sive velocitatem corporis in C esse ad ejusdem velocitatem in *c* ut S *e* ad S E: Sed (ex Corol. I. Prop. præc.) S *e* est ad S E in subduplicata ratione rectæ S *c* ad rectam S C; & igitur velocitas corporis in C est ad ejus velocitatem in *c* in subduplicata ratione rectæ S *c* ad rectam S C; hoc est, corporis velocitas est inverse in subduplicata ratione ejus distantiæ à foco. Q. E. D.

PROPOSITIO XVI.

Iisdem positis, velocitas corporis in quovis Parabolæ puncto est ad velocitatem corporis revolventis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam descripto, ut diameter quadrati ad ejusdem latus.

NAm (per Corol. I. Prop. XLI. Lib. I.) velocitas corporis in Parabola moti in minima à foco distantia (hoc est, in vertice Parabolæ) est ad velocitatem corporis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam gyrantis, in subduplicata ratione principalis lateris recti Parabolæ ad duplam distantiam verticis à foco: Sed Parabolæ latus rectum principale æquale est quadruplo distantiæ inter Parabolæ focum & verticem; & igitur velocitas corporis in Parabola ut dictum est moti, dum in vertice ejus versatur, est ad velocitatem corporis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam gyrantis, in subduplicata ratione quaternarii ad binarium, sive binarii ad unitatem; hoc est, in ipsa ratione quam diameter quadrati habet ad ejusdem latus. Rursus (per Prop. præc.) velocitas corporis, in alio quovis ad libitum assumpto puncto versantis, est ad ejus velocitatem in vertice in subduplicata ratione distantiæ verticis à foco ad distantiam alterius istius assumpti puncti ab eodem: Et (per Prop. XXVII. Lib.

I.)

1.) si corpora, quæ urgentur à viribus quadrato distantiæ à centro reciproce proportionalibus, describant circa datum centrum circulos ad easdem distantias cum prædictis punctis in Parabola, erit corporis in circulo per assumptum istud punctum transeunte gyrantis velocitas ad velocitatem corporis gyrantis in circulo per verticem Parabolæ traducto in subduplicata ratione distantiæ verticis à foco ad distantiam alterius istius assumpti puncti ab eodem; hoc est, in eadem ratione in qua mox ostensæ sunt velocitates corporis in Parabola lati ad easdem distantias. Et igitur permutando velocitas corporis in Parabola moti ad punctum pro lubitu assumptum est ad velocitatem gyrantis in circulo ad eandem distantiam ut velocitas corporis in Parabola moti ad verticem ad velocitatem revolventis in circulo ad distantiam dicti verticis; hoc est, ut supra ostensum, in ratione diametri quadrati ad ejusdem latus. Q. E. D.

PROPOSITIO XVII.

Velocitas cujusvis Cometæ est ad velocitatem Planetæ cujuslibet primarii in subduplicata ratione duplæ distantiæ Planetæ à Sole ad distantiam Cometæ ab eodem.

Ex Libro primo constat Cometæ semitam circa Solem, etiamsi Elliptica sit, propter magnam Ellipseos istius excentricitatem esse fere Parabolam in cujus foco est Sol; eâ saltem ejus parte, quâ in regionem Planetariam immersa Observationi nostræ subjicitur, à Parabola sensibiliter non differre: Et ex Libro tertio palam est Planetarum primariorum Orbitas propter parvam excentricitatem à Circulis Soli concentricis parum abludere. Unde ex Prop. præc. patet velocitatem Cometæ esse ad velocitatem Planetæ primarii ad eandem cum Cometa distantiam revoluti in subduplicata ratione binarii ad unitatem. Et velocitas hujus fictitii Planetæ ad velocitatem alterius cujusvis Primarii ad distantiam quamvis gyrantis

rantis (per Prop. XXVII. Lib. I.) est in subduplicata ratione distantiæ dicti ultimi hujus Primarii veri à Sole ad distantiam ficti illius, hoc est, distantiam ipsius Cometæ ab eodem: Et igitur ratio velocitatis Cometæ ad velocitatem Planetæ cujusvis primarii, ex binis prædictis composita, æqualis est subduplicatæ rationi duplæ distantiæ Planetæ à Sole ad distantiam Cometæ ab eodem. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Hinc velocitas Cometæ comparari poterit cum velocitate cujuslibet Primarii (*v. g.* Telluris) circa Solem delati, si nota sit ratio inter distantiam Cometæ à Sole & mediocrem dicti Planetæ distantiam ab eodem.

PROPOSITIO XVIII.

Tab. XXXVI. Fig. 4.

Sit Parabola quælibet P A B *cujus focus* S, *hujusque arcus quivis* A C B *cujus chorda* A B *bisecta in* M *puncto, per quod ducatur recta* M V *ad axem Parabolæ* S X *parallela Parabolæ occurrens in* V, *& producatur ad* G, *ita ut* M V *dupla sit ipsius* V G; *jungatur* G S *secans* A B *in* Q, *& producatur ad* E, *ita ut* S E *dupla sit ipsius* S G: *si Cometa describat arcum Parabolicum* A C B *circa Solem* S (*ut in Prop.* XXXV. *Lib.* I.) *recta* E C, *conjungens Cometam ubivis in dicto arcu repertum* (*ut ad* C) *& punctum* E *superius determinatum, secabit chordam* A B *in* D, *ita ut* A D *sit quamproxime ad* D B *ut Tempus quo Cometa describit arcum* A C *ad Tempus quo arcum* C B *describit.*

JUngantur rectæ S B, S D, S C, G A & A V; ducatur etiam G D Parabolæ in K occurrens. Quoniam M V est ipsi S X parallela, secabit hæc (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *El. Conic.*) omnes rectas ipsi A B parallelas à Parabola terminatas in duas partes æquales, adeoque segmentum parabolicum sub curva A V B & recta

A B

A B comprehensum in duas portiones æquales sive semisegmenta A H V M & B C V M dividet. Per V ducatur V F ad A B parallela, (quæ per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *El. Conic.* Parabolam in V continget,) rectæ G D occurrens in F, & ductæ concipiantur rectæ S F, C F. Tab. XXXVI Fig. 4.

Quoniam ex constructione est M V ipsius V G dupla, & E S ipsius S G etiam dupla, erit M V ad V G sicut E S ad S G: Sed propter parallelas V F & M D, est (per *Prop.* II. *El.* VI.) D F ad F G ut M V ad V G; & igitur D F est ad F G sicut E S ad S G. Recta igitur S F rectæ E C parallela erit per *Prop.* II. *El.* VI; & ideo triangula D S C, D F C (per *Prop.* XXXVII. *El.* I.) æqualia: Sed triangulum D F C est proxime æquale trilineo D K C propter viciniam punctorum F & K; triangulum igitur D S C trilineo D K C proxime æquale erit. Porro, triangulum M A G est (per *Prop.* I. *El.* VI.) trianguli M A V sesquialterum, cum eundem habeant verticem A & basis G M sit sesquialtera basis V M: Triangulum vero A V M (per *Prop.* XXIV. *Archimed.* de *Quadrat. Parab.*) subsesquitertium est semisegmenti A H V M; ideoque A G M triangulum semisegmenti A H V M est sesquioctavum, in ratione nimirum composita ex rationibus sesquialtera & subsesquitertia. Rursus, triangulum M G D similis trianguli V G F noncuplum est, cum latus M G lateris homologi V G sit triplum; adeoque triangulum M G D trapezii M V F D sesquioctavum: Triangulum igitur A G M est ad semisegmentum A H V M sicut triangulum M G D ad trapezium M V F D; & vicissim semisegmentum A H V M est ad trapezium M V F D ut triangulum A G M ad triangulum M G D, hoc est (per *Prop.* I. *El.* VI.) ut A M recta ad rectam M D. Sed trapezium M V F D est proxime æquale portioni segmenti Parabolici M V K D sub rectis K D, D M, M V & curvæ Parabolicæ particula V K comprehensæ: Et igitur semisegmentum A H V M est proxime ad portionem M V K D ut A M recta ad M D rec-

Tab. XXXVI. Fig. 4. tam. Quare ſemiſegmentum A H V M auctum portione M V K D (hoc eſt, area Parabolica A H V K D A) eſt ad ſemiſegmentum eâdem portione multatum (hoc eſt, portionem B C K D B) ſicut A M & M D ſimul ad M B minutam ipſâ M D, ſive ut A D ad D B; & triangulum A S D eſt ad triangulum B S D (per *Prop.* I. *El.* VI.) etiam ut A D ad D B; ergo ſpatium S A H V K D S eſt ad ſpatium S B C K D S ſicut A D ad D B. Si jam priori ſpatio addatur trilineum D K C, & à ſumma auferatur triangulum D S C, dicto trilineo per jam oſtenſa æquale, conficietur ſpatium S A H K C S dicto priori æquale. Similiter, ſi poſteriori ſpatio addatur triangulum D S C, & à ſumma auferatur illi æquale trilineum D K C, conficietur ſpatium S B C S dicto poſteriori æquale. Recta igitur A D eſt ad D B rectam proxime ut ſpatium S A H V C S ad ſpatium S C B S. Sed ſpatium S A H V C S eſt area quam Cometa radio ad Solem ducto verrit dum arcum Parabolicum A C deſcribit, & ſpatium S B C S eſt area quam idem Cometa ſimiliter verrit dum arcum C B deſcribit; & areæ hæ (per Prop. XI. Lib. I.) ſunt ut tempora quibus Cometa arcus A C & C B deſcribit: Recta igitur A D eſt ad D B rectam proxime ut tempus quo Cometa deſcribit arcum Parabolicum A C ad tempus quo arcum C B deſcribit. Sed punctum C (Cometæ locus) ſumptum eſt ad libitum: univerſaliter igitur recta E C rectam A B ita dividit in D, ut A D ſit proxime ad D B ut tempus quo Cometa deſcribit arcum A C ad tempus quo arcum C B deſcribit. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Fig. 5. Si punctum C coincidit cum arcûs Parabolici vertice V; tum erit accurate A D ad D B ut tempus quo Cometa deſcribit arcum A C ad tempus quo arcum C B deſcribit. Nam (in ſchemate annexo caſui huic accommodato) eſt (ut prius) triangulum A S D ad triangulum B S D ut A D ad D B, & etiam ſemiſegmentum A H V M minutum trapezio M V F D eſt

ad

ad ſemiſegmentum B V M auctum eodem trapezio M V F D ut A D ad D B: Sed trapezium M V F D conflatur ex binis triangulis D M V & D F V; & igitur triangulum A S D + ſemiſegment. A H V M — triang. D M V — triang. D F V eſt ad triangulum B S D + ſemiſegment. B V M + triang. D M V + triang. D F V ut A D ad D B. Loco trianguli D F V ponatur huic æquale triangulum D S C; eritque triangulum A S D + ſemiſegment. A H V M — triang. D M V — triang. D S C ad triangulum B S D + ſemiſegment. B V M + triang. D M V + triang. D S C ſicut A D ad D B; hoc eſt, area A S C H A eſt ad aream C S B C, ſive (per Prop. XI. Lib. I.) tempus quo Cometa deſcribit arcum A C ad tempus quo arcum C B deſcribit, ſicut A D recta ad rectam D B: idque accurate; nam non aſſumptum eſt ſpatium curvilineum rectilineo proxime æquale ut in Prop. factum, cum punctum C diverſum eſſet ab V.

Tab. XXXVI Fig. 5.

COROLLARIUM I.

Hinc ſequitur quod quo propius fuerit punctum C ſegmenti vertici V, eo magis accurate dividitur chorda A B per rectam E C in duo ſegmenta A D, D B habentia rationem temporum quibus Cometa percurrit arcus A C, C B: nam ſi coincidit cum V, illud exacte fit; ſin ſecus, proxime. Advertendum tamen quod error minor erit ſi C diſtet ab V verſus B, quam ſi ab eodem verſus A tantundem diſtet; quoniam Parabolæ portio V A, vertici principali X propior, curvior eſt & à tangente recta V F citius declinat, quam portio V B ab X remotior. Atque hinc fit quod ſi quærantur tria temporis momenta quibus Cometa in Parabolæ punctis (qualia ſunt A, C & B) verſatur, talibus ut recta E C ſecet chordam A B in D, ita ut A D ſit ad D B accurate ut tempora bina inter terna momenta intercepta, oporteat dicta tempora eſſe fere inter ſe æqualia. Nam in Trajectoriæ Parabolicæ portionibus Obſervationi noſtræ ſubjectis, punctum D (ubi recta verticem V &

Tab XXXVI Fig 5. punctum E conjungens secat chordam A B) non procul distat à chordæ medio puncto M. Oportet autem temporis intervallum illud, ubi Cometa tardius movetur, paulo majus esse altero: Patet enim Cometâ in V existente, ubi accuratissime fit quæsitum, esse D B rectam majorem quam A D, hoc est, tempus quo Cometa (per Prop. XV. tum tardior) describit arcum B C majus tempore quo idem Cometa velocior describit arcum A C. Tutius autem assumentur tempora haud admodum inæqualia, ut punctum D declinet potius versus B quam A, propter rationem supra allatam; nempe quod error minor erit si C distat ab V versus B, quam si inde distat versus A.

COROLLARIUM 2.

Fig. 6. Si segmenti vertex V non multum distet à Parabolæ vertice principali X, nec punctum C ab V, recta S C, ex ipso Parabolæ foco S educta, dividet chordam A B in γ fere in ratione Temporum quibus Cometa arcus A C & C B describit. Quod si S V admodum fuerit magna respectu ipsius M V, erit M Q ipsius Q γ tripla: Nam in isto casu rectæ S Q G, S γ V sunt pro parallelis habendæ; adeoque (per *Prop.* II. *El.* VI.) M Q est ad Q γ sicut M G ad G V; hoc est, ex constructione, ut 3 ad 1.

COROLLARIUM 3.

Iisdem manentibus, erit Q E æqualis 3 Q S + 3 M V: Nam per constructionem S E = 2 S G, adeoque G E = 3 S G, hoc est, G E = 3 S Q + 3 Q G; si ergo ab utraque parte auferatur Q G, erit Q E = 3 S Q + 2 Q G: Sed ob Q G, γ V parallelas, Q G est ad γ V sicut M G ad M V, hoc est, sicut 3 ad 2; quare 2 Q G = 3 γ V: & γ V æqualis M V, cum anguli γ M V, M γ V sint æquales, quia rectæ S V & M V æquales angulos faciunt cum recta tangente Parabolam in V, quæ (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *Conic.*) est chordæ A B parallela, ideo-

ideoque 3 MV = 2 QG; & igitur QE = 3 QS + 3 MV. Si poſitio rectæ AB paulul*um* mutetur, erunt præcedentia omnia etiamnum proxime vera. Tab. XXXVI Fig. 6.

PROPOSITIO XIX. LEMMA.

Si in Parabola BAP, *cujus focus* S, *ductâ chordâ* AB *abſcindatur ſegmentum* AVB, *cujus vertex* V, *diameter* VM *chordæ occurrens in puncto medio* M, *& ex* M *ad* AB *excitetur normalis* MI *rectæ* LV *ad* AB *parallelæ occurrens in* I, *& compleatur parallelogrammum* VIMK; *coeuntibus punctis* V *&* M, *ſive naſcente ſegmento* AVB, *diagonalis* IK *producta in* S *incidit.* Ta. XXXVII. Fig. 1.

Nam (per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *Elem. Conic.*) recta LI Parabolam in V contingit, unde angulus SVL æqualis eſt angulo MVI: Sed quia parallelogrammum MKVI eſt rectangulum, angulus KIV eſt æqualis angulo MVI; & igitur angulus KIV æqualis angulo SVL, ideoque (per *Prop.* XXVIII. *El.* I.) IK parallela eſt ad VS, atque hoc ſemper: coeuntibus igitur punctis I & V, hoc eſt, coeuntibus punctis M & V, recta IK producta per focum S tranſit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Hinc ſequitur, quod ſi ab aliquo Parabolæ puncto C, ſegmenti ACB vertici propinquo, ducatur recta CI chordæ AB parallela, rectæ MI occurrens in I, & jungatur SI chordam in K interſecans, & compleatur parallelogrammum IMKV; erit punctum V ſegmenti vertex proxime, ſi diſtantia foci immenſe major fuerit quam rectarum CI, IM vel MK quævis. Geometris enim notum eſt immenſitatem rectæ SK, reſpectu rectarum CI, IM, MK, tantundem præſtare eodemque redire cum evaneſcentia ſegmenti AB, in quo caſu propoſitum ex hactenus dictis patet. Fig. 2.

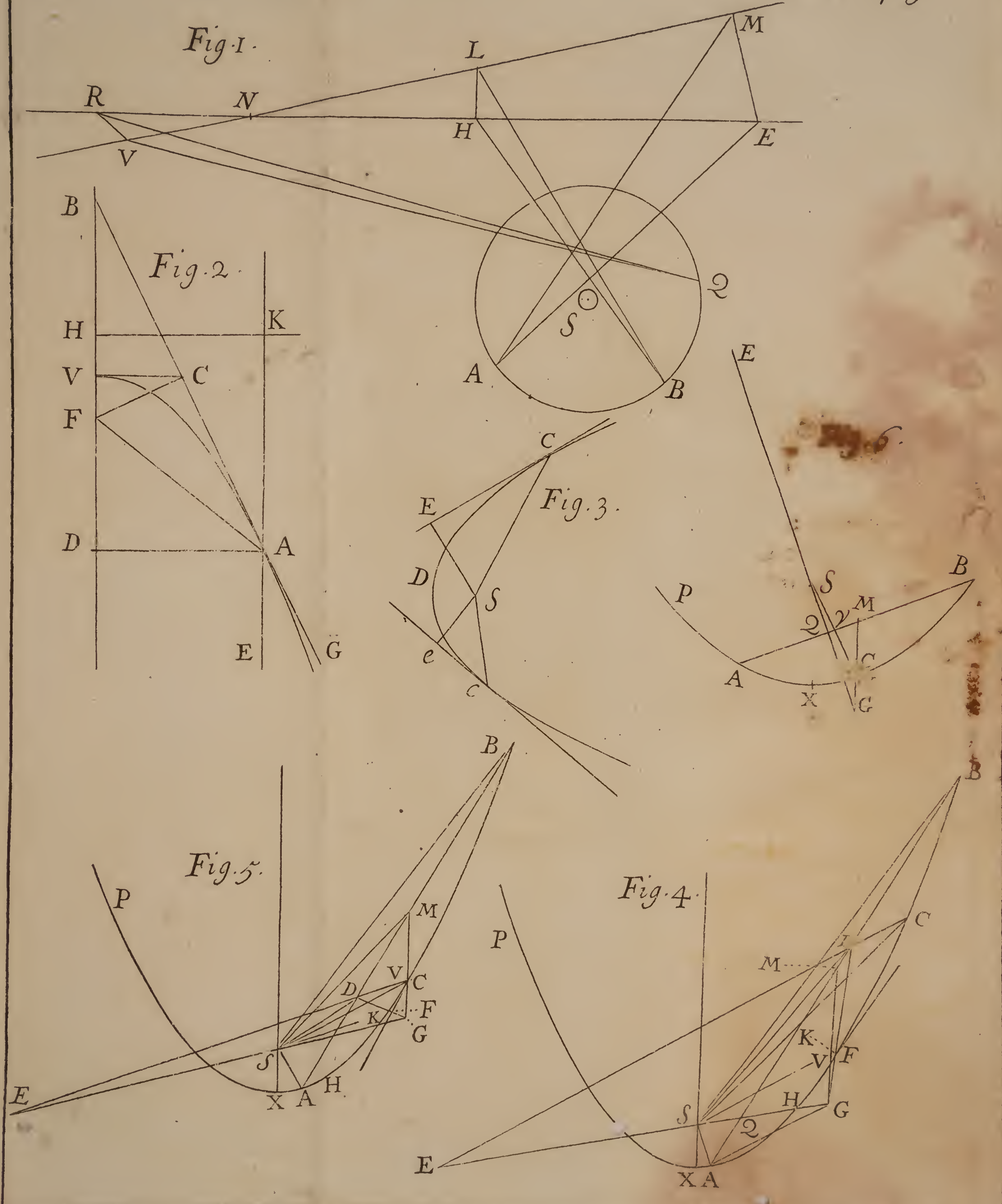
Ta. XXXVII. Fig. 3.

PROPOSITIO XX.

Sit Parabola qualibet P A B, *cujus focus* S; *Parabolæ arcus quivis* A V B, *cujus chorda* A B, *vertex* V, *diameter* M V; *jungatur recta* S V *& producatur ad* L *&* R, *ita ut* V L *sit pars tertia ipsius* M V, *&* S R *tertia proportionalis ipsis* S V, S L; *Cometa, quo tempore describit arcum Parabolicum* A V B *circa Solem* S, *si progrederetur æquabiliter ea cum velocitate quam habet in distantia à Sole æquali* S R, *describeret lineam chordæ* A B *æqualem.*

Recta S V chordæ A B occurrat in Z: Cumque sint anguli F V M, G V Z æquales, ideoque & hisce alterni in duabus parallelis A B, G F, sc. Z M V, M Z V etiam æquales, & rectæ V Z, V M æquales sunt. Porro (per Corol. 5. Prop. XLI. Lib. I.) si Cometa Parabolam P A B describens, quo tempore describit arcum A V B, velocitate quam habet in V progrederetur æquabiliter in recta tangente V F; area, quam radio ad Solem ducto describeret, æqualis esset areæ Parabolicæ A V B S A: Cumque S V eodem angulo inclinetur ad tangentem V F quo S Z, ad A B, spatium contentum sub longitudine in tangente (ut dictum est) descripta & S V esset ad spatium contentum sub recta A B & S Z ut area Parabolica A V B S A ad triangulum A S B; hoc est, ut triangulum A S B + segment. Parabolic. A V B ad triangulum A S B; id est, ut triang. A S B + $\frac{2}{3}$ parallelogrammi A G F B ad triangulum A S B; hoc est, ut $AB \times \frac{1}{2} ZS + AB \times \frac{2}{3} MV$ ad $AB \times \frac{1}{2} ZS$; hoc est (applicando ad A B) ut $\frac{1}{2} ZS + \frac{2}{3} MV$ ad $\frac{1}{2} ZS$, sive ut $ZS + \frac{4}{3} MV$ ad Z S. Sed V L facta est æqualis $\frac{1}{3}$ M V, & prius ostensa est Z V æqualis ipsi M V; adeoque Z L æqualis $\frac{4}{3}$ M V. Et igitur spatium contentum sub longitudine in tangente descripta &

S V


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.

s v esset ad spatium contentum sub a b & z s ut s z + z l ad s z; hoc est, s l ad s z. Et applicando hujus analogiæ antecedentes ad s v, & consequentes ad s z, erit longitudo in tangente descripta ad chordam a b sicut $\frac{SL}{SV}$ ad $\frac{SZ}{SZ}$ sive unitatem; hoc est, ut s l ad s v. Porro (per. Prop. xv.) velocitas Cometæ Parabolam describentis, in distantia à Sole sive altitudine s v, est ad ejusdem velocitatem in altitudine s r in subduplicata ratione s r ad s v; hoc est, ut s l ad s v: Et longitudines eodem tempore percursæ per mobilia æquabiliter lata sunt ut velocitates; longitudo igitur in tangente descripta est ad longitudinem æquali tempore (nempe quo Cometa arcum Parabolicum a v b percurrit) descriptam à Cometa æquabiliter lato, ea cum velocitate quam habet in altitudine s r, ut s l ad s v. Cum igitur longitudo dicta in tangente descripta eandem habeat rationem (nempe quam s l habet ad s v) ad chordam a b atque ad longitudinem quam percurreret Cometa, motus ea cum velocitate quam in altitudine s r habet, per tempus æquale illi quo idem Cometa arcum a v b describit; æquales erunt inter se dictæ longitudines, nempe chorda a b & longitudo à Cometa percursa ea cum velocitate quam in altitudine s r habet, eoque tempore quo idem Cometa arcum a v b describit. Q. E. D.

Ta. XXXVI. Fig. 3.

Corollarium.

Si s v sit magna admodum respectu v l, tres geometrice proportionales s v, s l & s r erunt etiam arithmetice proportionales proxime; hoc est, l r erit æqualis v l sive trienti ipsius m v, adeoque v r bessi ipsius m v proxime æqualis. Et igitur Cometa æquabiliter motus, ea cum velocitate quam habet in altitudine sive distantia à Sole æquali s v + $\frac{2}{3}$ m v eoque tempore quo describat

cribat arcum Parabolicum A V B, percurreret longitudinem dicti arcûs chordæ A B æqualem.

PROPOSITIO XXI.

Tab. XXXVII. Fig. 3. *In eadem figura, si Cometa è quiete demitteretur ex altitudine* L S *ut caderet versus Solem* S, *& eâ vi centripetâ nec auctâ nec minutâ deinde urgeretur quâ in* L *urgebatur; Cometa hic semisse temporis, quo arcum Parabolicum* A V B *describit, descendendo percurreret rectam rectæ* M V *æqualem.*

PEr Prop. præc. quo tempore Cometa describit arcum Parabolicum A V B, si moveretur æquabiliter velocitate quam habet in Parabola ad altitudinem sive à Sole distantiam æqualem S R, describeret longitudinem chordæ A B æqualem: Sed velocitas Cometæ in Parabola ad altitudinem S R (per Prop. XVI.) est ad velocitatem corporis ad eandem à Sole distantiam gyrantis in circulo, in cujus circumferentia vi suæ gravitatis retinetur, in subduplicata ratione binarii ad unitatem; arcus igitur quem corpus in circulo, cujus semidiameter S R, latum percurrit tempore quo Cometa arcum Parabolicum A V B describit, est ad arcûs Parabolici chordam A B ut I ad $\sqrt{2}$, ac proinde æqualis $\frac{AB}{\sqrt{2}}$. Sed (per Corol. I. Prop. XXV. Lib. I.) corpus quodvis è quiete demissum versus Solem, eâdem vi centripetâ perpetuo urgente, (ut hic supponitur,) semisse temporis quo percurrit arcum circuli distantiâ à Sole istâ unde deciderat tanquam radio descripti, cadit per spatium æquale quadrato semissis dicti arcûs circularis (hoc est, quadrato semissis $\frac{AB}{\sqrt{2}}$) ad circuli diametrum sive 2 S R applicato; hoc est, quadrato $\frac{AM}{\sqrt{2}}$ applicato ad 2 S R, sive

ſive $\frac{AMq}{4SR}$. Spatium igitur per quod corpus è quiete ex altitudine R S demiſſum cadendo percurrit, ſemiſſe temporis quo Cometa arcum Parabolicum A V B deſcribat, æquale eſt $\frac{AMq}{4SR}$. Sed (per Prop. XLII. Lib. I.) vis centripeta ſive gravitas acceleratrix verſus Solem ad diſtantiam S L eſt ad gravitatem acceleratricem verſus eundem ad diſtantiam S R ut S Rq ad S Lq; hoc eſt, ob proportionales S R, S L, S V, ut S R ad S V: Et igitur cum Cometa motu omni privatus & ex R demiſſus, ſemiſſe temporis quo arcum Parabolicum A V B deſcribat, cadat verſus Solem per ſpatium æquale $\frac{AMq}{4SR}$; idem pari tempore ex L ſimiliter demiſſus cadendo verſus Solem percurret ſpatium quod eſt ad $\frac{AMq}{4SR}$ ut S R ad S V; hoc eſt, ſpatium æquale $\frac{AMq}{4SV}$. Porro, ex Parabolæ natura 4 S V eſt latus rectum diametri V M; hoc eſt, rectangulum ſub 4 S V & V M æquale eſt quadrato ipſius A M, ideoque $\frac{AMq}{4SV}$ ipſi V M rectæ eſt æqualis: Cometa igitur motu omni privatus & demiſſus de altitudine L S ut verſus Solem S cadat, ſi Vi acceleratrice ſive gravitate uniformi urgeatur æquali illi quâ in dicta altitudine S L urgebatur, ſemiſſe temporis quo arcum Parabolicum A V B deſcribat, cadet per rectam rectæ V M æqualem. Q. E. D.

Ta. XXXVII Fig. 3.

Tab. XXXVII. *Fig.* 4.

PROPOSITIO XXII. LEMMA.

Si ex puncto S, *Parabolæ* AVB *foco & Circuli* T$t\tau$ *centro, ducantur æquales rectæ* SV *&* St, *ducantur item rectæ* AB, Tτ *chordæ arcuum quorum vertices* V *&* t, *secantes rectas* SV, St *in punctis* D *&* N, *ita ut* VD *&* tN *sint æquales & admodum parvæ respectu rectarum* SV *&* St; *erit chorda* AB *ad diametrum quadrati, cujus latus est chorda* Tτ, *in subduplicata ratione rectæ* St *ad* SD *rectam.*

PEr V ducatur VM Parabolæ axi parallela, chordæ occurrens in M, quæque (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *Conic.*) erit segmenti AVB diameter, cujus parameter est quadrupla rectæ SV, adeoque AMq = 4SV × VM. Cumque sit (per *Prop.* XXXV. *El.* III.) TNq = tS + SN × tN = (quia St = SN) 2St × tN; erit AMq : 4SV × VM :: TNq : 2St × tN, ideoque (sumendo antecedentium quadrupla & permutando) erit ABq : Tτq :: 4SV × VM : 2St × tN. Sed (per ostensa in demonstratione Prop. XX.) VM = VD, & ex hypoth. VD = tN; applicando igitur præcedentis analogiæ tertium terminum ad VM & quartum ad tN, erit ABq : Tτq :: 4SV : 2St; hoc est (propter SV & St ex hypothesi æquales) ABq : Tτq :: 2St : SV; id est, ut 2St ad SV sive SD: & duplicando consequentes, ABq : 2 × Tτq :: 2St : 2SD; hoc est, ut St ad SD: Ideoque AB ad $\sqrt{2}$ × Tτ in subduplicata ratione St ad SD. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXIII. LEMMA.

Tab XXXVII. Fig. 5.

Si communi foco S *describantur duæ quævis Parabolæ* ACB, EGF, *in quibus ductæ chordæ* AB *&* EF *abscindant segmenta quorum vertices* C *&* G, *eâ lege ut ductis rectis* SC *&* SG *prædictas chordas in* D *&* H *secantibus, sit* CD *æqualis* GH; *dico* AB *esse ad* EF *in subduplicata ratione rectæ* SC *ad rectam* SG.

PEr C ducatur CM segmenti ACB diameter, & per G recta GK segmenti EGF diameter, chordis respectivis in M & K occurrentes. Harum diametrorum parametri æquantur quadruplis SC, SG, ut superius ostensum; eritque (per *Prop.* XLIX. *Lib.* I. *Conic.*) $AMq = 4SC \times CD$, & $EKq = 4SG \times GH$: Unde AMq est ad EKq sicut $4SC \times CD$ ad $4SG \times GH$, hoc est (ob æquales CD & GH) sicut SC ad SG; & igitur AM est ad EK in subduplicata ratione SC ad SG. Unde est AB (ipsius AM dupla) ad EF (ipsius EK duplam) in subduplicata ratione SC ad SG.

PROPOSITIO XXIV.

Circa datum focum Parabolam describere, quæ per data duo puncta transeat.

Fig. 6.

SIt datus focus S, puncta duo data per quæ Parabola incedere debet A & B. Centris A & B, distantiis AS & BS ducantur duo circuli, & ducatur (per *Constr. Prop.* CXVIII. *Lib.* VII. *Pappi Collect. Math.*) recta CD utrumque contingens, in quam ex S puncto demittatur perpendicularis SE, quæ bisecetur in V. Vertice V, axe VSX rectâ & latere recto æquali quadruplæ rectæ VS (per *Prop.* LII. *Lib.* I. *Conic.*) describatur Parabola: Erit hæc quæsita.

Quod S sit descriptæ Parabolæ focus constat exinde, quod

Tab. XXXVII Fig. 6. quod in axe Parabolæ distat ab illius vertice quartâ parte lateris recti, quæ est notissima foci Parabolæ proprietas. Quod vero hæc per puncta A & B transeat, sic patet: Parabolæ axis V X ultra verticem productus est ad E, ita ut V E sit æqualis V S distantiæ foci à vertice; & per E ducta est C E D recta ad axem Parabolæ perpendicularis, & punctum A tale est ut A S ejus distantia à foco æqualis sit A C, quæ (per *Prop.* XVIII. *El.* III.) perpendicularis est ex A ad C D rectam: Unde (per Corol. 2. Prop. XIV.) Parabola supradescripta per A transit, & propter similes rationes transit etiam per B. Q. E. F.

Potuisset hoc Problema solutum censeri per Prop. XXVI. Lib. III. ut ibidem notatum; verum propter insignem ejus usum, hunc locum illi concedimus. Duo data puncta in Parabola idem hic præstant atque tria illic in Ellipsi, quoniam uni puncto æquivalet data in omni Parabola ratio inter latus rectum & transversum. Non opus est apponere calculum trigonometricum, quo Parabolæ vertex, parameter &c. determinantur: hæc enim ex subnexis Prop. XXVI. Lib. III. satis sunt manifesta.

PROPOSITIO XXV.

Ex observatis aliquot Cometæ Locis invenire Locum ejus ad Tempus quodvis intermedium datum; & Tempus, quo Locum intermedium datum occupabit, determinare.

Fig. 7. Sit linea ♈123 Via Cometæ apparens, sintque Loca observata 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ita ut æquale Tempus labatur inter momentum quo Cometa in punctis 1 & 2 observatus erat, ei quod elapsum est dum à 2 ad 3 pervenit, vel à 3 ad 4, vel à 4 ad 5, & ita denuo. Vocetur illud T. Sumantur horum Locorum à puncto fixo ♈ computatorum ♈ 1, ♈ 2, ♈ 3, ♈ 4,

♈ 5

♈ 5 &c. (ut Aſtronomis ſolenne eſt) differentiæ primæ, ipſi ſc. arcus 12, 23, 34, 45, &c. quas vocabimus A, B, C, D, E, F: Sumantur rurſus eorum differentiæ ſecundæ ſive differentiarum primarum differentiæ G, H, K, L, M; tum harum differentiarum ſecundarum differentiæ ſive arcuum ♈1, ♈2, ♈3 &c. differentiæ tertiæ P, Q, R, S; & ita denuo, donec ad differentias perveniatur nihilo æquales, nempe immediate præcedentium æqualium differentiarum differentias. Temporum æqualium in percurrendis arcubus A, B, C &c. inſumptorum unumquodque (ſc. T) diviſum intelligatur in partes æquales quotvis, (quo plures eo accuratius omnia fient,) atque arcus quolibet Tempore T à Cometa percurſus diſpertiatur in tot partes in quot T dividitur, tales ut harum partium ab ♈ computatarum ſimiles differentiæ ſint nihilo æquales atque ipſarum ♈ 1, ♈ 2, ♈ 3, ♈ 4 &c.; & eodem ordine progrediantur verſus eaſdem partes auctæ vel minutæ, utque harum una in medio ſita toties contineatur in integro arcu, quoties Tempus cui hic contingit in integro tempore continetur, quod in Calculo Aſtronomico verſanti perfacile erit: *ex. gr.* ſi datorum arcuum ♈ 1, ♈ 2, ♈ 3, ♈ 4 &c. differentiæ tertiæ deprehenſæ fuerint nihilo æquales, tum ab ♈ ad diviſiones ipſorum A, B, C &c. computatorum arcuum differentiæ tertiæ ſint etiam nihilo æquales; ſi illic differentiæ tantum quartæ æquentur nihilo, hic differentiæ quartæ etiam evaneſcant, & ita in cæteris; & puncta diviſionis arcuum erunt Loca Cometæ ad momenta Temporis analoga: Intermedii vero arcus poterunt tuto cenſeri à Cometa æquabiliter percurri.

Tab. XXXVII. Fig 7.

Etenim hoc modo fiet ut arcus quilibet 12, 23, 34 vel 45 percurratur à Cometa ſecundum eandem legem moto atque arcus totus 17: ex conſtructione enim prædictorum arcuum quilibet ejuſque pars quævis tot partes continens quot 17 arcus continet 12, 23, 34 &c. ſimiliter

Tab. XXXVII. Fig. 7.

ter dividitur atque ipſe arcus in punctis 2, 3, 4, 5, 6; & cum Tempora inter momenta, quibus Cometa ad puncta hæc appellit, ſint æqualia, ſicut & illa quibus arcus 12, 23, 34, 45 &c. deſcribuntur; patet Cometam ad inventa puncta appellere Temporibus notis congruis, ſiquidem Cometa eodem tenore movetur dum arcuum horum quemlibet deſcribit, quo movebatur dum arcus præcedentes & ſubſequentes deſcriberet, quod in motu quovis naturali obtinere patet. Notis vero Temporis momentis, quibus Cometa ad puncta cognita appellit, & ſuppoſito præterea Cometam intermedios parvos arcus æquabiliter percurrere, quod tuto fiet ſi hi arcus (ipſorum ſc. 12, 23, 34, 45 &c. partes) ſatis ſint parvi; hoc eſt, ſi T in ſatis multas partes diviſum ſupponatur; dato quolibet Tempore intermedio inter momenta quibus Cometa tenebat puncta 1 & 7, innoteſcet Locus quem Cometa tenet: Et viciſſim Tempus innoteſcet quando ad datum inter 1 & 7 Locum appellit.

SCHOLIUM.

Artifices communiter prædictum Tempus T conſtituunt Diem naturalem. Quod ſi Cometam obſervare non detur præciſe poſt 24 Horas elapſas, ejus Locum unâ alterâve Horâ ante vel poſt obſervatum reducunt ad finem Diei naturalis, ſupponendo motum interea factum eſſe æquabilem, quod in tantillo Temporis ſpatio errorem ſenſibilem inducere nequit. Diem naturalem, ſive Tempus per T in Prop. deſignatum, in hac praxi dividunt in partes quatuor ſive ſenas Horas, quod ſatis eſſe ducunt, niſi Cometæ motus ſit valde acceleratus vel retardatus, & exactiſſime ſit procedendum; in quo caſu illud (ſaltem ſenas iſtas Horas, in quibus invenitur datum Tempus ad quod Cometæ Locus eſt inveniendus) in Horas ſingulas diſpertiunt, tutoque tandem ſupponunt Cometæ motum Horâ unicâ factum eſſe æquabilem.

Acci-

Accidit plerumque quod, in exactissimis Cometæ Observationibus, Locorum à fixo initio computatorum differentiæ tertiæ, quæ in schemate per P, Q, R, S designantur, sint nihilo æquales, sive quod illorum differentiæ secundæ G, H, K, L, M, hoc est, ipsorum arcuum A, B, C, D, E, F differentiæ primæ sint invicem æquales: Ideoque arcum à Cometa spatio 24 Horarum percursum dividunt Artifices in 24, tales ut qui Horæ duodecimæ contingit arcus sit pars vigesima quarta arcûs spatio Diei naturalis à Cometa ex observatione percursi; sive potius (cum arcus hic non sit præcise in medio, sed una cum arcu Horæ sequenti congruo locum medium inter se partiantur) ut arcus bini Horis hisce binis contingentes simul sumpti partem efficiant duodecimam arcûs spatio diurno descripti, utque harum partium differentiæ primæ sint etiam invicem æquales, sive differentiæ secundæ nullæ, tandemque ut earum majores sint ad eandem plagam, respectu minorum, ad quam sunt in arcubus A, B, C, D, E, F, & cuique Horæ tribuunt eodem ordine unam ex dictis partibus. Sic enim fiet ut Cometa eodem tenore, similiterque acceleratus vel retardatus, describat arcum quemvis spatio unius Diei quo descripsit arcum 15 spatio quatuor Dierum: Nam quatuor tantum requiruntur Dierum invicem proximorum Observationes ut innotescat num arcuum 12, 23, 34, 45 differentiæ primæ sint invicem æquales. Et si Tempus propositum intra alios quaternos Dies cadat, rursus investigant quænam differentiæ invicem æquentur, & similiter procedunt atque prius.

Tab. XXXVII. Fig. 7.

Non solum modus hic adhibetur ut Cometæ Locus in Via sua apparente ad datum Tempus intermedium determinetur, sed etiam (diviso motu Cometæ ut communiter fit in Longitudinem & Latitudinem, Ascensionem rectam & Declinationem, vel ejusmodi alias) ut ex observatis aliquot ejus Locis secundum harum utramvis inveniatur illius

lius Locus ſecundum eandem , ad Tempus intermedium datum : etenim hic ſupponitur tantum quod Cometæ motus, ſecundum quamvis directionem conſideratus, eodem tenore progreditur quovis Die uno, quo in pluribus ante & poſt illum Diebus.

Hæc Methodus per differentias procedendi etiam in aliis pluribus (*ex. gr.* Tabulis ad minores diviſiones ſupputandis) uſus habet inſignes, de quibus fuſe actum à R. P. *Gabriele Mouton Lugdunenſi*, qui hujuſmodi interpolationes perficere docet in Libro *De Obſervationibus Diametrorum Solis & Lunæ apparentium.*

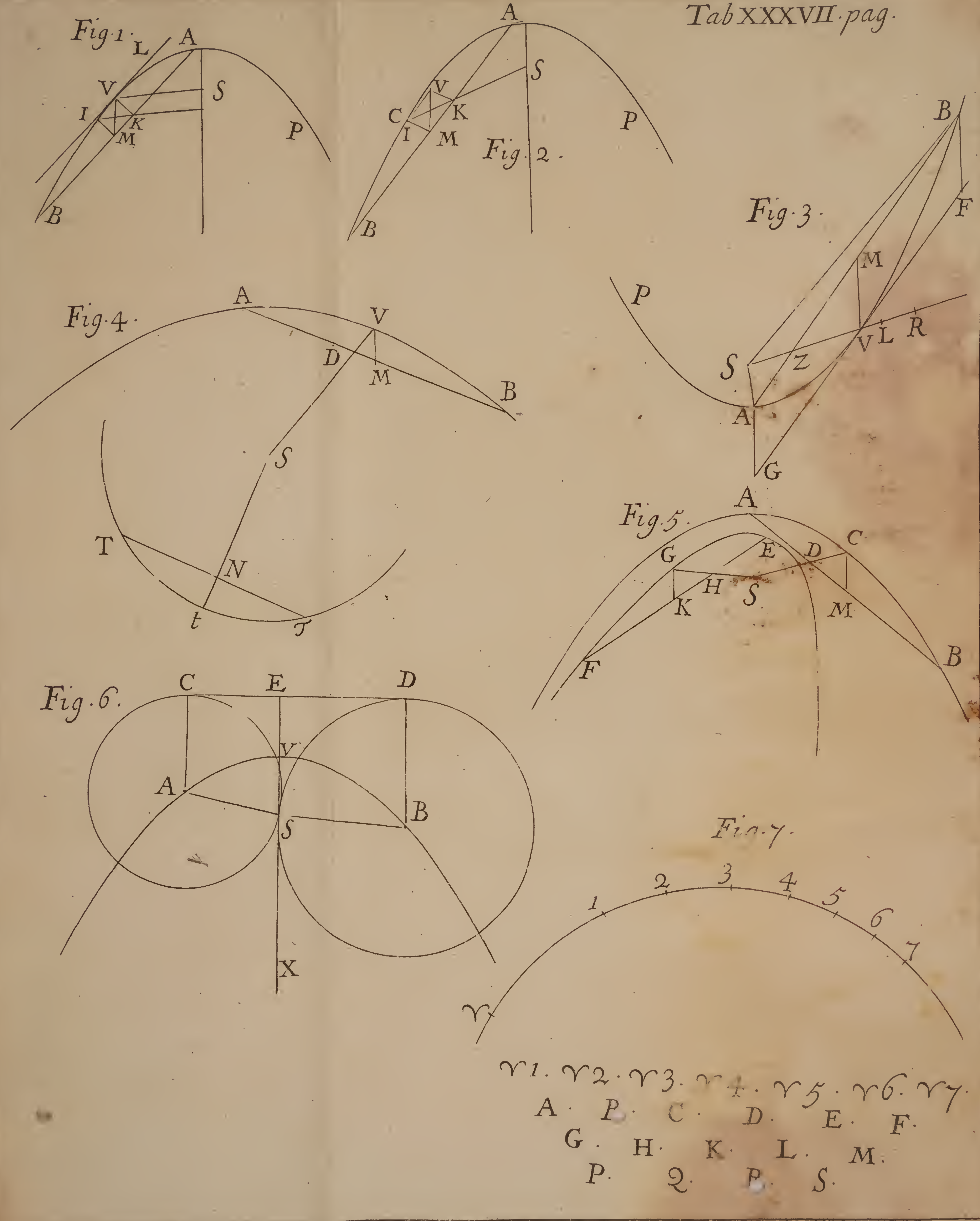
PROPOSITIO XXVI.

Cometæ in Parabola moti Trajectoriam ex obſervationibus determinare.

T. XXXVIII Fig. 1.

DEſignet S Solem, T t τ Orbitam Telluris: ſeligantur tres Cometæ Obſervationes æqualibus fere temporum intervallis ab invicem diſtantes, ita tamen ut tempus iſtud ſit paulo majus ubi Cometa tardius movetur: ſintque puncta T, t & τ Loca Terræ ad dicta tempora; hoc eſt, T Locus Terræ in Obſervatione prima, t ejus Locus in Obſervatione ſecunda, & τ in tertia. Quod ſi tales Obſervationes non dentur, inveniendus eſt (per Prop. XXV.) Cometæ Locus ad tempus in dictis conditionibus cum aliis duobus temporibus quibus Loca congrua ſunt obſervata. Jungatur Tτ, ad quam ex t demittatur normalis tN: Sint rectæ TA, tC, τB tres obſervatæ Longitudines; dantur igitur poſitione tres hæ rectæ. In harum media tC capiatur utcunque punctum C pro veſtigio Cometæ in plano Eclipticæ: Ex C ad Eclipticæ planum erigatur normalis recta Cγ æqualis tangenti notæ Latitudinis Cometæ in Obſervatione ſecunda, poſito tC radio: Jungantur γS, CS, in quarum ultima verſus S ſumatur CD quæ ſit ad tN notam (quippe noti arcûs Tt ſinum verſum) ut ſolidum

Tab XXXVII. pag.



lidum, cujus basis est quadratum ipsius st & altitudo sc recta, ad cubum rectæ $s\gamma$: Per punctum D agatur (per Prop. VIII.) recta ADB ipsis TA, τB occurrens in A & B, ita ut AD sit ad DB ut tempus inter Observationem primam & secundam ad tempus inter secundam & tertiam; & erunt A & B quamproxime vestigia Cometæ in plano Eclipticæ in Observatione prima & tertia, si modo punctum C recte assumptum sit ejus Locus in Observatione secunda. Quoniam ex hypothesi C est vestigium Cometæ in plano Eclipticæ in Observatione secunda, & $C\gamma$ tangens Latitudinis observatæ ex t ad radium tC; patet punctum γ esse Cometæ Locum in spatio Mundano, & γS distantiam Cometæ à Sole in Observatione secunda. Per D ducatur $D\delta$ ad $C\gamma$ parallela, quæ (per *Prop.* VIII. *El.* XI.) normalis est ad Eclipticæ planum & in plano trianguli $SC\gamma$ invenitur: occurrat hæc ipsi $S\gamma$ in δ. Ratio rectæ $\gamma\delta$ ad rectam tN componitur ex ratione $\gamma\delta$ ad CD & ratione CD ad tN: Sed (per *Prop.* II. *El.* VI.) $\gamma\delta$ est ad CD ut γS ad CS, & CD est ad tN ut $Stq \times SC$ ad cubum rectæ $S\gamma$; unde $\gamma\delta$ est ad tN in ratione composita ex ratione $S\gamma$ ad CS & ratione $Stq \times SC$ ad cubum rectæ $S\gamma$: & ratio ex binis istis composita eadem est cum ratione Stq ad $S\gamma q$; & igitur $\gamma\delta$ est ad tN ut Stq ad $S\gamma q$. Sed (per Corol. I. Prop. XXV. Lib. I.) tN est proxime spatium per quod Terra è quiete demissa vi suæ gravitatis decideret versus Solem dum dimidium arcûs Tτ describit, si eâdem ubique gravitate acceleratrice uniformiter continuatâ urgeretur quâ in loco t urgetur; quippe tN est proxime æqualis quadrato arcûs Tt ad Orbis magni Diametrum applicato: Et ex Lib. I. gravitas acceleratrix versus Solem in loco t est ad gravitatem acceleratricem versus eundem in loco γ ut $S\gamma q$ ad Stq, nempe in reciproca duplicata ratione distantiarum à Sole; spatiaque eodem tem-

Tab. XXXVIII. Fig. 1.

T. XXXVIII. Fig. 1. pore ; urgentibus illis viribus , deorſum verſus Solem percurſa ſunt in eadem ratione cum viribus ; & igitur recta $\gamma\delta$ eſt ſpatium per quod Cometa è quiete ex γ demiſſus verſus Solem decideret , ſemiſſe temporis quo Terra deſcribit arcum T τ , ſi eâdem ubique gravitate acceleratrice uniformiter continuatâ urgeretur quâ urgetur in loco γ ; ideoque $\gamma\delta$ erit proxime ſpatium quod Cometa caſu verſus Solem revera deſcriberet , ſemiſſe temporis quo Terra deſcribit Orbitæ ſuæ arcum T τ , hoc eſt, ſemiſſe temporis quo Cometa deſcribit Trajectoriæ ſuæ arcum interceptum inter duas Longitudines T A & τ B ; & igitur punctum δ eſt in arcûs iſtius chorda. Et ideo ſi tam arcûs Trajectoriæ prædicti $\alpha\gamma\beta$, inter binas extremas obſervatas Longitudines T A & τ B intercepti , quam puncti δ concipiantur veſtigia in plano demiſſione normalium ad Eclipticæ planum ſignata , nempe A C B & D ; erit punctum D in chorda arcûs A C B. Sed chorda arcûs A C B talis eſt (per Corol. 2. Prop. XVIII.) ut hæc ab S C dividatur fere in ratione temporum quibus Cometa ad Eclipticam reductus deſcribit arcus A C , C B ; & per conſtructionem in hac eadem ratione dividitur ducta A D B recta , eſtque hæc unica quæ in hiſce conditionibus duci poterit. Cum igitur oporteat chordam arcûs , qui eſt veſtigium portionis Trajectoriæ Cometicæ inter extremas Longitudines T A, τ B interceptæ, à rectis T A , τ B terminari, & per D tranſire, & in D dividi in ratione temporum binorum inter tres Obſervationes ; cumque recta A D B habeat omnes haſce tres conditiones , ſolaque ſit & unica quæ illis fruitur ; conſtat rectam A D B (ductam ut ſuperius) eſſe chordam dicti arcûs , adeoque puncta A & B eſſe proxime veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervationibus prima & tertia , ſi C ſit verum ejus veſtigium in Obſervatione ſecunda.

Fig. 2. Quoniam vero aſſumptum eſt punctum C vero non ſatis propinquum , & licet verum fuiſſet , tamen puncta A &

B

E inde deducta non sunt accurate satis definita; libet ex hisce præterpropter determinatis omnia demum corrigere. In quem finem in schemate sequenti (ubi eadem constructio manere intelligitur, omissis tantum iis quæ ad demonstranda superius posita fuere necessaria, in posterum vero confusionem parerent) ad M medium punctum rectæ A B ipsi A B erigatur normalis M I, cui occurrat in I recta C I, acta per C ipsi B A parallela; jungatur S I secans A B in K, & compleatur parallelogrammum M I V K, & sumatur M Q tripla ipsius M K: Jungatur Q S & producatur ad E donec Q E sit æqualis 3 Q S + 3 I K. Puncto E determinato, deleta intelligantur signa (sive literæ) A, M, D & B; jungatur C E, in qua versus E sumatur nova C D in duplicata ratione rectæ S C ad rectam æqualem ipsi S V + $\frac{1}{3}$ I K, & per punctum D noviter inventum (ope Prop. VIII.) ducatur nova A B ad T A & τ B terminata, talis ut A D sit ad D B ut tempus inter Observationem primam & secundam ad tempus inter Observationem secundam & tertiam: Erunt puncta A & B magis accurate quam prius vestigia Cometæ in plano Eclipticæ in Observationibus prima & tertia, si punctum C recte assumptum sit ejus vestigium in Observatione secunda. Concipiantur demissa à singulis Trajectoriæ Cometicæ punctis perpendicula ad planum Eclipticæ, sive (quod eodem redit) intelligatur super planum Eclipticæ normaliter erecta superficies cylindrica per Cometæ Trajectoriam transiens; punctis à dictis perpendiculis signatis in Eclipticæ plano conficietur (sive communis sectio dictæ superficiei cylindricæ cum plano Eclipticæ erit) Curva Parabolica A C B cujus focus S, vel ab hac parum abludens: hujus arcûs A C B inter rectas T A, τ B comprehensi chorda (ex supra ostensis) est quamproxime recta A B prius ducta, cujus medium punctum M. Cumque in dicto arcu sumptum sit punctum C non procul à segmenti A C B vertice, (nam in hunc finem capta sunt tria Observatio-

T. XXXVIII. Fig. 2.

T. XXXVIII Fig. 2. num tempora, æqualibus fere intervallis ab invicem distantia, ita tamen ut tempus istud sit paulo majus ubi Cometa tardius movetur,) ductaque sit recta ad B A parallela cum normali ad A B ex M excitata concurrens in I, & juncta sit S I secans A B in K, completumque parallelogrammum I M K V; cumque porro, ob immensam Solis distantiam, punctorum M & V distantia præ illa evanescat, hoc est, coeant dicta puncta; (per Corol. Prop. XIX.) V est vertex segmenti A C B. Si jungatur V S secans chordam in Y, erit (ob immensam puncti S distantiam) V Y fere parallela ad I K, adeoque K Y æqualis I V, & ideo ipsi M K: Sed ex constructione est M Q tripla ipsius M K, unde & ipsius K Y tripla est, adeoque & reliquæ Y Q etiam tripla; & igitur (per Corol. 2. Prop. XVIII.) juncta Q S talis est qualis Q S in Prop. XVIII. ejusque Corollariis, hoc est, in Q S producta ad partes S reperitur punctum E, à quo ducta quævis recta, chordam A B arcumque A C B secans, chordam secat in segmenta eandem habentia rationem cum temporibus, quibus adjacentes arcus à Cometa describuntur. Porro, ex constructione est Q E æqualis 3 Q S + 3 I K, & I K æqualis M V; (sunt utique diametri ejusdem parallelogrammi rectanguli;) unde Q E æqualis est 3 Q S + 3 M V. Et igitur (per Corol. 3. Prop. XVIII.) punctum E supra determinatum illud ipsum est, ex quo ducta utcunque recta chordam A B dividit in segmenta eandem habentia rationem, quam tempora quibus arcûs A B binæ partes ab eadem recta producta notatæ à Cometa describuntur, quod prius perperam (licet non nimis erronee) de ipso foco S supposuimus. Deletâ igitur (ad vitandam confusionem) priore C D versus S ductâ, acta est nova versus E, quæ est ad priorem ut quadratum ipsius S C ad quadratum ipsius S V + $\frac{1}{3}$ I K, hoc est (propter æquales I K & M V) ad quadratum ipsius S V + $\frac{1}{3}$ M V, & S C est quamproxime æqualis S V: Quare nova C D est ad priorem C D ut quadratum ab S V ad quadratum descriptum ab S L, positâ

positâ v l triente ipsius m v sive i k, ut in constructione Prop. xx & xxi. Sed (ex Prop. xlii. Lib. i.) gravitas acceleratrix versus Solem in loco l est ad gravitatem acceleratricem versus eundem in loco c (vel v) ut quadratum ab s c (vel s v) ad quadratum ab s l: Et ut gravitates acceleratrices versus Solem in distantiis diversis, ita sunt (manentibus dictis viribus) spatia eodem quocunque tempore cadendo versus Solem percursa; & igitur nova c d est ad priorem c d ut spatium cadendo percursum versus Solem, urgente vi acceleratrice quæ in loco l urget, semisse temporis quo Cometa describit arcum inter longitudines τ a & τ b interceptum, ad spatium eodem tempore cadendo percursum versus Solem, urgente vi acceleratrice quæ in loco c urget. Sed hujus analogiæ consequentes æquantur, æquantur igitur & antecedentes; hoc est, noviter ducta c d æquatur spatio à grave cadente versus Solem percurso, semisse temporis quo Cometa arcum a c b in Ecliptica describit, urgente gravitate acceleratrice, quæ in distantia s l à Sole obtinet, uniformiter continuatâ. Sed (per Prop. xxi.) spatium per quod corpus versus Solem decidit, semisse temporis quo Cometa arcum a v b describit (consideramus enim nunc motum Cometæ tanquam in Eclipticæ plano factum, loco Trajectoriæ Cometicæ ejus vestigium in plano Eclipticæ intuentes) cum urgetur ab uniformiter continuata gravitate acceleratrice versus Solem quæ in loco l obtinet, æquale est v y segmento rectæ v s inter verticem v & chordam a b intercepto; adeoque quamproxime æquale ipsius c e segmento c d inter punctum c (ipsi v proximum) & chordam a b intercepto. Unde punctum d est in chorda a b multo accuratius quam antea; hoc est, chorda arcûs, qui est vestigium in plano Eclipticæ portionis Trajectoriæ Cometicæ inter Longitudines τ a & τ b interceptæ, per punctum d ultimo determinatum quamproxime transit. Porro (per Prop.

Ta. XXXVII. Fig. 2.

Tab XXXVIII. Fig. 2.

XVIII.) chorda prædicta per D traducta eum inter T A τ B situm obtinere debet, ut A D sit ad D B sicut tempus quo Cometa describit Eclipticæ arcum inter Longitudines T A & *t* C ad tempus quo arcum inter *t* C & τ B interjectum describit: Sed A B ita (ope Prop. VIII.) acta est per D, ut A D sit ad D B in eadem illa ratione, nempe sicut tempus inter Observationem primam & secundam ad tempus inter Observationem secundam & tertiam; rite igitur acta est A B & uti oportet, nimirum per D transiens, & divisa in D uti dictum. Et ideo, posito punctum C recte fuisse assumptum pro Cometæ vestigio in Observatione secunda, puncta A & B sunt ejusdem vestigia quamproxime in Observationibus prima & tertia.

Tab. XXXIX. Fig. 1.

Restat nunc ut dignoscatur an punctum C in media Longitudine fuerit recte assumptum Cometæ vestigium; quod si non fuerit, ut error hinc ortus corrigatur, reliquis quæ hactenus recte sunt facta manentibus. Deleto priore parallelogrammo I M K V ad priorem minusque accuratam chordam A B constituto, constituatur alterum ad posteriorem & accuratiorem A B, eâdem adhibitâ constructione atque prius. Ad A, M & B erigantur ad A B normales A α, M μ & B β, quarum A α sit tangens notæ Latitudinis in Observatione prima ad radium T A, & B β tangens Latitudinis in Observatione tertia ad radium τ B: Jungatur $\alpha\beta$, cui occurrat M μ in μ. Si erigatur trapezium A B $\beta\alpha$ normaliter ad planum Eclipticæ, manente rectâ A B, sunt (ut prius ostensum) puncta α & β Loca Cometæ in spatio Mundano, si punctum C sit ejus vestigium in plano Eclipticæ in Observatione secunda, & planum transiens per tria puncta S, α & β est planum Trajectoriæ Cometicæ: Ideoque recta $\alpha\beta$ est chorda arcûs Trajectoriæ Parabolicæ à Cometa percursæ inter Observationem primam & tertiam, & S α, S β sunt distantiæ Cometæ à Sole in Observatione

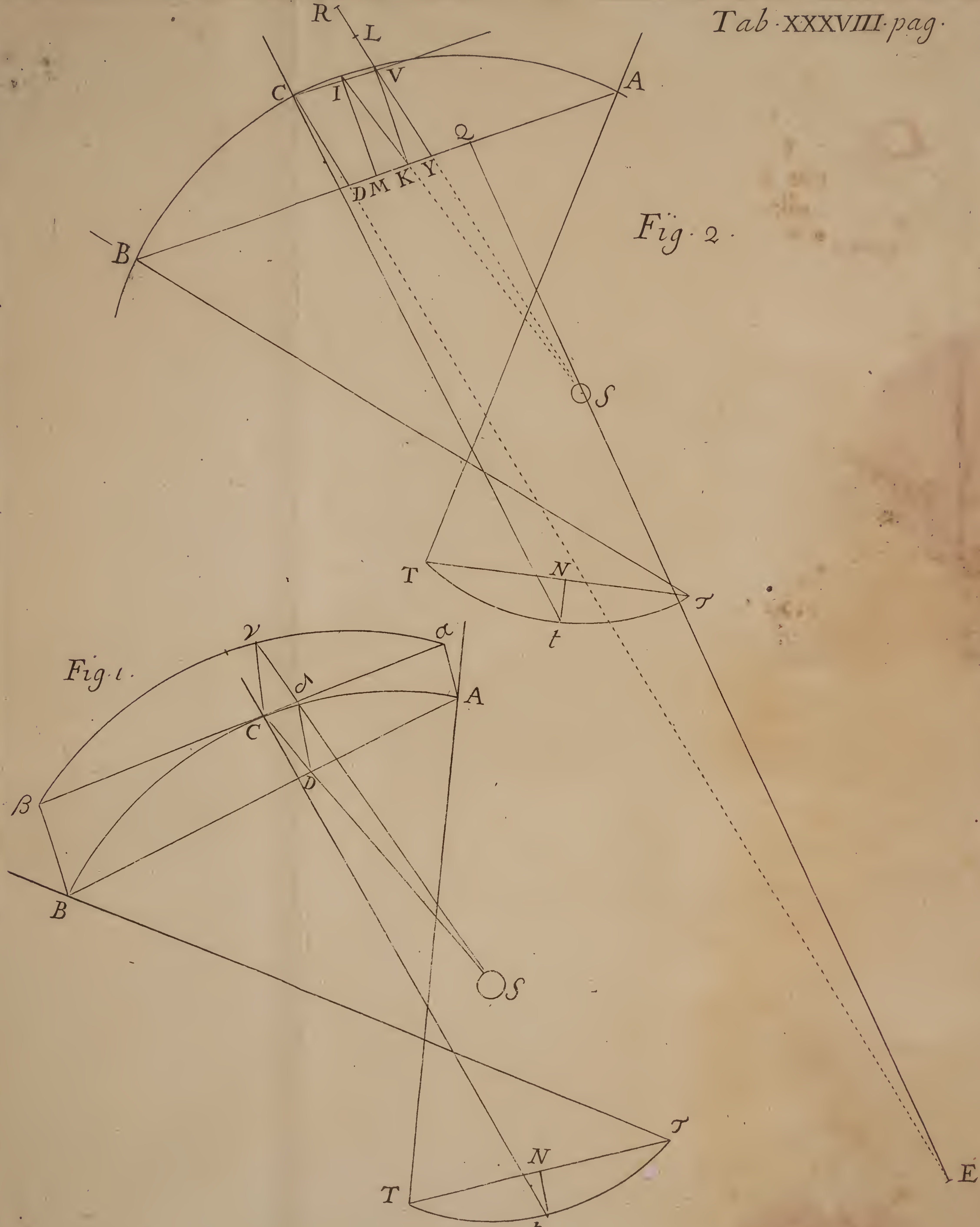


Fig. 2.

Fig. 1.

tione prima & tertia respective; hoc est, distantia vera cujusvis puncti Trajectoriæ Cometicæ à Sole est hypothenusa trianguli rectanguli, cujus alterum latus est distantia à Sole vestigii illius puncti in plano Eclipticæ, alterum vero perpendiculum ex isto vestigio normaliter ad planum Eclipticæ excitatum & ad punctum Trajectoriæ terminatum. Cum quædam ex istis perpendiculis sint longiora ut B β, quædam breviora ut A α, sumatur medium inter hæcce, sc. hic M μ; & universaliter loquendo distantia cujusvis puncti Trajectoriæ Cometicæ à Sole erit proxime hypothenusa trianguli rectanguli, cujus alterum latus est distantia analogi puncti in vestigio Trajectoriæ descripto, & alterum ipsa recta M μ. Quo posito, in M A (eave producta) sumatur M H æqualis S V $+ \frac{2}{3}$ I K, hoc est, æqualis S R, positâ L R æquali L V, & jungatur H μ; erit hæc quamproxime æqualis puncti Trajectoriæ (cujus V est vestigium) distantiæ à Sole auctæ besse rectæ interjectæ inter punctum istud & chordam arcûs Trajectoriæ, ipsam sc. $\alpha\beta$ in erecto trapezio A B β α; id est, recta H μ æqualis est rectæ in plano Trajectoriæ Cometæ, analogæ ipsi S R in ejus vestigio in plano Eclipticæ; hoc est, H μ æqualis est rectæ S R in Parabola Prop. XX. Per Corol. Prop. XVII. conferatur velocitas Cometæ, dum in Parabolica sua Trajectoria movetur ad distantiam à Sole æqualem rectæ H μ, cum velocitate Telluris circa Solem, & definiatur linea quam Cometa dicta cum velocitate æquabiliter motus percurreret toto tempore quo Tellus arcum T t τ describit, sive toto tempore quo Cometa arcum A C B in Ecliptica percurrit, in partibus arcûs T t τ à Tellure interim percursi; quod facillime fit modo sequenti: Calculo subducatur longitudo arcûs T t τ à Tellure descripti inter Observationem primam & tertiam, posito quovis numero rotundo pro mediocri distantia Terræ à Sole; longitudo (puta Z) quæ

Tab. XXXIX. Fig. 1.

Tab. XXXIX. Fig. 1. quæ eſt ad hunc arcum in ſubduplicata ratione Diametri Orbis magni ad rectam notam H μ, quæque proinde datur, eſt ipſa longitudo quæſita, nempe quam Cometa æquabiliter latus ea cum velocitate quam Trajectoriam ſuam Parabolicam deſcribens habet ad diſtantiam à Sole æqualem ipſi H μ percurreret tempore, quo Cometa arcum cujus chorda $\alpha\beta$ revera percurrit: Nam (per Prop. XVII.) velocitas Cometæ ad dictam diſtantiam H μ eſt ad velocitatem Telluris in ratione ſupradicta. Sed (per Prop. XX.) dicta longitudo Z æqualis eſt chordæ arcûs quem Cometa revera iſto tempore deſcribit; igitur ſi deprehendatur Z æqualis chordæ $\alpha\beta$, certiſſimum eſt indicium punctum C in Longitudine ſecundo obſervata recte fuiſſe aſſumptum pro veſtigio Cometæ; adeoque A, C & B eſſe tria Loca ſive veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ.

Fig. 2. Quod ſi Z non deprehenſa fuerit æqualis rectæ $\alpha\beta$; hoc eſt, ſi punctum C non ſit recte aſſumptum in t C Longitudine ſecundo obſervata; capiantur in $\alpha\beta$ (eave producta ſi opus ſit) $\alpha\varphi$, B π æquales ipſi Z, capiantur etiam A F, B P æquales $\alpha\varphi$, B π, ita ut F & φ ad eaſdem partes rectæ A α, item P & π ad eaſdem partes rectæ B β jaceant. Præterea eâdem methodo, quâ ex aſſumpto puncto C inventa ſunt puncta A, B, D, F, P, ex aſſumptis aliis punctis 2 C & 3 C inveniantur nova 2 A, 2 B, 2 D, 2 F, 2 P & 3 A, 3 B, 3 D, 3 F, 3 P, ut in ſchemate annexo, ubi iiſdem manentibus iiſdemque literis notatis atque ſupra, ea tantum omittuntur de quibus poſtea non eſt ſermo. Quod ſi Z minor fuerit quam $\alpha\beta$, aut A F vel B P minor quam A B (ut in annexo ſchemate accidit) punctum 2 C ſumendum erit ipſi σ puncto (in quo T A & τ B concurrunt) propius; & ita porro, ita ut ſaltem 3 A 3 F major fiat quam 3 A 3 B: Si vero è contra A F major fuerit quam A B, ſumenda erit t 2 C major

jor quam *t* C; atque ita porro, ita ut saltem 3 A 3 F minor fiat quam 3 A 3 B. Per puncta F, 2 F & 3 F describatur circulus, qui rectam *τ* B secabit inter B & 3 B, puta in O, si puncta nova 2 C, 3 C sumpta fuerint secundum prius tradita. Similiter, per puncta P, 2 P & 3 P describatur circulus rectam T A in X intersecans; erunt puncta O & X Loca Cometæ ad Eclipticam reducta sive Cometæ vestigia in Observatione prima & tertia. Nam supra fuit demonstratum puncta A & B esse vestigia Cometæ in plano Eclipticæ in Observatione prima & tertia, si C sit ejusdem vestigium in Observatione secunda: idemque similiter obtinet in 2 A, 2 B & 2 C; item in 3 A, 3 B & 3 C. Demonstratum quoque est C esse revera vestigium Cometæ in Observatione secunda, si Z æqualis sit $\alpha\beta$; hoc est, si rectarum A F & B P quælibet sit æqualis ipsi A B; hoc est demum, si puncta B & F coincidant, item A & P. Et igitur si, reliquis manentibus, puncta B & F coincidant, tale B erit vestigium Cometæ in Observatione tertia: Similiter coincidentibus A & P, erit tale A ejusdem vestigium in Observatione prima. Ad quam coincidentiam conciliandam per tria puncta legitime reperta F, 2 F & 3 F traductus est circulus, hoc est, linea simplicissima per tria puncta transiens, rectam *τ* B in O intersecans. Cum igitur punctum O sit tam in loco punctorum B, nempe rectæ *τ* B, quam in loco punctorum F, nempe circulo; quando punctum B reperitur in O, punctum F in illo etiam reperietur, hoc est, in isto casu puncta B & F coincident; & ideo punctum O est verum Cometæ vestigium in plano Eclipticæ in Observatione tertia, quippe cui conveniunt omnes conditiones requisitæ. Similiter & ob easdem rationes, punctum X est verum Cometæ vestigium in Observatione prima. Igitur si ex puncto O ad planum hujus schematis, Eclipticæ planum referens, erigatur perpendicularis recta O ω, æqualis tangenti notæ Latitudinis in Observatione tertia ad radium *τ* O; erit ω

Tab. XXXIX Fig. 2.

T. XXXIX. Fig. 2. Cometæ Locus verus in sua Trajectoria. Similiter; x ξ perpendicularis ad planum Eclipticæ ad punctum x excitata, æqualis tangenti Latitudinis in Observatione prima ad radium T X, ostendet punctum ξ alterum Cometæ Locum in propria Trajectoria. Foco s per puncta ω & ξ (per Prop. XXIV.) describatur Parabola; erit hæc Cometæ Trajectoria quæsita. Quoniam vero duæ sunt Parabolæ foco s descriptæ, per puncta bina ω & ξ transeuntes, utra ex hisce sit nostri Cometæ Trajectoria, patebit ex alia quavis Cometæ Observatione: Locus enim ejus ex altera harum Parabolarum deductus Loco observato conveniet, ex altera vero nequaquam. Ex Observationibus igitur determinavimus Trajectoriam Cometæ in Parabola moti. Q. E. F.

Licebit etiam in T A vel in τ B puncta ad libitum eligere sicut in t C hic factum, & puncta in reliquis duabus hinc resultantia similiter tractare atque puncta in T A, τ B superius tractata sunt.

In præcedente investigatione, sive Arithmetica sive Graphica sive ex utraque composita, nulla habita est ratio Parallaxis menstruæ Solis exinde oriundæ quod non Terræ centrum sed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ in Orbe magno feratur; hæc namque menstrua Solis parallaxis, triplo major quam diurna, sensibilis est in quorundam Cometarum Orbitis definiendis: Observata igitur Cometæ Loca per hanc corrigantur.

Si Elliptica Orbita Cometæ melius congruere deprehendatur, illa sic describetur: Reperiatur vestigium Cometæ in plano Eclipticæ in Observatione secunda; erit utique illud eodem ordine situque inter puncta C, 2 C, 3 C quo punctum O inter B, 2 B, 3 B, vel quo X inter A, 2 A, 3 A: ex vestigio sic invento excitetur perpendicularis ad planum Eclipticæ, quæ est tangens Latitudinis in Observatione secunda ad radium æqualem distantiæ inter t dictumque vestigium; erit dicti perpendiculi

culi extremum punctum in sublimi Locus Cometæ in propria Trajectoria secundo observatus. Foco s, per puncta ω, ξ & punctum mox inventum descripta (per Prop. XXIX. Lib. III.) Ellipsis erit Cometæ Orbita quæsita. *T. XXXIX. Fig. 2.*

S C H O L I U M.

Methodus supra adhibita ad punctum o vel x determinandum universalis est, & insignis usûs in plerisque Physicis approximandis. Convenit plerumque tria puncta, ut hic A, 2 A & 3 A, ex tribus assumptis c, 2 c & 3 c secundum artem reperta, ita esse posita ut punctum quæsitum inter illorum extrema A & 3 A jaceat, (quæ est ratio cur è tribus punctis P unum ex altera parte correspondentis puncti A collocatum volumus:) sic enim certius & proximius determinabitur quæsitum punctum per intersectionem circuli cum recta A 2 A in qua illud necessario versatur, quam si quæsito existente ultra A & 3 A illud determinandum veniat per intersectionem rectæ cum circulo ultra puncta A & 3 P; ob similem prorsus rationem atque ex observatis aliquot Cometæ (alteriusve cujusvis secundum quamvis regulam moti) Locis ejusdem Locus & Tempus intermedium quodvis certius definitur, quam ad Tempus aliquod ante primam Observationem aut post ultimam.

Aliquando suffecerit, in hujusmodi investigationibus, duo puncta qualia sunt P & 2 P determinare, (si nimirum horum utrumque à vero non procul absit,) & illa rectâ conjungere, cujus intersectio cum altera A 2 A verum punctum quæsitum determinabit. Atque hic rursus puncta P & 2 P ad contrarias puncti quæsiti partes jacere commodum erit.

PROPOSITIO XXVII.

Punctum determinare quod primâ, secundâ & tertiâ vice pro Cometæ vestigio in plano Eclipticæ assumere commodissimum erit.

PRoblema præcedens universaliter constructum est: Verum in praxi non quælibet puncta C, 2 C pro vestigio Cometæ in Observatione secunda commode assumuntur, sed veris proxima eligenda, si illa præterpropter internoscere quovis modo concessum fuerit. Hoc autem ope Prop. XII. fiet per quatuor Cometæ Observationes. Ducta etenim recta, cujus partes tres inter quatuor rectas positione datas interceptæ eam habeant rationem quam temporis intervalla tria inter quatuor Observationes interjecta, non multum diversa erit à Trajectoriæ Parabolicæ portione à Cometa tum percursa. Adeoque hujus intersectio cum recta, Longitudinem in Observatione secunda referente, aptissime pro vestigio Cometæ in ista Observatione secunda assumetur.

Tab. XL. Fig. 1. Quod si angulus innotescat præterpropter, quem vestigium Orbitæ Cometæ continet cum recta Terram & Cometam in Observatione secunda conjungente, sive huic (per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *Conic.*) æqualis A δ *t*, quem chorda A B continet cum *t* C recta, quod fiet vel ope Prop. IX. vel accuratius per Schol. Prop. XIII; tum punctum C primo assumendum hoc modo determinabitur: Ducatur recta A B ad rectas positione datas T A, T B utrinque terminata, rectam *t* C etiam positione datam in angulo æquali dato ad δ intersecans; quæ sit ad $\sqrt{2} \times$ T τ chordam (hoc est, proxime ad $\frac{7}{5}$ T τ) in subduplicata ratione S *t* ad S δ; & agatur per S recta S D C, cujus pars D C à cruribus anguli A δ C interjecta æquetur rectæ *t* N, quod est Veterum Problema universale de *Inclinationibus*, conficiturque per eorum Methodum,

Fig. 2.

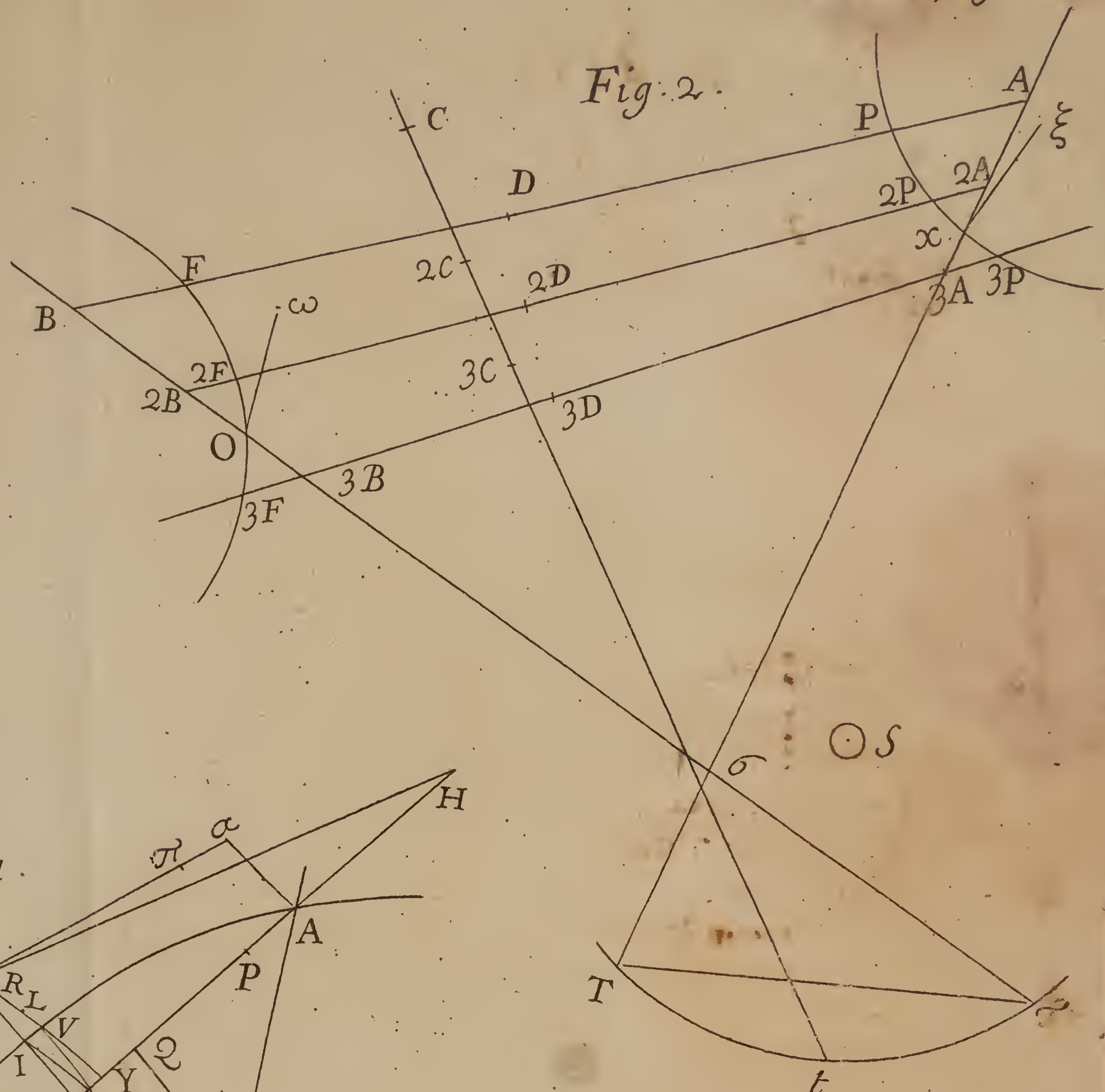
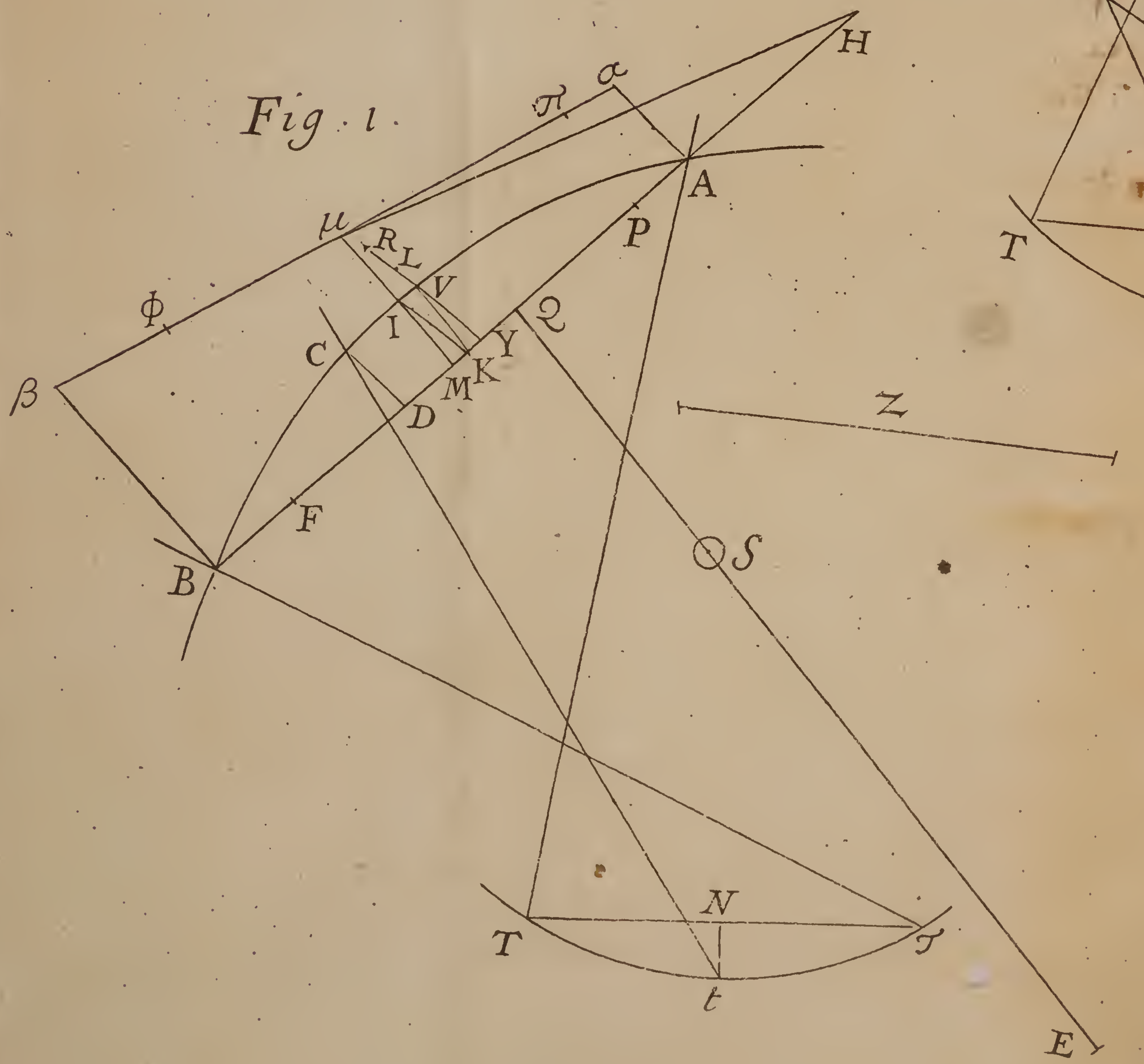

A
ξ
P
C
D
2A
2P
x
2C
2D
3A
3P
F
B
ω
2F
2B
3C
3D
O
3B
3F
σ
☉S
T
t

Fig. 1.


H
α
π
A
μ
R
L
P
V
Φ
I
Y
Q
C
M
K
D
β
Z
F
☉S
B
N
T
t
E

dum, vel per §. VII. *Lect. Optic.* V. aut §. III. *Lect. Geom.* VI. *Barrovii* : Punctum C sic determinatum est illud ipsum quod commode primâ vice usurpatur pro vestigio Cometæ in plano Eclipticæ. Ponatur C esse vestigium Cometæ in plano Eclipticæ, & arcum Parabolicum per A, B & C transeuntem esse vestigium arcûs Trajectoriæ inter Observationem primam & tertiam descripti: Quoniam igitur in hypothesi quod gravitas acceleratrix versus Solem eadem sit vel æqualis in distantia Telluris à Sole atque in distantia Cometæ ab eodem, (hoc est, in hypothesi gravitatis quam *Galilæus* fovit, quæque à vero non multum abest,) C D & *t* N sunt æquales; quippe spatia cadendo versus Solem eodem tempore percursa à Cometa & à Tellure, erit (per Prop. XXII.) A B chorda Parabolæ ad $\sqrt{2} \times T\tau$ chordam circuli, cujus centrum cum foco Parabolæ congruit, in subduplicata ratione rectæ S *t* ad S D rectam. Sed facta est A B ad $\sqrt{2} \times T\tau$ in subduplicata ratione S *t* ad S *d*, & etiam A B secat rectam *t* C in angulo debito, & porro C D æqualis est ipsi *t* N: Recta igitur A B habet proxime omnes conditiones requisitas ut fiat chorda arcûs qui est vestigium Trajectoriæ Cometicæ interjectæ inter Longitudinem primam T A & tertiam τ B; punctumque proinde C habet omnes conditiones ut fiat proxime vestigium Cometæ in Observatione secunda. Recte igitur assumitur punctum C vestigium Cometæ (postea quidem corrigendum) in dicta Observatione secunda.

Tab. XX. Fig. 1.

Determinato puncto C primâ vice assumendo, quæ deinde assumuntur puncta (nempe 2 C & 3 C) non sunt absque consideratione assumenda; nec sufficit Prop. præc. data cautio, quod nempe punctum 2 C sumendum sit propius puncto σ cum linea Z minor est quam A B, & è contra: Sed cum eo tandem deveniendum sit, ut A B rite ducta æqualis sit congruæ Longitudini Z; in *t* C capiatur pun-

Fig. 2.

Tab. XL. Fig. 2. ctum 2 C, eâ lege ut diſtantia ♂ 2 C ſit ad diſtantiam ♂ C in ratione compoſita ex ratione Z ad A B & ratione ſubduplicata S C ad S 2 C. Cauſa, cur prior ratio componens adhibetur, manifeſta eſt ex prædictis: nam cum invenienda ſit A B quæ ſit congruæ Z æqualis, ſi illa hâc ſit major aut minor, minuenda erit aut augenda donec æquales fiant; forent autem æquales per ſolam priorem rationem componentem, ſi Z eſſet conſtans & invariabilis: cum vero pro diverſa A B diverſa perpetuo proveniat longitudo Z, ideo ſecunda componentium neceſſaria eſt. Conſtat autem (ex Prop. XXIII.) quod in Parabolis, arcuum A C B, 2 A 2 C 2 B, in quibus æquantur C D, 2 C 2 D ad focum tendentes inter verticem & chordam interceptæ, ipſæ chordæ ſunt in ſubduplicata ratione rectarum S C, S 2 C; & ſuperius eſt oſtenſum rectas C D, 2 C 2 D eſſe fere æquales, (ſpatia nempe per quæ Cometa cadendo verſus Solem in diverſis ab illo diſtantiis eodem tempore percurreret,) & etiam veſtigium Cometæ in Obſervatione ſecunda proximum eſſe vertici arcûs A C B, ſc. veſtigii portionis Trajectoriæ à Cometa inter Obſervationem primam & tertiam deſcriptæ. Sed & punctum 2 C hoc modo inventum non pro accurato Cometæ veſtigio in plano Eclipticæ venditatur, ſed pro fere vero & ab accurato non nimis remoto.

Eâdem methodo determinabitur punctum 3 C ex 2 C quo 2 C ex C, ſi tria puncta invenire libeat ut Prop. præc. factum; ſed hoc modo operando vix ultra ſecundam operationem neceſſe erit procedere Et recta conjungens bina puncta F & 2 F, ex aſſumptis C & 2 C per præc. determinata, ſecabit ♂ B in puncto O (cui propinqua admodum ſunt) accurato Cometæ veſtigio in Obſervatione tertia, rectaque P 2 P ſimiliter ipſam T A ſecabit in puncto X ejuſdem Cometæ veſtigio in Obſervatione prima, ut ſupra oſtenſum eſt oportere fieri cum C & 2 C ſunt punctis veris proxima. Determinatum igitur eſt punctum quod (in praxi

xi Prop. præc.) primâ, ſecundâ & tertiâ vice commodiſſime aſſumitur pro veſtigio Cometæ in plano Eclipticæ. Tab. XL. Fig. 2.

In punctis c & 2 c modo prædicto præterpropter determinandis, non raro in operationibus graphicis methodo tentativâ procedendum erit, ubi accuratior aut ſaltem plene Geometrica deficit; neque opus eſt Curvas minus parabiles, quibus in conſtructione opus eſſet, hic adhibere.

PROPOSITIO XXVIII.

Poſitionem Lineæ Nodorum Trajectoriæ Cometæ, Tempuſque quando Cometa Nodos tenet, determinare.

Iſdem manentibus & per eaſdem literas deſignatis atque in præcedentibus, rectæ o x, ω ξ producantur donec concurrunt in ☊: jungatur s o, s x, s ☊. Prius data erant omnia puncta s, o & x, adeoque trianguli s o x tam latera quam anguli; & proinde angulus s x ☊ illorum uni deinceps. Porro, ſi per ξ ducatur ξ *o* ad x o parallela, rectæ o ω occurrens in *o*, erunt triangula ω *o* ξ & ξ x ☊ æquiangula; adeoque cum ex notis lateribus *o* ξ (æquali o x) & *o* ω (differentia notarum rectarum ω o & ξ x) una cum angulo recto ω *o* ξ innoteſcunt reliqua latera & anguli, innoteſcent & anguli trianguli ξ x ☊. Sed datur in hoc triangulo latus unum x ξ; dabuntur igitur & reliqua, nempe x ☊ & ξ ☊. In triangulo deinde ☊ x s dantur latera x s, x ☊ cùm angulo interjecto s x ☊; non latebit igitur angulus x s ☊. Sed, ut prius dictum, datur poſitio rectæ s x, ſive angulus quem hæc facit cum T x, cujus poſitio eſt Obſervatione nota; (nam in triangulo x T s dantur latera T s & T x, & angulus x T s diſtantia inter Locum Solis cognitum Locumque Cometæ primo obſervatum, unde T x s innoteſcit;) & igitur poſitio rectæ ☊ s ☋ nota erit, ſive Nodorum Loca è Sole viſa. Quod ſi rectæ o ω, x ξ fuerint æquales, Nodorum Linea parallela eſt ad o x, ideoque poſitione cognita. Fig. 3.

Ad

Tab. XL. Fig. 4. Ad determinandum Tempus quo Cometa Nodum tenet, sit ω ξ Trajectoria Cometæ per Prop. XXVI. descripta per puncta ω & ξ, in cujus plano reperiuntur rectæ s ω, s ξ, sitque superius reperta Nodorum Linea ☊ s ☋ Trajectoriæ in ☊ & ☋ occurrens; erit (per Prop. XIV. Lib. I.) intervallum temporis inter Observationem primam & momentum quando Cometa ad Nodum ☊ appellit ad intervallum temporis inter Observationem primam & tertiam ut area ξ ☊ s ad aream ω ξ s: Sed arearum ξ ☊ s & ω ξ s ratio est nota; (quippe ipsæ areæ cognitæ sunt ex *Prop.* XXIV. *Archimed. de Quadrat. Parab.*) igitur & Tempus quo Cometa Nodum ☊ tenet. Pari modo innotescit Tempus quo Cometa ad Nodum alterum ☋ appellit. Q. E. F.

PROPOSITIO XXIX.

Fig. 5. *Inclinationem plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Eclipticæ determinare.*

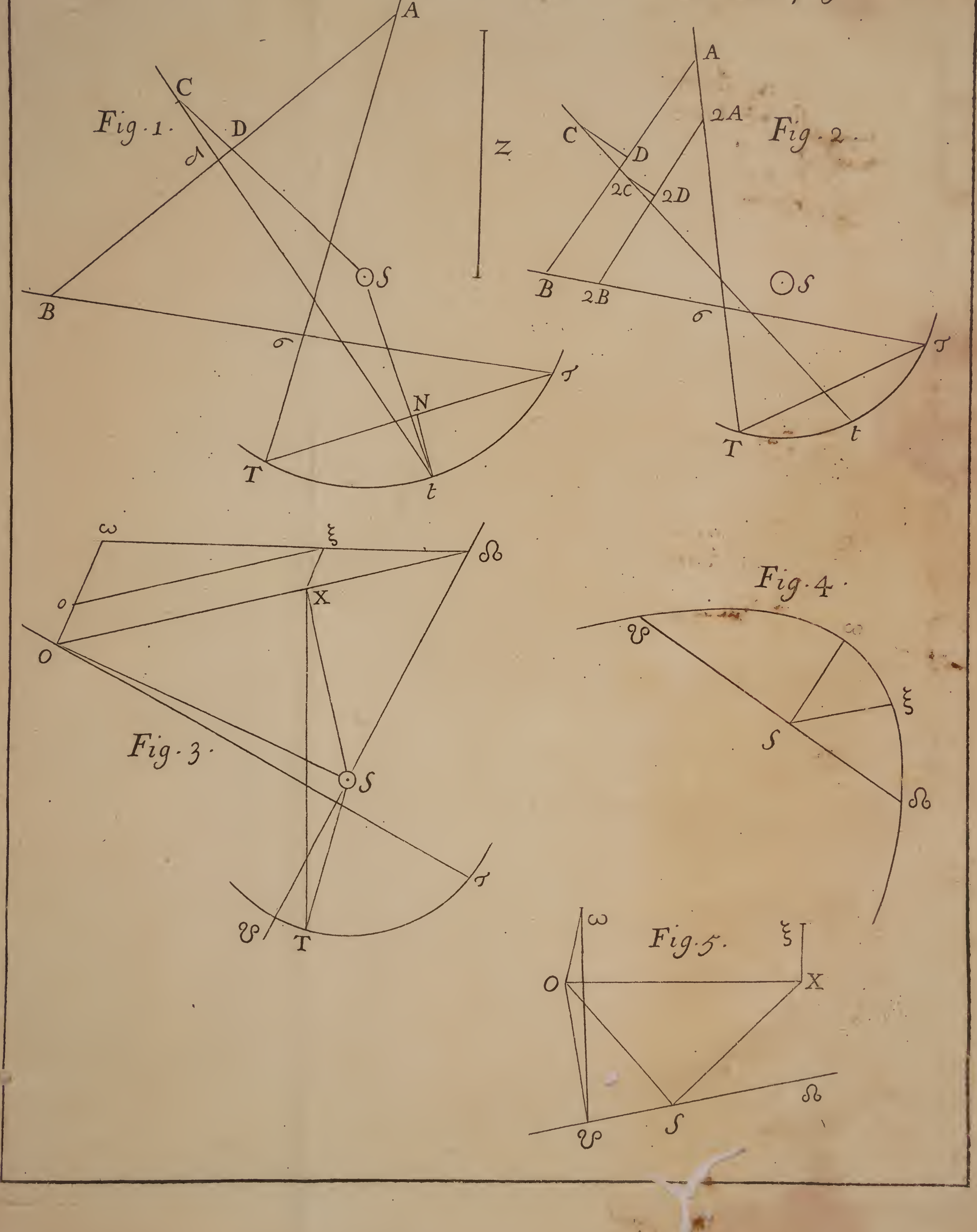
Isdem manentibus, ex puncto o ad ☋ s ☊ Nodorum Lineam ducatur perpendicularis o ☋, & jungatur ω ☋. In triangulo o s ☋ præter rectum ad ☋ dantur (ex Prop. præc.) angulus o s ☋ & latus o s; innotescit igitur o ☋. In triangulo deinde rectangulo ω o ☋ dantur latera circa rectum o ω & o ☋; & proinde notus erit angulus o ☋ ω, qui (per *Def.* 6. *El.* XI.) est Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ.

PROPOSITIO XXX.

Tab. XLI Fig. 1. *Trajectoriæ Cometæ Latus rectum principale, Perihelium, Tempusque quo Cometa in Perihelio versatur, determinare.*

Foco s per puncta ω & ξ describatur Trajectoria Cometæ per Prop. XXIV; centro s per horum alterutrum (puta ω) describatur circulus Trajectoriæ denuo in v occurrens;

Tab XL · pag ·



currens; jungatur ω v, ad quam ex s puncto demittatur perpendicularis s φ, quæ producatur donec Parabolæ occurrat in π; erit π Trajectoriæ Perihelium, & proinde ipsius s π quadrupla est ejusdem Latus rectum principale. *Tab. XLI. Fig. 1.*

Primum patet; nam cum focus s in Parabolæ axe reperiatur, circulus centro s descriptus Parabolam (si omnino) in duobus punctis secabit ab axe æqualiter remotis, & proinde intersectiones conjungens recta ω v erit axi normalis: unde s φ est axis, & π Parabolæ vertex sive Trajectoriæ Perihelium, & quadrupla s π parameter diametri cujus π est vertex, (hoc est, ipsius axis,) sive Latus rectum principale.

Capiatur Tempus cujus intervallum ab Observatione prima, cum Cometa esset in ξ, est ad intervallum Temporis inter Observationem primam & tertiam ut area ξ π s ad aream ω ξ s; eritque illud ipsum Tempus quo Cometa Perihelium tenet.

Casuum varietatem, quando nimirum Tempus quo Cometa Perihelium tenet est ante Observationem primam & quando post illam, Artificis judicio permittimus, sicut & innumera alia Problema hoc, de Cometæ Trajectoria ejusque partibus definiendis, attinentia.

SCHOLIUM.

Hinc etiam Cometæ Perigæum ejusque Tempus determinabitur: Nam cum detur Tempus (nempe quod interjicitur inter Observationem primam & tertiam) quo data area ξ ω s à Cometa radio ad Solem ducto describitur, dabitur area uno Die similiter descripta; cumque detur ξ Locus Cometæ in Observatione prima, dabuntur Loca Cometæ in propria Trajectoria ad Dies singulos. Sed & dantur Loca Telluris in Orbita sua ad eosdem, & (ex præcedentibus) situs mutuus inter Telluris Orbitam & Cometæ Trajectoriam; unde Locus ubi Cometa est Terræ pro-

ximus, hoc eſt, Cometæ Perigæum notabitur facile, & Tempus quo iſtud contingit.

PROPOSITIO XXXI.

Cometæ Trajectoriam per. Prop. XXVI. *inventam corrigere.*

Aſſumatur poſitio plani Trajectoriæ Cometæ Prop. XXVI. determinata, & ſeligantur tria Loca Cometæ exactiſſime obſervata, diverſa ab illis tribus ex quibus Trajectoria prius erat definita, & ab invicem quam maximè diſtantia: Commodum erit ut horum unum à Cometæ Perihelio non multum diſtet. Vocetur Tempus inter Obſervationum harum primam & tertiam interjectum s: Capiatur numerus c, qui ſit ad 1 ut Tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam: Ex his Locis apparentibus, calculo trigonometrico ad normam præcedentium, inveniantur Loca tria Cometæ in prædicto Trajectoriæ plano aſſumpto tanquam accuratiſſimo; hoc eſt, inveniantur tria prius definiti plani puncta in quibus Cometa eandem Longitudinem Latitudinemque haberet, quam revera habere deprehenditur; & (per Prop. XXIX. Lib. III, vel forſan per Prop. XXIV. Lib. V.) calculo determinetur Sectio Conica tranſiens per iſta tria puncta, cujus umbilicus congruit cum centro Solis, ejuſque areæ rectis ad Solem ductis & curvæ portionibus terminatæ determinentur, harumque proinde ratio: ſit nempe ejus area inter Obſervationem primam & ſecundam ad ejuſdem aream inter Obſervationem ſecundam & tertiam ut G ad 1; & eadem erit ratio inter Tempora quibus areæ hæ radio ad Solem ducto deſcriberentur à Cometa. Porro, ex cognita ſemitæ hujus ejuſque partium omnium magnitudine, reſpectu ſemitæ Telluris ejuſque partium, cognoſcitur (ex Prop. XLI. Lib. I.) velocitas quâ Cometa illam deſcribit; ideoque Tempus quo Cometa areas duas ſupra inventas deſcri-

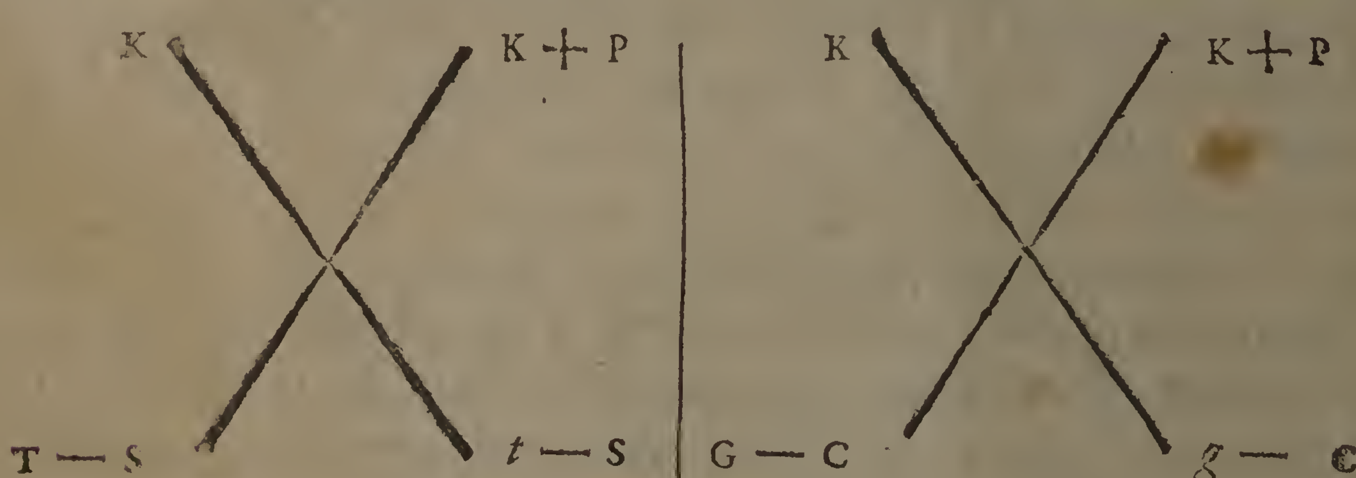
criberet; vocetur illud T. Si T = S, & G = C, erit hactenus inventa plani Trajectoriæ positio vera & accurata, nullâ indigens correctione; sin secus, erit T − S Error in Tempore toto interjecto inter Observationem primam & tertiam, ortus ex minus accurata plani Trajectoriæ positione, & G − C erit exinde etiam oriundus Error in ratione Temporis inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam; quod patet, quia in utroque casu unitas assumitur pro consequente in terminis binis exprimentibus rationem inter Tempora bina.

Augeatur alterutrius Nodi Trajectoriæ Longitudo (per Prop. XXVIII. inventa) dicta K, 20 aut 30 scrupulis primis quæ dicantur P, servatâ priore Inclinatione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & similiter atque prius inveniantur in hoc novo plano tria puncta quæ tribus prædictis Cometæ Observationibus accuratissimis respondeant, & Trajectoria per illa transiens cujus focus cum Solis centro conveniat, & hujus areæ duæ inter tres Observationes per rectam ad Solem ductam descriptæ quarum ratio exprimatur per g ad 1, & etiam Tempus totum t quod Cometa in utraque simul ista area describenda insumeret. Si Tempus t deprehensum fuerit æquale S, & g ipsi C, assumpta hæc plani positio eadem erit cum vera; sin aliter, erit t − S Error in integro Tempore inter Observationem primam & tertiam, & g − C Error in ratione Temporis inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam, uterque oriundus ex minus accurata positione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ.

Augeatur per Prop. XXIX. inventa Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ dicta I, 20 aut 30 scrupulis primis quæ vocentur Q, manente interim Longitudine Nodi primitus per Prop. XXVIII. inventâ, & similiter atque superius inveniantur in hoc novo plano tria puncta quæ

tribus prædictis Cometæ Obſervationibus reſpondeant, ut & Trajectoria per illa tranſiens cujus focus idem eſt cum Solis centro, ejuſque areæ duæ inter tria Loca obſervata per rectam ad Solem ductam deſcriptæ quarum ratio eadem ſit cum ea quam γ habet ad I: Inveniatur etiam Tempus totum τ, quod Cometa in utraque ſimul iſta area per rectam ad Solem ductam deſcribenda inſumeret. Si τ deprehendatur ipſi S æquale, & γ ipſi C etiam æqualis, aſſumpta hæc plani Trajectoriæ poſitio eſt vera & ipſi rei congrua; ſin ſecus, erit $\tau - S$ Error in Tempore toto inter Obſervationem primam & tertiam, & $\gamma - C$ ſimiliter Error in ratione Temporis inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam.

Inſtituatur Operatio igitur per Regulam Falſæ Poſitionis, cujus Operationis ſchema hic adnectitur, ubi K eſt una Poſitio Longitudinis Nodi, & $T - S$ Error hinc ortus in Tempore toto inter Obſervationem primam & tertiam interjecto; $K + P$ altera Longitudinis Nodi Poſitio, & $t - S$ Error dicti Temporis totius inde ortus: Fiat juxta dictam Regulam, ut differentia Errorum ad

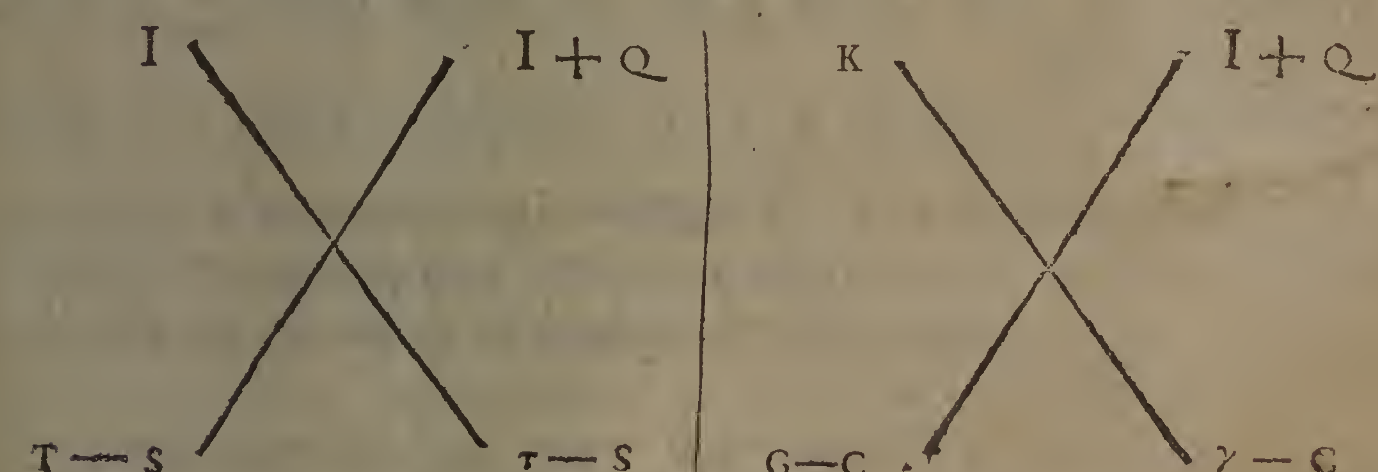


$$T - t : T - S :: P : \frac{T - S}{T - t} \times P. \quad G - g : G - C :: P : \frac{G - C}{G - g} \times P.$$

differentiam Poſitionum ita alteruter ex Erroribus ad quartam quantitatem; erit hæc ipſa correctio Poſitionis iſtius ex qua Error aſſumptus fluxit.

Hoc modo Error poſitæ Longitudinis Nodi, ſc. ipſius K, in toto Tempore inter Obſervationem primam & tertiam eſt $\frac{T - S}{T - t} \times P$; & ejuſdem Longitudinis K Error in ratione inter bina Tempora inter ternas Obſervationes eſt $\frac{G - C}{G - g} \times P$; adeoque vera & correcta Longitudo Nodi eſt $K + \frac{T - S}{T - t} \times P$, ſive $K + \frac{G - C}{G - g} \times P$.

Similiter, Error poſitæ Inclinationis plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, ſc. I, ex primo capite eſt $\frac{T - S}{T - \tau} \times Q$; & ex ſecundo eſt $\frac{G - C}{G - \gamma} \times Q$; & ideo vera & correcta Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ eſt $I + \frac{T - S}{T - \tau} \times Q$, ſive $I + \frac{G - C}{G - \gamma} \times Q$. Eædemque cor-



$T - \tau : T - S :: Q : \frac{T - S}{T - \tau} \times Q$. $G - \gamma : G - C :: Q : \frac{G - C}{G - \gamma} \times Q$.

rectæ Longitudo Nodi & Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ provenient, ſi in Operatione adhibeantur Errores ex Poſitione ſecunda oriundi.

Et quoniam conſiderandus venit uterque Error, tam in toto Tempore quam in ratione inter duo Tempora inter ternas Obſervationes interjecta, ponamus tam $\frac{T - S}{T - t}$

$\times P$ quam $\frac{G-C}{G-g} \times P$ separatim æquari $m \times P$; hoc est, $\frac{T-S}{T-t} = m$, & $\frac{G-C}{G-g} = m$: Similiterque ponamus tam $\frac{T-S}{T-\tau} \times Q$ quam $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q = n \times Q$; hoc est, $\frac{T-S}{T-\tau} = n$, & $\frac{G-C}{G-\gamma} = n$: Unde proveniet $mT - mt = T - S$, & $mG - mg = G - C$; item $nT - n\tau = T - S$, & $nG - n\gamma = G - C$: unde duplum ipsius $T - S = mT - mt + nT - n\tau$, duplumque $G - C = mG - mg + nG - n\gamma$; & igitur regrediendo, si tales capiantur m & n ut duplum $T - S = mT - mt + nT - n\tau$, duplumque $G - C = mG - mg + nG - n\gamma$, erit tam $\frac{T-S}{T-t} \times P$, quam $\frac{G-C}{G-g} \times P = m \times P$, & etiam tam $\frac{T-S}{T-\tau} \times Q$ quam $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q = n \times Q$; adeoque Error Longitudinis Nodi erit $m \times P$, Errorque Inclinationis plani Trajectoriæ erit $n \times Q$: unde correcta Longitudo nodi est $K + mP$, & correcta Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ est $I + nQ$.

Correcto plano Trajectoriæ tam quoad ejus intersectionem cum plano Eclipticæ (hoc est, Longitudinem alterutrius Nodi) quam quoad ejus Inclinationem ad Eclipticæ planum, inveniantur (ut prius) in plano sic correcto & nunc accuratissime posito tria puncta, quæ tribus prædictis Observationibus accuratissimis satisfaciant, & (ut prius) Solis centro ceu umbilico per dicta tria puncta describatur Coni Sectio: erit hæc correcta Cometæ Trajectoria quæsita.

SCHOLIUM.

Inventâ Trajectoriâ correctâ & accuratâ, ejus Axis,

Latus

Latus rectum Axi congruum, Tempus quo Cometa Perihelium tenet, reliquaque huc attinentia ad normam superiorum etiam accurate definientur. Si contingat Ellipsin Solis centro ceu foco descriptam (non Parabolam) per tria ista puncta transire; hoc est, si Cometæ Trajectoriæ pars illa, quæ Observationi nostræ est subjecta, clare evincat Cometam in Orbem redire, non in infinitum excurrere, tum ex cognito hujus Orbitæ Axe majore, Cometæ Periodicum Tempus innotescet: Est enim (per Propp. XL & XLII. Lib. I.) Quadratum Temporis Periodici Cometæ ad Quadratum Temporis Periodici Telluris circa Solem ut cubus majoris Axis Orbitæ Cometicæ ad cubum majoris Axis Orbitæ quam Tellus circa Solem describit, sive duplæ mediocris distantiæ Telluris à Sole.

Quod si ex cognitis principalibus Lateribus rectis, *v. g.* trium Trajectoriarum in tribus planis ante plenam correctionem assumptis descriptarum, sc. R primæ, r secundæ & ρ tertiæ, Trajectoriæ istius ultimæ in accurate posito plano descriptæ Latus rectum principale desideretur; poterit illud ex Regula Falsi ad normam superiorum inveniri: erit utique illud æquale $R + mr - mR + n\rho - nR$. In vera enim & accurata Longitudine Nodi alterutrius superadditur ejus Longitudini in plano primo (per Prop. XXVIII. determinatæ) excessus assumptæ Longitudinis in plano secundo supra præcedentem ductus in m, & in Inclinatione plani Trajectoriæ accurata superadditur Inclinationi plani primi (per Prop. XXIX. determinatæ) excessus assumptæ in plano tertio supra Inclinationem præcedentem ductus in n. Cumque Trajectoria ejusque Latus rectum mutetur, cum ob mutatam Longitudinem Nodi tum ob mutatam Inclinationem plani ad planum Eclipticæ, Lateri recto Trajectoriæ in plano primo sive ipsi R superaddendus est $mr - mR$, sc. excessus Lateris recti in plano secun-

do

do ſupra Latus rectum in plano primo ductus in *m*; & etiam ſuperaddendus eſt *n* ρ — *n* R, nempe exceſſus Lateris recti in plano tertio ſupra Latus rectum in primo ductus in *n*. Atque hoc modo conflabitur verum Latus rectum, ſc. R + *m r* — *m* R + *n* ρ — *n* R. Nec abſimiliter corrigetur Latus tranſverſum, ſi illud ſit magnitudine definitum.

SECTIO IV.

De Cometæ Loco tam Heliocentrico quam Geocentrico in Trajectoria superius determinata ad Tempus datum inveniendo; deque Tabulis ad Cometarum Motus expedite definiendos necessariis.

PROPOSITIO XXXII. LEMMA.

Tab. XLI. Fig. 2. & 3.

Ex datæ Parabolæ V P, *cujus vertex* V *&* *axis* V E, *foco* S *educere rectam* S A, *talem ut area Parabolica* V R A S *comprehenſa ſub rectis* V S, S A *& curva Parabolica* V R A *æqualis ſit dato rectilineo, puta quadrato à recta* B *deſcripto; rectæque* S A *ſic eductæ longitudinem & inclinationem ad axem* V E *calculo definire.*

Ponatur factum, & per V ducatur recta V F ad V E normalis, ſitque C punctum in hac, per quod ducta C A ad V E parallela Parabolæ occurrit in puncto A, tali ut juncta S A Problemati ſatisfaciat. Per A ad V E ducatur normalis A D axi in D occurrens. Vocetur V S diſtantia foci à vertice, *f*; eritque (ut vulgo notum) Parabolæ latus rectum principale 4 *f*. Vocetur incognita V C, *x*; eritque A D etiam = *x*, ideoque (ex *Elem. Conic.*) V D vel huic æqualis C A erit

erit $\frac{x^2}{4f}$: Unde rectangulum parallelogrammum V C A D *Tab XLI Fi. 2. & 3.* æquale est $\frac{x^3}{4f}$, & spatium Parabolicum V R A D (quod, ex *Archimedis Dimensione Parabolæ*, est præcedentis subsesquialterum) erit $\frac{x^3}{6f}$, nempe $\frac{2}{3}$ ipsius $\frac{x^3}{4f}$. Porro, cum V D sit $= \frac{x^2}{4f}$ & V S $= f$, erit S D $= \frac{x^2}{4f} - f$, si S sit inter V & D, ut in fig. 1[ma]; vel si D sit inter V & S, ut in 2[da], erit S D $= f - \frac{x^2}{4f}$; hoc est, in 1[mo] casu S D $= \frac{x^2 - 4f^2}{4f}$ & in 2[do] S D $= \frac{4f^2 - x^2}{4f}$: Unde rectangulum sub A D & D S erit $= \frac{x^3 - 4f^2 x}{4f}$ vel $\frac{4f^2 x - x^3}{4f}$; & proinde hujus dimidium, nempe triangulum A S D, erit $\frac{x^3 - 4f^2 x}{8f}$ vel $\frac{4f^2 x - x^3}{8f}$. Et igitur spatium V R A S (nempe in 1[mo] casu æquale V R A D dempto triangulo A S D, in 2[do] æquale V R A D aucto A B D) erit $\frac{x^3}{6f} - \frac{x^3 - 4f^2 x}{8f}$ 1[mo] casu, & $\frac{x^3}{6f} + \frac{4f^2 x - x^3}{8f}$ in 2[do]; & ideo in omni casu V R A S æquale $\frac{x^3 + 12 f^2 x}{24 f}$. Atque oportet hoc æquari ipsi b^2; ideoque $24 f b^2 = x^3 + 12 f^2 x$. Et dispositâ æquatione, ut moris est, erit $x^3 = -12 f^2 x + 24 f b^2$. Per vulgatam igitur Regulam *Cardani* valor ipsius x sive A D quantitatibus cognitis expressus erit $\sqrt{C : 12 f b^2 + \sqrt{144 f^2 b^4 + 64 f^6}} - \sqrt{C : 12 f b^2 - \sqrt{144 f^2 b^4 + 64 f^6}}$. Notâ vero A D non

Tab. XLI Fi. 2. & 3 latebit V D; eſt nempe æqualis quadrato ipſius A D ad quadruplum cognitæ V S applicato. Data igitur eſt (per 3. Dat.) compoſita ex D V & V S, cui recta S A æqualis eſt per Corol. 2. Prop. XIV, & proinde dabitur & hæc magnitudine: Sed & data eſt D A; datur ergo (per 1. Dat.) ratio inter S A & A D, hoc eſt, inter radium & ſinum rectum anguli A S D, quem S A cum axe comprehendit. Innoteſcit igitur angulus iſte A S D vel V S A: & prius innotuit S A longitudine. Q. E. F.

E converſo etiam in data Parabola invenietur area V R A S, quæ faciat S A rectam æqualem datæ rectæ; hoc eſt, invenietur areæ V R A S ratio ad quadratum rectæ V S, quæ faciat S A in ratione data ad V S rectam.

SCHOLIUM I.

Fig. 4. Superius exhibuimus methodum Calculi in Aſtronomicis uſitatam ad determinandam magnitudinem & poſitionem rectæ A S. Si conſtructio geometrica arrideat magis, illa facillime obtinebitur, æquationem Cubicam ſuperius inventam $x^3 + 12f^2 x - 24fb^2 = 0$ methodo Geometrarum univerſali conſtruendo per Parabolam propoſitam R V P & circulum. Vocetur propoſitæ Parabolæ latus rectum (quod æquale eſt $4f$) L; $12f^2 = q$, & $24fb^2 = r$, ut æquatio propoſita ſit in forma Scriptoribus uſitata $x^3 + qx - r = 0$. Capiatur (ſecundum vulgo nota præcepta hujuſce conſtructionis) V G $= \frac{1}{2}$ L in Parabolæ axe, & G H $= \frac{q}{2\,\mathrm{L}}$ (& quidem retro verſus verticem, quia eſt $+q$) hoc eſt, in noſtra æquatione G H $= \frac{12f2}{8f}$ ſive $\frac{3}{2}f$, quo pacto punctum H in medio puncto inter V & S cadet: Nam quia V G $= \frac{1}{2}$ L, erit V G dupla ipſius V S; & ablatâ hinc G H $= \frac{3}{2}$ V S, erit V H $= \frac{1}{2}$ V S. Porro, ponatur H K ad

V S

V S normalis $= \frac{r}{2 L^2}$; hoc est in casu nostro $= \frac{24 f b^2}{32 f^2} = \frac{3 b^2}{4 f}$; hoc est, æqualis $3 m$, si ponatur $m = \frac{b^2}{4 f}$, (sive rectæ ortæ si, per *Prop.* XLV. *El.* I. rectilineum propositum applicetur ad Parabolæ latus rectum, & ad illas rectæ V S partes ad quas ducenda est S A. Et circulus centro K per V descriptus Parabolam R V P secabit in puncto quæsito A, eritque A D, ad V S normalis, ipsa x sive radix præcedentis æquationis. Hæc constructio demonstratione non indiget, quippe constructio vulgata æquationis $x^3 + 12 f^2 x - 24 f b^2 = 0$ ex Problematis natura oriundæ: Illam vero facillime instituere licet præmissæ analyseos vestigia relegendo.

Tab XLI. Fig. 4.

Pari modo definietur magnitudo & positio rectæ A S ex foco S eductæ, talis ut spatium Parabolicum Q R A S Q, comprehensum inter hanc & aliam rectam S Q positione datam ab S V diversam & curvam Parabolæ interjectam Q R A, sit dato rectilineo B q æquale. Ducto enim S V axe ducenda erit recta S A, ita ut spatium V R A S sit æquale spatiorum B q & Q V S summæ vel differentiæ, prout S Q jacet ad easdem partes ipsius S V ad quas ducere oportet S A, vel ad contrarias.

SCHOLIUM 2.

Fig. 5.

Positis duabus Parabolis quibuscunque V P & $\upsilon\pi$, quarum foci S & σ verticesque V & υ, positisque areis V A S, $\upsilon\alpha\sigma$ quadratis à B & β descriptis respective æqualibus; si B fuerit ad V S sicut β ad $\upsilon\sigma$ erunt A S, $\alpha\sigma$, V S, $\upsilon\sigma$ proportionales, & anguli V S A, $\upsilon\sigma\alpha$ æquales. Quoniam enim Parabolæ omnes sunt figuræ similes, & foci verticesque puncta in illis similiter posita; cumque præterea figuræ V A S, $\upsilon\alpha\sigma$ sint in duplicata ratione laterum homologorum V S & $\upsilon\sigma$, (nam hisce æquales B q & β q

 sunt

Tab. XLI. Fig. 5. ſunt in duplicata ratione B ad β, hoc eſt (ex hypotheſi) in duplicata ratione V S ad υ σ;) patet & haſce eſſe inter ſe ſimiles, adeoque angulos V S A, υ σ α æquales, & A S eſſe ad α σ ſicut V S ad υ σ. Atque hinc poſitâ S V diſtantiâ verticis Parabolæ ab ejuſdem foco, numero quovis rotundo expreſſâ, invenientur angulus V S A & longitudo rectæ S A, pro diverſa ratione inter rectilineum B q cui V S A ponitur æquale & quadratum ipſius V S. Et magnitudines rectarum A S angulorumque V S A in Tabulas diſpoſitæ cuivis Parabolæ inſerviunt, cum (ut ſuperius oſtenſum eſt) A S recta eandem retineat in omni Parabola rationem & poſitionem ad V S, eâdem manente ratione inter B & V S.

PROPOSITIO XXXIII.

Ad datum Tempus Cometæ propoſiti Locum Heliocentricum quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Sole Diſtantiam invenire.

Fig. 6. SIt ☊ V Cometæ Trajectoria, per Prop. XXVI. deſcripta & per Prop. XXXI. correcta, in cujus foco S collocatur Sol; ſitque ω punctum in ea quod Cometa occupat in aliqua earum Obſervationum ex quibus Trajectoria definita fuit. Trajectoriæ hujus ſit axis V X, cujus poſitio nota eſt per Prop. XXX: Per eandem innoteſcat etiam Tempus quo Cometa Perihelium V tenet; ſitque ☊ ☋ Linea Nodorum per Prop. XXVIII. poſitione cognita. Si correcta Cometæ Trajectoria ω V R deprehenſa fuerit Parabolica, capiatur ſpatium quod ſit ad ſpatium ω V S (ex *Archimedis Quadratura Parabolæ* cognitum) ut intervallum inter Tempus datum & ſupra inventum momentum, quo Cometa Perihelium tenet, ad intervallum inter dictum momentum & Obſervationem Cometæ in ω; vocetur ſpatium hoc B q. Per Prop. præc. ipſi B q ponatur ſpatium Parabolicum V R A S æquale, & inveniatur tam poſitio

Tab. XLI. Fig. 6.

positio quam magnitudo rectæ SA respectu SV, cujus positio & magnitudo respectu Distantiæ Aphelii Terræ à Sole ex præcedentibus innotuit. Sin Cometæ Trajectoria inventa fuerit Elliptica, ducatur (per Prop. III, VI vel VII. Lib. III. ut in Planetarum Orbibus factum) recta SA, talis ut area VRAS sit ad integram Orbitæ Cometicæ aream ut intervallum inter Tempus datum & momentum, quo Perihelium tenet, ad integrum Cometæ Tempus Periodicum, ex noto Orbis ejus axe majore cognitum; habebiturque recta SA tam positione quam magnitudine. In utroque casu, ex A ad Lineam Nodorum ☊☋ ducatur normalis AN ipsi ☊☋ occurrens in N; ex eodem A ad Eclipticæ planum demittatur perpendiculum huic in α occurrens; jungantur αN, αS; erit angulus ANα Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & proinde per Prop. XXIX. cognitus. Quoniam noti sunt anguli VSA & VSN, notus erit horum summa vel differentia NSA angulus: In triangulo igitur SNA rectangulo ad N datis (ex Prop. præc.) latere SA in partibus mediocris Distantiæ Telluris à Sole expresso, & angulo NSA, nota erunt latera SN & NA. In triangulo NαA rectangulo ad α notis latere NA & angulo ANα, (nempe per Prop. XXIX. inventa & per Prop. XXXI. correcta Inclinatio plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Eclipticæ,) innotescent reliqua latera Nα & Aα. Rursus, in triangulo SNα (in plano Eclipticæ) præter rectum ad N nota sunt latera SN & Nα; quare dantur latus Sα & angulus NSα: Sed (per Prop. XXIX.) datur positio rectæ SN; quare & rectæ Sα positio dabitur, hoc est, locus Cometæ Heliocentricus ad Eclipticam reductus, sive Cometæ Longitudo Heliocentrica. Denique, in triangulo SαA rectangulo ad α dantur omnia latera, superius nempe inventa; innotescet igitur ASα Cometæ Latitudo Heliocentrica, si ulla fuerit ratio Phænomeni Locum ex Sole spectatum reducendi ad Eclipticæ planum potius quam ad aliud quodvis.

Tab. XLI. Fig. 6.

Viciſſim Tempus invenietur quo Cometa datum in Trajectoria ſua Locum tenet.

PROPOSITIO XXXIV.

Ad datum Tempus Cometæ propoſiti Locum Geocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Tellure Diſtantiam invenire.

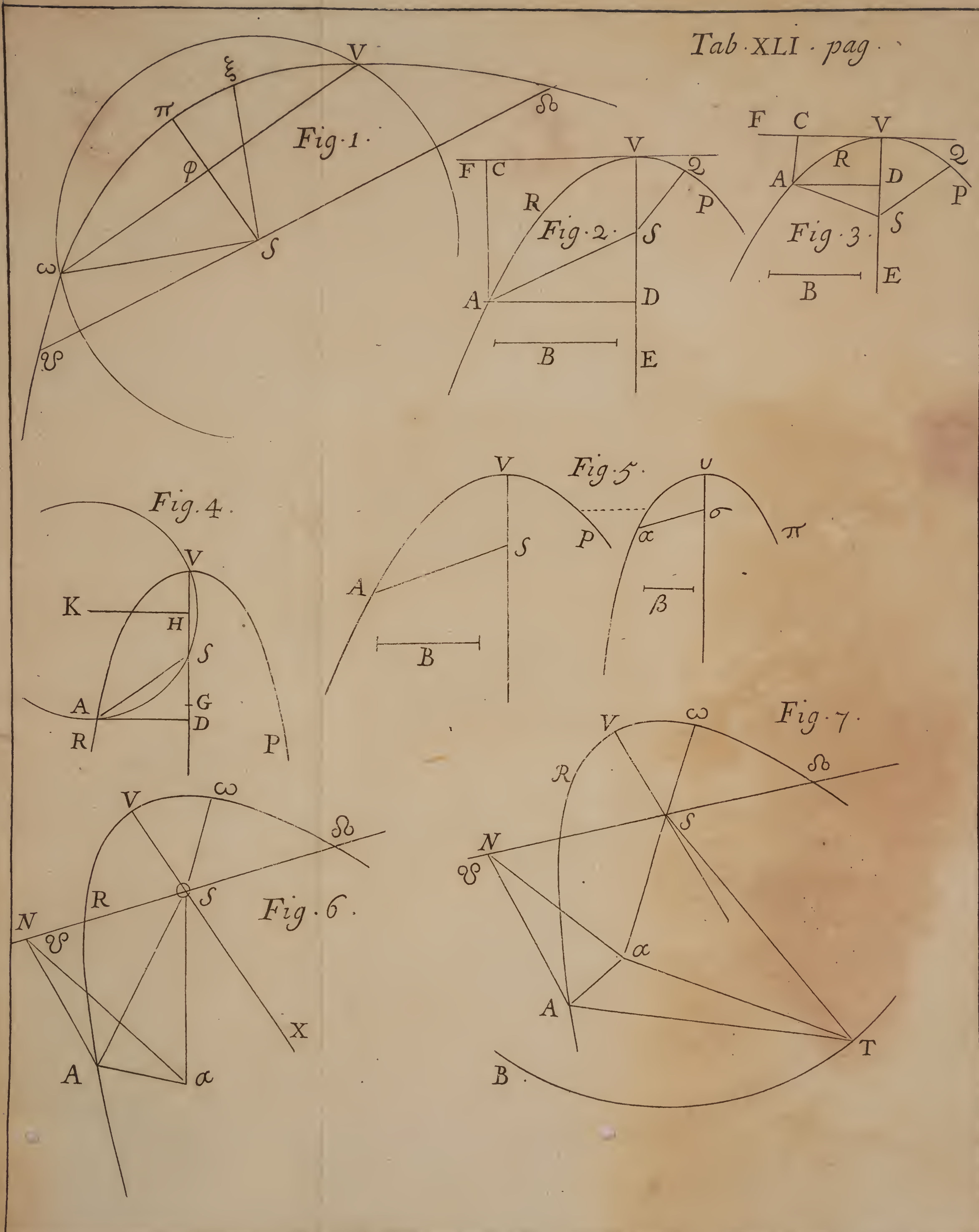
Fig. 7.

IIſdem poſitis quæ in Propoſitione præcedente, ſit porro BT Orbis magnus, ſitque in eo T Locus Terræ ad Tempus datum per Prop. XVIII. Lib. III. inventus; jungantur TA, Tα: erit (per *Prop.* XVIII. *El.* XI.) planum trianguli TAα ad planum Eclipticæ normale. In triangulo TSα (in plano Eclipticæ) dantur latera Sα, ST, illud in præc. inventum, hoc ex Theoria Terræ, (utrumque in partibus mediocris Diſtantiæ Telluris à Sole expreſſum,) & angulus TSα ab illis comprehenſus, (eſt enim utrumque poſitione datum;) innoteſcent igitur latus Tα & angulus STα: Sed datur TS poſitione, nempe locus Solis ad Tempus datum; datur igitur poſitio rectæ Tα, hoc eſt, Cometæ in A locus è Terra viſus ad Eclipticam reductus, ſive Cometæ Longitudo Geocentrica quæſita. Porro, in triangulo AαT præter rectum AαT dantur bina latera Aα, Tα, hoc quidem modo inventum in partibus mediocris diſtantiæ Telluris à Sole, illud vero in iiſdem Prop. præc. inventum; innoteſcit igitur angulus ATα quæſita Cometæ Latitudo è Tellure viſa ſive Geocentrica; item hypothenuſa TA Diſtantia Cometæ à Terra. Q. E. F.

Hoc modo patebit quando Cometæ Motus retrogradus fit, reſpectu ejus qui prius fuerat, propter Telluris ſimulque Oculi motum interea factum, prorſus ut in Planetis, cum interim Cometa è Sole ſpectatus in eandem ſemper plagam tendere videatur. Et è converſo Phænomenon hoc Retrogreſsûs Cometæ è Terra obſervati demonſtrat Cometas à Terra non longiſſime diſtare, ſed in Planeta-

rum

Tab·XLI·pag·



Fig·1·
V
ξ
π
φ
S
ω
♌
♈
Fig·2·
F
C
V
Q
R
P
S
A
D
B
E
Fig·3·
F
C
V
Q
R
A
D
P
S
B
E
Fig·4·
V
K
H
S
A
G
D
R
P
Fig·5·
V
υ
σ
S
P
α
π
A
β
B
Fig·6·
V
ω
♌
R
S
N
♈
X
A
α
Fig·7·
V
ω
R
♌
S
N
♈
α
A
T
B

rum regionem descendere cum à nobis videntur. Porro, cum Oculus & Cometa in diversis planis circa Solem ferántur, hic ex illo visus & ad Fixas relatus ex Opticæ legibus circulum inter illas maximum describere non videbitur, sed varie ab illo deviare; cum interim è Sole, in Trajectoriæ plano collocato, spectatus circulum inter Fixas maximum accurate percurrere videretur. Deviatio hæc à circulo maximo, (Planetis etiam competens, sicut prius Retrogradatio,) Cometas in Planetarum regione citra dubium collocat.

PROPOSITIO XXXV.

Tabulas describere ad Cometarum Loca prompte & expedite invenienda necessarias.

DEfinitâ Cometæ cujusvis Trajectoriâ, si hæc inventa fuerit Elliptica, (qualem deprehensum iri credimus, quippe solam inter Conicas Sectiones quæ Cometæ Phænomenis satisfaciat, si illa fuerint corpora Mundo coæva in Orbem redeuntia Planetarum instar,) Tabulæ, quarum ope Cometæ cujusvis Locus ad datum Tempus expedite invenitur, ejusdem erunt artificii (similiterque prorsus conditæ) cum Tabulis pro Planetis primariis, earumque usus idem qui istarum, de quibus dictum est Propp. XXXIX & XL. Lib. III.

Si Cometarum istorum omnium, de quibus Observationes accuratæ satis exstant, determinatæ fuerint præterpropter Orbitæ, illorum Periodi simul innotescunt (ut Schol. Prop. XXXI. ostensum est) & Tempora quibus denuo visui nostro subjicientur, & ex Observationibus tum instituendis corrigentur; tandemque Cometæ omnes ad normam reducentur, breviore forsan tempore quam illud factum est de ipsis Planetis, postquam eorum numerus & in Orbem reditus innotuerunt. Hoc in 24 Cometis (quorum *sc.* habentur loca ab Astronomis observata)

vata) hactenus à D. *Halleio* factum esse audio ; & Cometarum numerum non esse enormiter magnum non desunt rationes ut credam : Sed quorundam Periodos tam magnas esse satis est verisimile ex immenso intervallo Saturnum inter proximasque Fixas , ut in regionem Planetarum , ubi tantum nobis sunt conspicui , non descenderint , ex quo Astronomi cœperunt Cometas pro Cœlestibus habere, illorumque Loca accuratius observare ; ideoque Orbitarum , in quibus isti moventur, determinatio posteris relinquenda est. Sed & aliquando continget Cometam aliquem integram Periodum absolvere, nec tamen Astronomis sui copiam facere, propter Solis viciniam ; quod ipsi Mercurio , ex eadem causa, etiam quandoque accidit. Cæterum Orbitarum Cometicarum Axes majores , propter perturbationem ex attractione vel ab aliis Cometis vel à Jove aut Saturno , poterunt situm suum paululum mutare, adeoque idem Cometa pro diversis haberi : Verum istud post plures revolutiones satis patebit; neque enim perturbatio ista ingentes admodum edet effectus , & Orbita Lunæ , indies licet mutata , Astronomico calculo subjicitur & pro eadem agnoscitur.

Verum , licet nondum determinatæ sint Cometarum Orbitæ, quædam construi poterunt Tabulæ illorum Motibus facilius definiendis, & Trajectoriis promptius describendis , apprime utiles: *ex. gr.* Tabula quâ , ex data Perihelii Cometæ Distantia à Sole in partibus mediocris Distantiæ Telluris à Sole numero rotundo expressæ, prompte definiatur Tempus quo Cometa, post appulsum ad Perihelium , ex Oculis nostris sese subducet recessu suo à Sole. Posito enim Semiaxe majore Orbitæ Telluris partium 100000000, erit (ex circuli dimensione) arcus $59' \frac{1}{7}$ (qualem Tellus motu diurno mediocri describit) earundem partium 1720212 , hujusque pars vigesima quarta , sive arcus à Terra motu horario mediocri descriptus , partium 71675 ; Diversis igitur Distantiis Perihelii

Cometæ

Cometæ à Sole, in partibus iisdem expressis, respective adscribantur partes, Diei vel Horæ spatio, à Cometa in Perihelio versante percursæ; quippe quæ sunt ad priores partes ut velocitas Cometæ in Perihelio ad velocitatem Terræ mediocrem, hoc est (per Prop. XVII.) in subduplicata ratione 200000000. Axis majoris Orbitæ Telluris ad Distantiam Perihelii Cometæ à Sole; vel adscribantur partes exprimentes aream quam Cometa, radio ad Solem ducto, dictis Temporibus verrit, (quippe factæ ex ducto priorum in semissem Distantiæ Perihelii à Sole,) vel utræque. Porro, cum per Observationem constet præterpropter in quanam Distantia à Sole (respectu Distantiæ Telluris ab eodem) oportet Cometam collocari, ut nudo Oculo videri desinat; hoc est, cum detur ratio hujus Distantiæ ad Distantiam Perihelii Cometæ à Sole, dabitur (per convers. Prop. XXXIII.) area quam oportet Cometam, radio ad Solem ducto, describere postquam Perihelium attigit, ut ad istam à Sole Distantiam pertingat, hoc est, ut videri desinat; & consequenter Tempus post Perihelium, utpote (per Prop. XI. Lib. I.) ad Diem unum ut area mox inventa ad supra inventam aream Die uno à Cometa, radio ad Solem ducto, descriptam, Adscribatur igitur cuique Distantiæ Perihelii congruum Tempus, quo Cometa post Perihelium superatum, recedendo à Sole, è visu nostro se subducit.

Similiter prorsus, & ex iisdem principiis, supputabitur Tabula prompte ostendens Tempus quo Cometa, postquam à Perihelio discessit, ad Distantiam à Sole pertingit æqualem Distantiæ Telluris à Sole, si Perihelium Cometæ minus distet à Sole quam ipsa Tellus. Et Tabula hæc priori Tabulæ jungetur, unamque quasi constituet; nempe cuique Distantiæ Perihelii Cometæ, in partibus Semidiametri magni Orbis expressæ, adscribendo (præter partes à Cometa, in Perihelio versante, Diei spatio percursas, & partes areæ quas radius vector pari Tempore

verrit, de quibus ſupra) in una columna, Tempus poſt ſuperatum Perihelium quo ad æqualem cum Tellure à Sole diſtantiam pertingit; in altera, Tempus quo pertingit ad Diſtantiam prioris quadruplam aut quintuplam, illam nempe in qua à nobis videri deſinit.

Tertio, commoda admodum erit Tabula per Schol. 2. Prop. XXXII. ſupputata, in qua, poſito numero rotundo pro Diſtantia Perihelii Cometæ à Sole, ad variam magnitudinem areæ VAS (vid. fig. prædicti Scholii) in partibus quadrati à recta SV deſcripti expreſſam adſcribitur congrua quantitas anguli VSA, & congrua longitudo rectæ SA expreſſa in partibus rectæ SV Ex hac enim, & Tabula præcedente, & nota inſuper Diſtantia Perihelii Cometæ à Sole, prompte innoteſcunt Longitudo Cometæ à Perihelio è Sole viſa, & Diſtantia Cometæ à centro Solis Tempori ante vel poſt Perihelium propoſito congrua. Nam datâ SV in partibus mediæ Diſtantiæ Terræ à Sole expreſſâ, prompte dabitur (ex Tabula prima) area, radio ad Solem ducto, Die uno unâve Horâ à Cometa deſcripta: Dabitur igitur eadem expreſſa partibus quadrati rectæ VS, & Tabulæ huic tertiæ apta; & proinde ex dato Tempore ante vel poſt Perihelium, dabitur area VAS Tempori huic proportionalis in iiſdem partibus; ideoque ex Tabula hac tertia ſtatim patebunt angulus VSA Longitudo Heliocentrica Cometæ à Perihelio propoſitæ areæ & ideo propoſito Tempori congrua, & etiam congrua rectæ SA longitudo in partibus ipſius SV, quæ per Regulam trium exprimetur in partibus Semidiametri Orbis magni.

Sed & aliæ Tabulæ, ad calculum in Cometarum Motibus ſupputandis facilitandum accommodatæ, ex præcedentibus conficientur, pro cujuſque calculi genio & natura, quas proinde Artificis induſtriæ relinquere oportet.

SCHO-

Scholium.

Per methodum prædictam, aut non abſimilem, D. *Halleius* determinavit Orbitam Cometæ, qui ſub finem Anni 1680 & menſibus aliquot ſequentibus illuxit, quam parabolicam aſſumit, invenitque (ut ex ejus literis ad D. *Nevvtonum* conſtat) Orbitæ ejus Perihelium eſſe in ♐ $27^{gr}. 22'. 30''$; & proinde Aphelium in ♊ $27^{gr}. 22'. 30''$, Orbitæque Latus rectum principale eſſe partium 0, 0243, qualium mediocris Diſtantia Telluris à Sole eſt 1. Præterea, Orbitam hanc ita reſpectu plani Eclipticæ collocatam reperit, ut ad illud inclinatum ſit ejus planum angulo $61^{gr}. 20'. 20''$, & Nodus aſcendens ſit in ♑ $1^{gr}. 53'$, & deſcendens in ♋ $1^{gr}. 53$, Cometamque ita in Orbita hac motum fuiſſe ut Perihelium tenuerit Anno 1680 *Decemb. Die* 8. *St. Jul. Hor.* 0. *minut.* 4. poſt Meridiem. Invenit etiam Orbitam Cometæ Anni 1683 ſequenti modo figuratam & poſitam; nempe ejus Perihelium eſſe in ♊ $25^{gr}. 29'. 30''$, quod tenuit *Jul. Die* 3. *St. Jul. Hor.* 2. 50'; Orbitæ hujus Latus rectum eſſe partium 2, 2408, quarum mediocris Diſtantia Terræ à Sole eſt 1, hujuſque Orbitæ planum inclinari ad planum Eclipticæ angulo $83^{gr}. 11'$, Nodumque aſcendentem in ♍ $23^{gr}. 23'$ verſari, & Nodum deſcendentem in ♓ $23^{gr}. 23'$.

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER SEXTUS

DE ASTRONOMIÆ COMPARATIVA.

IN Libris quinque præcedentibus Aſtronomiam explicuimus Terricolis congruam; hoc eſt, Phænomena Fixarum, Solis, Planetarum & Cometarum deſcripſimus qualia è Tellure ſpectantur, horumque omnium loca ſingula ad datum tempus invenire, aliaque huc ſpectantia expedire ſuo quæque loco docuimus: Libet nunc Aſtronomiam breviter pertexere, qualem reliquorum Planetarum, aliorumve ingentium corporum, quæ per Univerſum diffuſa ſunt, incolæ conderent. Non quod hujuſmodi Aſtronomos uſpiam eſſe credamus, nedum aſſeramus; ſed quod per fictionem ſupponendo Oculum nunc in horum uno nunc in altero collocatum, & Aſtromiam qualem pro varia ſtatione ſua Spectator conderet explicando, inde iis penitius intelligendis, quæ de hac noſtra Terreſtri diximus, lucem haud exiguam afferri poſſe ſperemus: Neque enim de ſpectaculis tam inanibus, & nulli unquam conſpectis aut conſpiciendis, niſi iſtum in finem, diſſeruiſſemus. Ideo, in decurſu, Oculum ſupponemus non tantum in Planetis circumſolaribus eorumque Comitibus; ubi aliqua poſſe exiſtere ſenſu prædita magni

magni Viri olim & hodie verisimillimum existimarunt, sed etiam in Cometa aliquo, in ipso Sole & Fixis, ubi incolas statuere nemo unquam est ausus.

Ad hanc rem illustrandam magni Viri quamplures operas suas contulerunt. Multa, quæ ad hunc scopum collimant, docet *Plutarchus* in Libro *de Facie in Orbe Lunæ*. *Keplerus* de *Astronomia Lunari* Librum conscripsit, post ejus mortem sub titulo *Somnii Astronomici* editum, in quo plurima tum Physica cum Astronomica (ut alibi semper) ostendit. At in explicandis phænomenis è Luna spectandis erravit paululum, propter Lunaris corporis librationem ab illo vel neglectam, vel ad causas proprias non relatam: Illam igitur totam rursus pertexere necesse habui. Novissime illustris Vir *Christianus Hugenius Cosmotheoriam* edidit, eruditis conjecturis plenam, in qua multa Astronomica, plura Physica acumine suo digna protulit. Verum duo hi insignes Viri serio de incolis Planetarum agebant; *Hugenius* præcipue qui Terricolis fere similes, certe haud absimiles, in Planetarum unoquoque existere nullus dubitat; & hunc præcipue in finem librum composuit rebus Physicis magis quam Astronomicis refertum. Ego, qui sola Astronomica tractanda suscepi, nihil de vitæ animali aut sensitivæ necessariis aut commodis, quæ in Planetarum unoquoque adsunt vel desunt, adjeci; solummodo Oculum (quem si aliquando Incolam appellavero, dabit Lector verbo veniam) rerum in sublimi positarum spectatorem constitui.

Initio autem à Sole, quippe cui Astronomia omnis simplicissima est, sumpto, ad Mercurium reliquosque ordine Planetas transeo: quæ cuique propria sunt Phænomena maxime conspicua seorsim tractantur; quæ vero pluribus communia sunt, ad unam eandemque Propositionem referuntur. Deinde Oculo ad Cometam aliquem translato, quæ illic spectanda occurrant; & Corollarii loco,

loco, qualis videretur Solaris nostri Systematis è Fixa spectati facies, descriptum est. Postremo, plurima quæ Spectatori in Lunam Telluris comitem inducto se exhibeant Phænomena, quæque porro ex Jovis vel Saturni Satellite aliquo apparerent, enumerantur.

Qualis in singulis hisce stationibus futura est Astronomia tum apparens tum vera, quibus etiam commodis illi fruantur, quibusve premantur incommodis, qui per Observationes ibidem institutas verum Systema Planetarum circumsolarium eruere, eorumque Distantias & Magnitudines metiri velint, obiter disputo; & denique Astronomiæ sedem tam inter Primarios quam Secundarios commodissimam definio.

Phænomena vero à Terricolis pro præcipuis habita ubique pro præcipuis habeo, *viz.* Diei & Noctis Vicissitudinem & Mensuram, Fixarum Ordinem, Solis Magnitudinem apparentem, Luminis ejus & Caloris Intensionem, Anni Mensiumque Quantitatem, Æstatem & Hyemem, Lunarum Phases, Luminarium Defectus, Planetarum Numerum, Directiones, Stationes & Retrogradationes, Phænomenωn ad verum Systema eruendum aptitudinem, Observationum ad Astronomicam colendam requisitarum exactam accurationem & hujusmodi alia.

PROPOSITIO I.

Phænomena præcipua Oculo in Sole posito spectanda describere.

SI Oculus in Solis centro ponatur undique circumspectans, Fixæ Planetæque omnes in superficie sphærica oculo concentrica videbuntur, sicut & nobis è Terra spectantibus contingit; & quidem Fixæ & Via Lactea eodem ordine dispositæ, & in eosdem Asterismos divisæ cernentur atque nobis in Terra degentibus. Nam cum nobis, una cum Terra circa Solem delatis, Fixarum ordo & Constellatio-

ſtellationum figuræ non mutentur, patet hæc eadem eſſe Oculo ubivis intra hunc circulum collocato, adeoque in Solis centro. Si rerum, à quibus Conſtellationibus nomina ſunt indita, facies anticæ & concavæ depingantur, fient Veterum ſchemata; ſi vero poſticæ & convexæ, prodibunt juniorum figuræ, Globis artificialibus magis congruæ quam ipſi Cœlo.

Patet etiam Fixarum Ordinem eundem permanere Oculo in Solis ſuperficie, vel in Mercurio Venereve poſito, quippe intra Telluris Orbitam contentis. Sed & propter immenſam Fixarum diſtantiam, quâ fit ut Obſervatoris loco moto per integram Orbis magni diametrum Fixarum Ordo ne vel minimum mutatus deprehendatur, ſi Oculus in Saturno, Planetarum Solaris Syſtematis extimo, collocetur, Ordo hic idem manebit, aut ſaltem quoad ſenſum vix mutatus Quæ enim nobis eſt inſenſibilis, ſi decupto major ſit, (quod propter decupto majorem Saturni quam Terræ à Sole diſtantiam contingere poterit,) non valde ſenſibilis evadet.

Licet Planetæ inter Fixas collocati videantur, Obſervator noſter illos à fixis diſtinguere brevi valebit, & uniuscujuſque Periodum obſervare, ac inter ſe mutuo comparare, ſumptâ unius Periodo tanquam menſura, ad quam reliquæ exigenndæ ſunt. Et quamvis Obſervatorem immotum (quippe in Solis centro) ſupponamus, adeoque ſtationis ſuæ mutationem (aut quod hujus inſtar eſt) non habere, quâ Planetarum diſtantias metiatur, naturâ duce concludet, in duobus Planetis invicem collatis, illum eſſe remotiorem qui majus tempus inſumit ut ad eaſdem Fixas redeat; adeoque Saturnum eſſe remotiſſimum, Jovem propiorem, tum Martem, huic inferiorem Tellurem, poſtea Venerem, & omnium infimum Mercurium.

Neque dubitationi locus eſt quin primi Aſtronomi, in Planetarum Ordine eruendo, eandem hanc adhibuerint

regulam:

regulam : (Nam opiniones, quarum meminit *Plutarchus Lib.* II. *de Placit. Philos.* nempe *Xenocratis* qui una eademque in superficie stellas moveri putat, & *Metrodori Chii* & *Cratetis*, qui Solem omnium supremum constitutum crediderunt, post quem Lunam, infra hos errantes inerantesque, vel desipientium fuere, vel, quod potius crediderim, eorum qui veritatem obvelare voluerunt:) licet multo difficilius in Terra quam in Sole adhibeatur, propter Planetarum è Terra visorum Stationes & Retrogradationes; adeoque plures observare oportuit eorum revolutiones, ut ex motu medio clare dignoscerentur Periodi. Sed & cujusque revolutio integra non tam facile innotuit, cum post integram revolutionem non ad easdem Fixas è Terra spectati redirent, propter Observatoris sedem non in eodem loco repertam. Non obstantibus hisce incommodis Saturnum remotissimum censuerunt quoniam lentissimum deprehenderunt, deinde Jovem, postea Martem, & omnium infinam Lunam. De trium vero reliquorum, Solis nimirum, Veneris & Mercurii ordine disputationi locus est relictus, cum eorum motus medios per integrum Zodiacum æquales deprehenderunt. Unde aliqui Marti proximam Venerem, huic Mercurium, ac deinde Solem statuere, ut ipse *Plato* adhuc junior; alii Marti proximum Mercurium, deinde Venerem, indeque Solem posuere, ut *Porphyrius*; *Alpetragius* sub Marte Venerem, sub qua Solem, deinde Mercurium statuebat; alii Marti proximum Solem, huic Venerem, deinde Mercurium, ut ipse *Ptolemæus*, quomodo Sol in medio Planetarum numerabatur; (quippe cui Saurnus, Jupiter & Mars sunt superiores & Venus, Mercurius ac Luna inferiores;) quod ab antiquissimo & vero Systemate, in quo Sol in Planetarum medio versari perhibetur, etiam tum temporis (saltem verbo-tenus) vix extincto; minime abhorruit. Alii interim ex æqualitate motûs medii trium istorum Syderum, Venerem & Mercurium Solem

circumire ſtatuerunt, illorumque Orbitas à Sole quaſi Epicyclos deferri, quæ ſententia *Ægyptiis* Philoſophis & *Ciceroni* placuit; niſi potius hunc horum trium corporum ordinem cenſeamus reliquias veri Syſtematis Mundani, apud *Ægyptiorum* Sacerdotes nondum penitus emortui.

Obſervatoris autem noſtri Solaris rationes ab hujuſmodi incommodis turbari nequeunt; ſed Planetæ omnes perpetuo directi, & Periodis admodum diverſis, ad eaſdem Fixas redire videbuntur; unde ex dicto principio illorum Ordo abſque omni hæſitatione ſtabilietur. Quod etiam decurſu temporis ulterius confirmabitur, cùm (iis inter ſe vel magnitudine prius obſervata, vel diverſo colore, ſatis jam ante diſtinctis) inferior ſuperiorem tegere facile deprehendetur.

Brevi etiam advertet Spectator Planetarum quemlibet ad Fixas collatum nunc tardius nunc velocius ferri, & ex prædicta regula concludet illum nunc propiorem nunc remotiorem eſſe; quod ex obſervata ejus diametro apparenti mutata plenius patebit. Verum cum obſervaverit velocitatem non augeri in eadem ratione cum diametro apparenti, ſed in ratione fere duplicata; inveniet velocitatis mutationem non eſſe totam opticam, ſed ejus ſemiſſem Planetæ revera ineſſe, alteram ſemiſſem propter majorem vicinitatem apparere.

Licet Planetarum Ordinem rite ſtabilitum facile teneat, non erit illi adeo proclive eorum à Sole diſtantias inter ſe comparare, deeſt enim hic (quâ nos Terricolæ gaudemus) Obſervatoris translatio de loco in locum, ſive ſtationum diverſitas, quâ Planetarum diſtantias à ſe invicem cum ſtationum diſtantia conferat.

Quod ſi oculum è Solis centro in illius ſuperficiem erigamus, tum ex Planetarum Parallaxi omnia patebunt: Telluris enim Parallaxis horizontalis, oculo ſic conſtituto, eſt æqualis Solis ſemidiametro è Terra viſæ, *ſc.* 16′, & ideo

ideo ſatis ſenſibilis; ipſiuſque Saturni, decuplo magis diſtantis, Parallaxis horizontalis ſeſqui-ſcrupulum excedet, dum proximi Mercurii ad 50′ fere aſcendit. Cum igitur Parallaxes iſtæ ſatis ſint ſenſibiles, Planetarum diſtantiæ cum Solis diametro conferentur, ideoque inter ſe mutuo. Oculo ſic collocata Fixæ omnes & Planetæ revolvi videbuntur ab ortu in occaſum ſpatio temporis viginti & quinque è noſtris diebus æquali. Polus boreus revolutionis hujus erit in loco illo quem nos Terricolæ ad decimam partem Piſcium referimus, cum Latitudine boreali 83 vel 84 partium; unde Stella polaris arctica erit ea ad Draconis flexuram ſecundam, quæque tribus gradibus ab ipſo Polo non diſtat. Polus auſtrinus erit in 10 gradu Virginis, gradibus 83 vel 84 latus in Auſtrum, vicinâ ſtellâ quartæ magnitudinis, quæ Cl. *Halleio* eſt in Argûs navis primo remo, inſignis.

Et licet Obſervator prædictus nullam Noctis viciſſitudinem patiatur, quippe qui in corporis luciḋiſſimi, Diem facientis, ſuperficie verſatur, Fixæ tamen & Planetæ arcus ſupra infraque Horizontem inæquales ſortientur, prout ad Polum elevatum vel depreſſum ab Æquatore declinaverint, plane ut nobis Terricolis evenit.

Planetæ è Sole ſpectati diverſæ Magnitudinis videntur. Saturni quidem diameter ſubtendit angulum 18″, Jovis fere 40″, Martis tantum 8″, Veneris 28″, & Mercurii 20″. Cl. *Hugenius* remotiſſimorum, Jovis & Saturni, diametros multo majores ponit; Jovis nempe 54″ fere; & Saturni Annulo nudati, 27″. Si Telluris apparentem è Sole diametrum, inter proximorum, Veneris nempe & Mercurii, diametros apparentes mediam ſtatuamus, erit hæc 24″; ſi inter quatuor Soli proximorum diametros mediam (nam ſuperiores duo, Jupiter & Saturnus, prorſus diverſæ Magnitudinis ſunt ab inferioribus) ſtatuamus, erit illa 18″ aut 19″ circiter, quantam D. *Caſſinus* illam ponit.

E Planetis hiſce ſex tres ſunt ſatellitio donati; Terra nimirum Luna unica ſtipata, quæ ab illa digredi videbitur, cum maxime, ſcrupulis primis circiter 10; Jupiter quatuor Lunis comitatus, quarum extima nunquam ad 9′ à Jove elongari videbitur; Saturnus quinque Satellitibus (præter Annulum) cinctus cernitur, quorum extimus ad parem fere à Saturno diſtantiam diſcedit. Horum Satellitum viæ è Sole viſæ, nunc magis nunc minus oblique ſpectatæ, Ellipſes nunc latiores nunc ſtrictiores videbuntur. Aliquando harum Orbitarum plana producta per Solem tranſeunt, in quo caſu in rectas abeunt Ellipſes prius admodum anguſtæ, quod bis in qualibet Orbitæ iſtius revolutione circa Solem contingit, ſiquidem ipſius planum ſibi ipſi parallelum maneat; unde Satelles nunc à Primario ſuo tegi videbitur & hunc viciſſim tegere, nunc extra ejus diſcum in Ellipſi circumagi.

Planetæ primarii eorumque Satellites ſuperficies habent non tantum non terſas & politas, ſed ne quidem adeo uniformes quin in illis reperiantur loca clariora & obſcuriora, hoc eſt, quæ Solis radios, quibus illuſtrantur, magis minuſve reflectunt. Maculæ hæ rotatione Planetæ circa proprium axem circulos deſcribunt; adeoque è Sole ſpectatæ harum viæ in plano Diſci planetarii, nunc ellipticæ videbuntur, nunc rectæ (prorſus ſicut prius Satellitum viæ) prout Sol ſupra iſtorum circulorum planum ad alterutrum latus attollitur, vel in eo reperitur, tempore *ſc.* Æquinoctii in Planeta iſto. Quod ſi macularum harum ſeries ſive faſciæ reperiantur, ut in Marte & Jove contingit, hæ ſimiliter vel in ſemi-ellipſes incurvatæ, (altera namque ſemi-ellipſis poſt Planetam latet,) vel in rectas extenſæ cernentur; quod & extremæ margini Annuli Saturni ſimiliter convenit. Verum macularum aliquæ nunc aliquandiu latent, nunc æque diu apparent, nempe prout Planetæ Polo à Sole averſo vel eidem obverſo propin-

quæ

quæ ſunt. Hæc in Saturno & Tellure maxime conſpicua ſunt, in reliquis vix; quia in iis Solis illuſtratio ad utrumque Polum ſemper pertingit.

Oculus in Sole poſitus nullam Umbram, nullam Eclipſin cernet, utpote quæ perpetuo à Sole ſunt averſæ. Aliquando Oculo, in ſuperficie Solis conſtituto, cui Planeta in horizonte eſt, Secundarius in penumbra Primarii videbitur, vel penumbra Secundarii in Primarii diſcum projecta; quod ex colore aliquanto fuſciori dignoſcetur.

Cæterum loca Planetarum Heliocentrica (& ideo facile ex dato in Solis ſuperficie puncto viſa) facile determinantur per dicta in Libro III. Immo cujuslibet Planetæ locus Heliocentricus prius determinandus eſt, ut ejus locus Geocentricus definiatur.

Præter Planetas primarios ſex una cum decem Satellitibus, (tot enim hucuſque Terricolis videre contigit,) qui ab Obſervatore Solari in Zodiaco vix ſedecim partes lato, & ad primi motûs circulum haud multum inclinato verſari, omneſque in eaſdem partes, inque Orbitis circularibus Soli fere concentricis, moveri videbuntur; præter hos, inquam, ſunt alterius generis corpora, quorum numerus adhuc incertus, in Orbitis valde excentricis delata (Cometæ dicti) quæ nunc ad Solem proxime accedunt, nunc ab illo in immenſum recedunt. Cometæ hi non in eandem omnes plagam, ſed hic in unam, ille in alteram (licet quilibet per ſe ſpectatus in eandem ſemper) inter Fixas ferri videbuntur; neque in Zodiaco ſive Planetarum via, ſed, ut plurimum, in viis ad hunc admodum notabiliter inclinatis, ſemper autem in circulis ſphæræ maximis.

Cometæ non ſolum maximâ motûs diverſitate à Planetis diſtinguuntur, ſed præcipue Comâ iſtâ, quæ, è Sole viſa, non, ut nobis plerumque, Caudæ inſtar protenditur, ſed circumcirca capiti circumfundi perpetuo videtur,

 ut

ut Cometæ in Solis opposito respectu Terræ constituto usu venit. Paulo tamen spissior est hæc Coma ad partes versus quas Cometa inter Fixas tendit, sed longius protensa in contrarias, Porro, capillitium hoc majus splendidiusque evadit dum Cometa ad Perihelinm descendit; non solum propter rationes opticas, quod Oculo & Soli illustranti vicinior sit; sed maxime quod confertior multo sit vapor è quo constat, propter auctum calorem per quem attollitur. Verum ne sic quidem Cometæ circumfusa Coma speciem præbebit Solari Observatori comparandum cum illa, quam tum temporis Observatori Terreno exhibet.

Hæc disputavimus ex hypothesi quod Oculus in Sole à circumfusa huic Atmosphæra non impediatur, quo minus tam libere longeque prospiciat atque nos Terricolæ nocte illuni. Si enim visu gaudeat acutiore vel hebetiore, alia magis dissita minusve illustrata videre poterit, aut forte ne ea quidem quæ hactenus recensita sunt; quæ tamen si viderit, non aliter videbit quam superius dictum est.

Præter prædicta phænomena eminus spectata, maximas in suæ sedis superficie mutationes cernet: Nunc enim magnis, densis & crebris maculis seu insulis obducta erit, quæ brevi figuras suas mutabunt, penitusque dissipatæ evanescent; nunc per diutinum tempus talis nulla (saltem tam magna aut densa) apparet. Verum hæc Oculo, de quo nunc agimus, pro Cœlestibus non habebuntur; de iis igitur hoc loco plura non adjiciemus.

PROPOSITIO II.

Phænomena Oculo in Mercurio posito visa describere.

PRæter ista de Fixarum ordine, quæ Oculo ubivis intra Saturni Orbem posito conveniunt, de quibus in præcedente, patet Oculum in Mercurio positum Solem videre fere

fere triplo latiorem quam eundem Terricolæ vident, quia (per Propp. XL, & XLII. Lib. I.) Mercurius fere triplo propior eſt Soli quam Tellus. Unde & Solaris Diſcus è Mercurio viſus ſeptuplo major eſt quam qui nobis apparet, & (per Prop. XLVIII. Lib. I.) ſeptuplo majore Luce & Calore, cæteris paribus, fruitur Mercurius quam Terra. At qualitates hæ multum intenduntur & remittuntur pro diverſa Mercurii à Sole diſtantia; nam hujus Orbita eſt omnium multo maxime excentrica.

Gravitas acceleratrix verſus Solem etiam ſeptuplo major eſt illic quam hic. Mercurii denſitas, & conſequenter corporum in ſuperficie poſitorum gravitas acceleratrix verſus ejus centrum (ex Corol. Prop. XLIX. Lib. III.) colligetur; licet minus accurate quam ſupradicta verſus Solem, quia tantum analogice. Verum de hiſce hic & in ſequentibus tacebimus, quippe quæ ad Phænomena Cœleſtia (ſola à nobis hoc in loco conſideranda) nihil attinent.

Nondum per obſervationes compertum eſt an Mercurius circa proprium Axem rotetur, & ideo certo definiri nequit num, Oculo in ejus ſuperficie poſito, omnia extra poſita motu contrario revolvi videantur, hoc eſt, num Diei & Noctis viciſſitudo illic contingat, multo minus quodnam ſit Nychthemeri ſpatium; ita autem fieri ſatis tuto conjicere licet, cum in reliquis Planetis iſtud obtineat. Mercurii vero Annus vix quadrantem Anni noſtri adæquat. An vero varias Anni tempeſtates patiatur Mercurius incertum etiam, quippe quæ pendent ab ignota inclinatione axis, ſuper quem Mercurius in ſeipſum revolvitur, ad planum Orbitæ quam circa Solem deſcribit.

Oculus in Mercurio Solem reſpiciens, Solis Maculis (ſi quæ ſint) nunc in linea recta diſcum ejus trajicientes ab ortu in occaſum, nunc earum viam Ellipticam, in has

vel

vel illas partes incurvatam cernet; ut Schol. Prop. LXX. Lib. IV. oſtenſum eſt: Atque omnis hujus Phænomeni varietas ſemel in Anno abſolvitur, in quo bis rectilinea apparebit Macularum ſemita. In hoc caſu Mercurius Maculas omnes in Solis ſuperficie exiſtentes videbit, quoniam in plano Æquatoris Solaris exiſtens utrumque ejus Polum in margine diſci ſiſtit. Ad cum Oculus ſupra Æquatoris Solaris planum verſus alterutrum Polum attollitur, hoc eſt, cum Maculæ Ellipſin deſcribere videntur; Polus alter & Maculæ illi vicinæ in poſtico Solis hemiſphærio latent. In omni vero caſu Macula prope Solis limbum diverſam prorſus figuram induere videbitur ab illa quam in medio diſco refert; quippe admodum oblique ſpectata.

Verum macularum, Solarium, è Mercurio ſpectatarum, via erit ſemper fere recta; quoniam Mercurius à plano Æquatoris Solaris nunquam multum declinat, & igitur vix ſenſibiliter à planis circulorum, quos Maculæ rotando deſcribunt. Cumque planum Orbitæ Telluris omnium maxime ad prædictum planum Æquatoris Solaris inclinetur, Macularum via è Tellure ſpectata curvior apparet quam ſi ex alio quovis Planeta ſpectetur Sol. Curvatura hæc paulo minor erit ex Jove vel Marte ſpectata, adhuc minor ex Saturno, minor adhuc ex Venere, omniumque minima ex Mercurio, ut hactenus dictum. Mercurius videbit etiam viam tum Satellitum tum Macularum aliorum Planetarum, nunc in rectam extenſam, nunc in curvam ſinuatam, harumque aliquas longo nunc tempore latentes, nunc tam diu conſpicuas, prout bolo latenti vel conſpicuo propinquæ fuerint.

Mercurio reliqui quinque Planetæ ſunt ſuperiores: Paria igitur ſunt eorum omnium Phænomena Oculo in Mercurio poſito, Phænomenis Martis, Jovis & Saturni è Terra ſpectatorum, de quibus Propp. VII, VIII, & IX. Lib. I.

Adeo-

Adeoque Venus & Terra Soli oppoſitæ, pleno Orbe fulgentes radioſque Solis quam directiſſime repercutientes, Mercurio pernoctes ſunt tenebraſque potenter diſpellunt. Cùm enim Venus jam in cornua abiens, & partem minimam ſui hemiſphærii illuſtrati Terricolis oſtendens, tam lucida ſit ut umbram projiciat, lucidiſſima apparebit Mercurio, cui integrum ſui hemiſphærium illuſtratum obvertit. Magnæ quoque ſunt Terræ vires in Solis radiis reflectendis, ut conſtat ex luce, qua Lunæ diſcum ſibi obverſum perfundit: Sed hæc tam à Sole illuſtrante quam à Mercurio illuſtrando longius diſſita minores quàm Venus vires in hoc negotio oſtendet; niſi forſan potentius reflectat lumen quàm Venus, quod non eſt veriſimile. Superiorum adhuc minores ſunt in illuminando Mercurio vires quàm quas nobis Terricolis oſtentant.

Nullum inferiorem nobis notum videt Mercurius, adeoque Stellam nullam falcatam, & in cornua extenuatam videt; argumentiſque proinde caret ab hujuſmodi Planetarum phaſibus petitis, quibus verum Mundi Syſtema ſtabiliat: Inferiorum enim Phaſes primo clare evicerunt eorum motus circa Solem ordinari; unde proclive fuit idem colligere de aliorum motibus. Exinde verò quod nos Terricolæ Planetas Mercurio inferiores non cernamus, nequaquam ſequitur nullos tales dari: ipſe enim Mercurius in Sphæra noſtra obliqua raro cernitur, & illo multum nunquam, propter Solis viciniam, cernetur.

Obſervatori huic Mercuriali, ſicut & nobis Terricolis, deſunt media, quibus corporum Cœleſtium diſtantias & diametros cum domicilii ſui diametro, ſuiſve menſuris, comparare poteſt, ſi quidem accuratiora inſtrumenta non adhibeat. Nam Parallaxis Solis ex Mercurio viſi (quantum ex analogia conjicere licet) minor eſt ejuſdem Parallaxi è Terra; diameter utique apparens Mercurii è Sole minor

minor diametro Telluris apparente eodem: Et Venus Soli oppoſita, Mercurioque proinde proxima, tantundem fere diſtat à Mercurio atque ipſe Sol; Veneriſque adeo Parallaxis (etiam cum Mercurius in Aphelio illam Soli oppoſitam, & conſequenter ſibi omnium proximam, cernit) Parallaxi Solis è Terra viſi non eſt major. Atque hæc duo ſunt magna Mondi corpora, Mercurio proxima, Parallaxin maxime ſenſibilem habentia.

Quoniam autem ipſe Mercurius locum mutat, per Obſervationes in diverſis ſtationibus factas colliget Mercurii incola rationem inter diſtantiam Mercurii à Sole & alterius cujuſvis Planetæ diſtantiam ab eodem, ſimili modo atque nos Terricolæ ex magni Orbis Parallaxi. Verum quidem eſt illam non tam tuto colligi, quia diſtantia Mercurii à Sole tam magna non eſt reſpectu diſtantia aliorum Planetarum atque Terræ noſtræ diſtantia à Sole: At cùm ſit earum reſpectu adhuc ſenſibilis ſatis, nimirum diſtantiæ Saturni à Sole pars circiter vigeſima quinta; omnium iſtarum diſtantiarum ratio, per Obſervationes in Mercurio factas, ſatis commode definientur, modo Obſervator domicilii ſui motum circa Solem agnoſcat. Sin, ſenſibus fidens, Mercurium ſuum pro immobili certo habeat, ne iſtud quidem præſtare poterit, ſicut nec Aſtronomi Telluris incolæ, quamdiu Tellurem immotam habuere; quod ex Orbium Planetariorum diſtantiis à *Ptolemaicis* aſſignatis, inter ſe tam immane diverſis, phænomenis tamen ſatis conſentientibus, abunde conſtat. In Syſtemate enim immoti loci Obſervatoris, ſi cuilibet ſuperiorum aptetur Epicyclus in una revolutione ad Solem percurrendus, & obſervatæ ejus diſtantiæ maximæ à loco in ſuo excentrico prope quadratum Solis contingenti explicandæ ſufficiens, poterit (ſalvis phænomenis) Excentrici deferentis Epicyclum ſemidiameter aſſumi cujuſvis magnitudinis, modo talis ut Planeta, quando proximus, longius à Terra

à Terra absit quam ut illius distantia ex parallaxi definiri queat : Immo nihil obstat quin Martem supra Jovem, aut Saturnum infra Martem, collocet, nisi regula Prop. præc. tradita, & hæc quidem sagacitati non demonstrationi innixa.

Loca Solis omniumque Planetarum, è Mercurio visa, eodem modo investigantur, quo ex Tellure visa, & Tabularum Lib. III. descriptarum ope definiuntur : Quum enim ex illis loca Heliocentrica cum Mercurii tum alterius cujusvis prompte definita habeantur, alterius istius locus Hermocentricus definietur per praxin praxi Prop. XL. Lib. III. similem ; quod & de alio quovis similiter est verum, quod semel monuisse sufficiat, ne idem in Propositionibus singulis identidem repetendum sit.

Cometarum] Phænomena ex Mercurio, aliove quovis è Planetis, visa eadem fere sunt cum illorum Phænomenis ex Tellure visis, de quibus Lib. præced. dictum est; neque aliter quam in mensuris differunt.

PROPOSITIO III.

Phænomena Oculo in Venere constituto visa describere.

IN Venere Sol duplo fere minore diametro apparet quàm in Mercurio, & sescuplo majore quàm è Terra. Unde Solis discus Venere plus duplo major quàm nobis, simulque Lux, Calor Gravitasque acceleratrix ad Solem in eadem ratione augentur.

Qui Veneri Annus est (ejus nempe circa Solem periodus) nostrorum mensium septem cum dimidio æqualis est : Dies verò in Venere die nostro minor est unâ fere Horâ.

Venus quatuor cernit Planetas superiores, quorum proinde phænomena similia sunt illis Martis, Jovis & Saturni è Terra, omniumve è Mercurio visis. Tellus autem nostra in Solis opposito visa, & pernox, cum (per

Prop. IX. Lib. I.) pleno Orbe fulgeat, lucidiſſima apparebit; atque lux hæc à Luna noſtra, etiam pleno Orbe fulgente, augebitur. Luna Tellurem perpetuo comitari videbitur, ut revera fit, & ultra gradûs ſemiſſem quandoque à Tellure digredi.

Venus unicum obtinet Planetam ſe inferiorem, Mercurium *ſc.* qui nunquam longius à Sole evagatur quam 38 circiter partibus, quique ſimilia præbebit ſpectacula Veneri atque Venus & Mercurius Terricolis, de quibus Prop. IV, V, & VI. Lib. I.

Obſervatori in Venere conſtituto non prorſus deſunt media, quibus Cœleſtium diſtantias cum ſuis menſuris conferat; nam Veneris ſuæ diametrum cum menſuris ſibi familiaribus comparabit, ſicut nos Terræ noſtræ cum noſtris, per Schol. Prop. XVII. Lib. II. & Parallaxis Terræ, Soli oppoſitæ, quadruplo major eſt Parallaxi Solis è Terra ſpectati, & ideo non prorſus inſenſibilis: Innoteſcit igitur ratio diametri ſuæ Veneris ad diſtantiam Terræ Soli oppoſitæ & retrogradæ à Venere; hoc eſt, differentiam diſtantiarum Veneris & Terræ à Sole; hæc verò Parallaxis in reliquis Planetis (etiam cùm ſunt Veneri proximi) inſenſibilis fere eſt. Quod ſi Venus motum ſuum circa Solem agnoſcat, exinde colliget rationem inter diſtantias Planetarum à Sole, ſicut Terricolæ colligunt: Et datis autem ratione inter binas quantitates, & differentia inter illas, dantur ipſæ quantitates, & conſequenter aliæ iſtæ datas ad harum alterutram rationes habentes. Sin motum domicilii ſui non agnoſcat Oculus in Venere poſitus, ordinem quidem ſuperiorum (ex regula Prop. I. tradita) conjecturis ſtabiliet, diſtantias verò minime, ut de Mercuriali Aſtronomo in præcedente dictum eſt. De Mercurii Soliſque ordine eædem ambigendi rationes quæ veteribus Aſtronomis, Telluris incolis, de Mercurii, Veneris Soliſque ordine; aliis contendentibus Mercurium eſſe ſupra Solem

Solem respectu Veneris in centro quiescentis; aliis illum esse infra eundem; aliis denique Mercurii motum circa Solem ceu centrum ordinari volentibus. Mercurium verò Solem ambire tandem constabit, cùm visûs adminicula eousque promoveantur, ut diversæ Mercurii phases oculis subjiciantur. Nam antequam hoc contingat, licebit (salvis Phænomenis) eousque in Planetarum distantiis æstimandis errare, ut si Mercurio concedatur Epicyclus, cujus diameter è Venere visa circiter duo signa cum dimidio adæquat, & hujus centrum rectæ Solem Veneremque jungenti, ultrave Solem productæ, alligetur, Epicyclus Deferens vel ultra Polis Orbitam, vel utcunque citra (modo extra Parallaxis diurnæ limites, collocari possit. Quod palam est exinde, quod Deferentes Epicyclos Mercurii Venerisque in Systemate Terræ immotæ (salvis Phænomenis tunc manifestis) collocati sunt longe citra Solem à *Ptolemæi* sectatoribus, Astronomis fere ad unum omnibus; licet nemo sit qui nunc Planetas hosce Solem circumire non ultro agnoscat.

Determinatis semel Orbium Planetariorum distantiis à Sole, in Systemate vero Veneris circa Solem motæ, si alteri Astronomo constitutum sit Venerem (suam sedem) in Mundi centrum reponere & pro immota habere, illud rite, & secundum Opticæ leges, duobus modis efficere poterit. Primo, Venere in centrum promotâ, Solem simulque Planetas omnes & eorum Orbitas, quas circa Solem describunt, versus eandem plagam in rectis parallelis tantundem promovebit; & fiet apud Venerem Systema Mundi *Tychonicum*, in quo nempe Sol circa Venerem defertur in Orbita æquali, simili & contrarie posita ei in qua Venus circa Solem revera movetur, & Planetæ omnes eorumque Satellites (præterquam quod à Sole deferantur circa Venerem) eosdem circa Solem peragebant, Primarii quidem quasi in Epicyclis, Satellitis vero in

in Epicyclo-Epicyclis; & Telluris Orbita Solis Cœlum interſecabit ſimiliter atque Martis Orbita illud interſecat in Syſtemate *Tychonico* apud Terram condito. At Jovis Orbita Solis Orbitum non interſecat, ſed continet, in ſimili Syſtemate apud Martem. Secundo, Syſtema Veneris in centro immotæ legitime condet Aſtronomus, Venerem ſuam in centrum promovendo, ſimulque Solem & omnes Planetas tantundem verſus eandem plagam in rectis parallelis ut prius extrudendo, ſed non Planetarum Orbitas, quas immotas conſervat, eaſdemque quas circa Solem (dum hic in centro maneret) deſcribebant, quippe in quibus Planetas etiamnum circumagere Aſtronomo noſtro eſt conſtitutum; & fiet apud Venerem Syſtema *Ptolemaicum*, in quo nempe Sol circa Venerem defertur ut in modo explicato Syſtemate *Tychonico*, & Planeta quivis in Epicyclo movetur æquali, ſimili & contrarie poſito veræ Orbitæ Veneris circa Solem, Epicycli autem centrum in eadem Orbita & eodem prorſus modo atque ipſe Planeta ante Solis extruſionem de centro Veneriſque inibi collocationem, & Telluris Epicyclus in Cœlum Solis deſcendit ſimiliter atque Martis Epicyclus in ſimili Syſtemate apud Terram condito; quod & apud alium quemvis Planetam obtinebit præter Martem. Hoc modo effictum Syſtema *Ptolemaicum* ſibi prorſus conſiſteret, & motus centri Epicycli eſſet à Sole ſolutus, motus verò Planetæ in Epicyclo eidem alligatus, tam in inferioribus quàm in ſuperioribus; &, univerſaliter, Phænomenis omnibus pariter per hoc Syſtema ſatis fieret atque per *Verum* aut *Tychonicum*. Duo hæc Syſtemata (*Ptolemaicum* & *Tychonicum*) permutant Deferentes & Epicyclos: Namque *Tychonicum* eundem Planetis omnibus ſtatuit Deferentem æqualem, ſimilem & contrarie poſitum Orbitæ ſpectatoris Planetæ circa Solem, diverſos verò Epicyclos ſimiles & ſimiliter poſitos veris reſpectivorum Planetarum Orbitis

tis circa Solem; nam Solis in hoc Syſtemate nullus eſt Epicyclus, ſicuti in vero nulla eſt Orbita, ſed & ibi Epicyclus & hic Orbita puncta habentur, quæ figuræ ſunt ſimiles & ſimiliter poſitæ. At Syſtema *Ptolemaicum* Planetis omnibus Epicyclos ſtatuit prædictæ ſpectatoris Planetæ Orbitæ circa Solem æquales, ſimiles & contrarie poſitos, diverſos vero Deferentes, eoſdem *ſc.* cum reſpectivis eorum Orbitis circa Solem in Syſtemate vero; namque via Solis in hoc Syſtemate eſt Epicyclus cujus Deferens eſt immotum punctum, idem *ſc.* cum Orbita Solis in vero Syſtemate. At cum Syſtema à *Ptolemaicis* aſſertum non ſit ex vero Syſtemate formatum, ſed pedetentim ex Phænomenis extructum abſque ope veri; ideo Orbium deferentium proportio in illo (prout ab ejus cultoribus traditur) eſt ignorata, & tantum ratio inter Planetæ cujuſque Deferentem & Epicyclum ex ejus motibus ſtabilita; unde fit ut in Saturno, Jove & Marte ſemidiameter Deferentis (ex ipſius *Ptolemæi* numeris) ſit ad Epicycli Semidiametrum ut Diſtantia Planetæ à Sole ad Telluris diſtantiam ab eodem. At cum in Syſtemate *Tychonico* idem ſit omnium Planetarum Deferens, ſi ex cujuſque motibus inveniatur vera ratio inter ejus Epicyclum & Deferentem, ex æquo inventa eo ipſo habetur ratio inter omnium Epicyclos, hoc eſt, inter Planetarum omnium Orbitas; atque nihil amplius eſt factum per Syſtema verum. Syſtema *Ptolemaicum* legitimum (hoc eſt, prædicto modo genitum) ponit Planetarum inferiorum Epicyclos Solis Orbitæ æquales: At cùm monſtroſum viſum ſit Epicyclos ponere Deferente majorem, ideo *Ptolemaici* utriuſque Inferioris Deferentem mutarunt in Epicyclum, ita tamen ut quiſque naturam ſuam (quod impedire haud poterant) conſervaret; nempe ut motus centri Epicycli in Deferente ſit Soli alligatus, & ut Planetæ motus in Epicyclo ſit à Sole ſolutus. Hâc permutatione Syſtema ſuum genuinum ſupra

ſupra deſcriptum reliquerunt, & quaſi *Tychonicum* ſunt amplexi; & in hoc ſolo Inferiorum Syſtema *Ptolemaicum* differt à *Tychonico*, quod, verâ ſemidiametro Deferentis ignoratâ, ponat veram tantum rationem inter ſemidiametrum Deferentis & ſemidiametrum Epicycli, nempe hæc apud *Ptolemæum* eadem eſt cum ratione Diſtantiæ Terræ à Sole ad diſtantiam dicti Inferioris ab eodem in Syſtemate vero. Atque prædicta duo Syſtemata fiunt retentis Orbitis Planetariis Syſtematis veri; mutatis verò illis, numero infinita fabricari poterunt Syſtemata, quorum quodlibet Phænomenis ſatisfaciat, immo quod cujuſvis Planetæ locum reſpectu Terræ eundem (hoc eſt, in eadem poſitione & magnitudine recta è Terra educto) faciat cum ejus loco in Syſtemate vero, quorumque nullum, aliter quàm ex Phyſica, redargui poteſt.

Venerem Comite gaudere pluſquam ſuſpicio eſt ex oculatiſſimi D. *Caſſini* obſervationibus binis Annis 1672 & 1686 caſu factis, in quarum ultima, die 28 *Auguſt.* hor. 4. ſcrup. 15. mane, Teleſcopio 34 pedes longo, per horæ quadrantem vidit quaſi Veneris Comitem $\frac{3}{5}$ diametri Veneris à Venere diſtantem, ejuſdem cum illa Phaſis, (ut oportuit, cùm illorum ſitus, reſpectu Solis illuſtrantis Terræque videntis, idem fuerit,) ſed informem, & diametro quæ Veneris diametri quadrantem non excederet. Quod Comitem hunc non alias viderit D. *Caſſinus*, licet ſummopere anniteretur, exinde forte fit, quod Satellitis hujus ſuperficies minus apta ſit ad Solis lumen reflectendum, quod de Luna noſtræ maculis verum deprehendimus. Si enim integra noſtra Luna tam debiliter lumen reflecteret, atque ejus maculæ quædam obſcuriores, ægre & figuræ male terminatæ apud Venerem videretur: Fatendum tamen hunc Veneris Satellitem (ſi talis detur) diverſæ admodum eſſe naturæ à ſuo Primario,

mario, qui Solis lumen potenter adeo ſortiterque remittit, ut tubo 60 pedes longo vix aliquid maculæ ſimile potuerit *Hugenius* in eo animadvertere; quod etiam in cauſa eſt cur poſitio axis, circa quem motu diurno convertitur, non ſit definita. Verum diverſitas hæc inter Venerem ejuſque Comitem exhinc forte provenit, quod non ſolidus Veneris globus, ſed illi circumfuſa Atmoſphæra denſior vaporibuſque referta, lumen Solis ad nos repercutiat, qualis tamen Comiti ejus non circumfunditur, ſicut nec Lunæ noſtræ, denſa licet ſatis Atmoſphæra, & nebulas vehens, Terræ circumfundatur, quæ hanc è Venere aſpicienti ægre permitteret Terrarum Mariumque diſtinctionem percipere, ſed æquabilem fere ejus ſuperficiem, & luce æqualiter perfuſam repræſentaret, qualem nos Venerem videmus, Si Venerem Luna comitetur ſua, in omnibus fere Planeta iſte Telluri noſtræ aſſimilatur, à qua & Anni & Diei quantitate, & Caloris gradu minus differt quàm alter quivis Planeta.

PROPOSITIO IV.

Phænomena Oculo in Marte poſito viſa deſcribere.

SOl è Marte ſeſcuplo minore diametro apparet quàm è Terra; & proinde duplo minorem in Martis regione impertit lucem & calorem quàm nobis Terricolis. Sed hæc, propter magnam Orbitæ Martis Excentricitatem, mutantur ſenſibiliter, licet non tantum atque in Mercurio.

Martis Annus binis fere è noſtris eſt æqualis; Dies verò naturalis noſtro paululum major: Artificialis vero dies, quo Sol ſupra Horizontem lucet, (præter Crepuſcula ante Solis ortum, & poſt ejus occaſum pro altitudine atmoſphæræ diuturna,) nocti perpetuo eſt & ubique fere æqualis, & ideo parva æſtatis hyemiſque diſcrimina in

eodem loco ſentiuntur ; & hæc quidem quia Axis diurnæ revolutionis ad planum Orbis Martis normalis fere eſt. Interim loca, in diverſis diſtantiis à medio inter Polos circulo, diverſos admodum habent Caloris gradus, propter diverſam radiorum Solarium inclinationem ad Horizontem, ſicut in Terra Æquinoctii tempore fit : Atque hinc ortas eſſe Faſcias ſuſpicor, dicto circulo inter Polos medio parallelas. Cùm enim idem Caloris gradus in eodem Climate ſemper maneat, veriſimile eſt Maculas in Marte (ſicut in Ter[illegible] nubes & nivem) calori frigorique ortum ſuum debentes ſecundum dicta Climata extendi, faſciaque efficere circulis revolutionis diurnæ Martis parallelas; quod etiam de Jove verum eſt, cùm ille æque ac Mars perpetuo gaudeat Æquinoctio.

Martis incola duos cernit Planetas ſuperiores, Jovem & Saturnum, duoſque inferiores, Terram Veneremque; quorum phænomena ſimilia ſunt phænomenis ſuperiorum & inferiorum ſupra deſcriptis. Mercurium nunquam videbit (quippe nunquam longe ultra Signi ſemiſſem à Sole elongatum) niſi forte, maculæ inſtar, Solis diſcum tranſeuntem; ſaltem ſi Marti circumfuſa ſit atmoſphæra Terreſtri noſtræ æquicraſſa & ampla, qualem arguunt obſervationes Fixarum obſcuratarum & prope extinctarum antequam Martis globum attingere videntur. Venerem à Sole elongatam videbit quantum nos Mercurium, Terramque quantum Terra Venerem : Cumque Tellus, è Marte viſa, Soli fere conjuncta & proxima apparet, illud in Terra videbit quod Cl. D. *Caſſinus* ſemel biſve in Venere ; nempe Planetam inferiorem falcatum, Comitemque ejuſdem phaſis juxta poſitum, quem, cum maxime, non ad gradus trientem ab illo elongatum videbit.

Aſtronomus in Marte poſitus mediis penitus eſt deſtitutus, quibus Cœleſtia corpora Marti ſuo conferat, eorumque

rumque diſtantias menſuris ſibi notis; propter Planetarum proximorum Jovis & Terræ diſtantiam, & domicilii ſui parvitatem. Telluris enim, etiam cùm ſibi proximæ omniumque Cœleſtium infimæ, parallaxis non erit ſenſibilis, quippe non ultra 12 ſcrupula ſecunda aſcendens, quanta fere eſt Solis parallaxis nobis Terricolis. At ſi Martis ſui motum circa Solem agnoſcat, Cœleſtium diſtantias inter ſe comparare poteſt: ſi non, ne hoc quidem; ut fuſe in duabus præcedentibus Propoſitionibus oſtenſum eſt.

PROPOSITIO V.

Phænomena Cœleſtia Oculo in Jove collocato ſpectanda deſcribere.

SOl è Jove paulò plus quàm quintuplo minore diametro apparet quàm è Tellure; & ejus proinde Lux & Calor vigeſies & ſepties in Jove quàm apud nos minor. Jovis Annus duodecim fere è noſtris æqualis eſt: Dies vero naturalis noſtro viciſſim minor; utpote qui ad decem ex horis noſtris vix aſcendit: (Atque motus Jovis circa proprium axem periodo abſolvitur omnium minimâ earum, quas in Cœlo hactenus obſervarunt Aſtronomi:) Unde apud Jovem ultra decem mille dies in Anno numerantur. Dies Jovialis fere in diem artificialem & noctem dividitur, per univerſam Jovis ſuperficiem; cùm Axis, circa quem Jupiter revolvitur, ſit fere normalis ad planum Orbitæ, quam ille circa Solem deſcribit: Unde ſimilia obtinebunt atque in Marte, de quibus in præcedente dictum eſt.

Quatuor licet ſint Planetæ primarii Jove inferiores, illorum nullum cernet Oculus in Jove poſitus; ſi hunc ponamus acutiore viſu non pollere quam nos, & atmoſphærâ involutum eſſe qualis Telluri circundatur: Nam

ipſe Mars, qui omnium longiſſime à Sole digreditur, non ultra 18^{gr}. elongari videtur; cùm autem Mars & parvus ſit, & Solis lumen debiliter remittat, hic in ea à Sole diſtantia vix videbitur. Verum quidem eſt Solis lumen apud Jovem non eſſe tam ſplendidum atque apud nos, ideoque vicinas Stellas ab illo non tantum offuſcari; ſed & Martis, Terræ, Veneriſve lumen in eadem ratione, propter diſtantiam Oculi auctam, minuitur: Unde, in elongatione pari à Sole, è Jove viſi etiam pariter extinguuntur à lumine Solis. Poterunt autem Jove inferiores è Jove in Solis diſco macularum inſtar ſpectari; ſed iſtud caſu tantum fiet: Nam Jovialis Aſtronomus de illorum exiſtentia non magis certus quàm nos de exiſtentia Planetarum Mercurio inferiorum illorum motus non tenebit, ut ad ſpectaculum debito tempore attendat; unicum igitur Saturnum, eumque ſuperiorem, videbit Oculus in Jove poſitus.

At interim quatuor Comites ſuos, in vicinia poſitos & Solis lumen fortiter reflectentes, cernet in circulo medio inter Polos motûs primi delatos, niſi quatenus per parallaxin, ab Oculo verſus alterutrum Jovis Polum poſito, inde in alterum declinare videantur; adeo ut Planetarum numerus, Oculo in Jove poſito, ad ſenarium aſcendat. Quippe nullum eſt dubium quin domicilium ſuum, Jovis globum, pro immoto habens (quod ob magnitudinem immenſam ſupra ſibi ſatis compertos Planetas propiores potiore jure fiet quàm à Terricolis Terra) quatuor ſuos comites Planetas ſtatuat, quibus Solem Saturnumque annumerat, plane ſicut nos Lunam reliquis ſex annumeramus: Et quidem in eorum ordine vix aberrabit, ſi illum remotiorem habeat, qui longiore tempore Cœli circuitum circa Jovem abſolvit.

Porro, quatuor Inferiorum diſtantias cum menſuris ſuis comparabit facile; haſce nimirum cum Jovis diametro, ſicut nos noſtras cum diametro Terræ; & Planetarum quatuor proximorum diſtantias cum diametro Jovis facilius quàm nos Lunæ diſtan-

diſtantiam cum diametro Terræ: Nam remotiſſimi illorum è Jove ſpectati Parallaxis horizontalis eſt pluſquam duplo major Parallaxi horizontali Lunæ è Terra viſæ, adeoque valde ſenſibilis. At licet Jovis globus ſit immenſe magnus reſpectu Terræ noſtræ, Parallaxis Solis è Jove viſi vix erit ſenſibilis, quippe ad 20″ non aſcendens; neque Saturni (etiam Soli oppoſiti & Jovi proximi) multo major erit Parallaxis: Jovis igitur incola Solis & Saturni diſtantias cum menſuris ſuis ægre comparabit. Si ſui Jovis motum circa Solem agnoſcat, rationem inter diſtantias Jovis & Saturni à Sole facile definiet, aliàs non; ut Prop. III. explicatum eſt.

Duo igitur Planetarum genera diſtinguet Obſervator Jovialis ſenſibus innixus; proximos nempe quatuor, & remotiſſimos duos Solem & Saturnum, hos diametro minore, illos multo majore apparentes. Nam è remotioribus Sol videtur circiter 6′ latus, cùm Saturni etiam proximi diameter vix ad ſcrupuli beſſem aſcendat. Reliquorum à Jove quartus eâ fere magnitudine videtur quâ Terricolis Luna, quinquies nempe majori diametro, & vigeſies ac quinquies majore diſco quàm Sol ex eodem Jove; & ſi Satellites reliqui non ſint extimo multo minores, hi è Jove viſi adhuc majores apparent, ſi quidem ſinguli ſint Tellure noſtrâ haud minores, ut perſpicaciſſimo Coſmographo D. *Hugenio* videntur. Diſtinguentur præterea quatuor propiores & apparenter majores à remotioribus & minoribus, quod in Planetis propioribus quadrata temporum periodicorum ſint ut cubi diſtantiarum eorundem à centro ſui Jovis; hoc verò minime obtineat, ſi majorum quivis cum minorum aliquo comparetur. Quamvis propiores appareant majores, ipſe Sol illis immenſe magis lucidus videbitur: Immo ex eorum phaſibus, ab ipſorum ad Solem aſpectu pendentibus, totidem Lunæ videbuntur. Unde quatuor Menſium genera agnoſcet Jovis incola à

totidem Lunis denominata. Minimorum Menſium ultra 2407 in Anno continentur; Menſium proxime majorum numerus in Anno quaſi duplo minor; ordine tertiorum numerus in Anno Joviali ſecundorum quaſi ſubduplus, ſive minimorum fere ſubquadruplus; maximorum vero Menſium ſunt in Anno fere 254. Et ideo licet Temporis Notatio ſit apud Jovem intricatior, quia Annus magnum Dierum numerum continet, per quatuor hæcce Menſium genera illa expedita ſatis redditur; in Menſe enim minimo quatuor tantum erunt Dies cum quadrante; in maximo vero paulò plus quàm Dies quadraginta.

Præterea, Lunæ hæ, Soli è Jove oppoſitæ, in Jovis umbram incurrentes deficiunt, & viciſſim Soli conjunctæ, umbras ſuas in Jovem projicientes, ſpeciem Solis deficientis Oculo in regione per umbram occupata (quæ parva ſatis eſt ſuperficiei Jovis portio) poſito præbent, plane ut Luna noſtra. Quoniam vero Lunarum iſtarum Orbitæ circa Jovem ſunt in plano (omnes quidem in eodem quamproxime, niſi quod à Jove ſecundus inde paululum deflectat) ad planum itineris Jovis circa Solem inclinato, Eclipſes iſtarum Lunarum centrales ſunt & maxime diuturnæ, cùm Sol in Nodo Lunarum alterutro verſatur. Sole extra hunc ſitum verſante, Eclipſes etiamnum totales eſſe poterunt, licet non centrales; quia umbra Jovis decuplo fere latior eſt quàm Satellitum quivis, & Lunæ cujuſvis diameter apparens quintuplo major Solis diametro apparente. Atque inſignis hæc diametrorum inæqualitas, & parva plani Orbitarum Satellitum inclinatio ad planum Orbitæ Jovis circa Solem, in cauſa eſt cur Eclipſes, tam Lunarum quàm Solis, ſingulis revolutionibus contingant, licet Sol longe à Nodis diſtet. Et quidem inferiores, licet Sol è Jove viſus omnium maxime à Lunarum Nodis diſtet, etiamnum in Jovis umbram incurrunt, & eorum umbræ Jovem viciſſim attingunt; remotiſſimus vero in hoc caſu,

casu, per Jovialis Anni sextantem, umbram in Solis opposito effugit, & vicissim Jupiter illius cum Sole conjuncti umbram: Sed & Eclipsium partialium phænomena temporibus locisque intermediis cernet Oculus in Jove positus. Porro Eclipsis Lunæ per Lunam hîc contingit, cujus phasis aliquando plane diversa est, immo contraria prius descriptæ Eclipsi Lunæ in Jovis umbram incurrentis: in hac enim, primo deficit Lunæ limbus orientalis, & occidentalis ultimo ex umbra emergit; in illarum vero aliis, primo deficit occidentalis limbus, & orientalis ultimo lumen suum recuperat, in aliis è contra. Jovis umbra, licet longe ultra suos Satellitus porrecta, ad alium Planetam non porrigitur, quod in omnibus aliis Primariis etiam obtinet. Nam solus Saturnus in illam, si vel infinita esset, immergi potest; umbra vero Jovis ad Orbem Saturni porrigi nequit, nisi Jovis diameter sit quasi semissis diametri Solis, & ad partem nonam vix ascendit.

Si Jovis superficies fluido magna ex parte tegatur, & Maria ista navigari fingamus; Navigatio percommoda erit, cum propter Noctes brevissimas, easque ex Lunarum multitudine vix unquam illunes, plerumque per illarum plures admodum clares, tum quod illarum auxilio cursus suos regere possint. Sed & ex tam multiplicibus Eclipsibus loci Longitudo facillime definietur, & Hydrographicæ Tabulæ accuratæ construentur; quod in tam vasto globo percommodum est, cujus nempe superficies centuplo (immo ex D. *Hugenii* sententia quadringenties) major superficie Telluris ejus mensuram laboriosissimam redderet. At Æstus Maris reciprocus ex quatuor Lunis (Solis enim illic ad hanc rem exiguæ sunt vires) oriundus varius est, & præterquam calculis subducendis assueto incertus.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Phænomena Cœleſtia præcipua, quæ Oculo in Saturno poſito occurrunt, deſcribere.

SOl è Saturno fere decuplo minore diametro apparet quàm è Terra, & ejus Diſcus; unaque Lux & Calor, nonaginta ſaltem vicibus minor quàm hîc. Saturni Annus triginta fere è noſtris æqualis eſt: quam autem rationem Dies Saturnia ad noſtram habeat, incertum eſt; nam periodus revolutionis Saturni circa proprium Axem nondum conſtat. *Hugenius* quidem ex intimi Comitis diſtantia ac periodo, horumque comparatione cum diſtantia & periodo intimi Jovialium, veriſimile cenſet non eſſe longiores Dies illic quàm in Jove. In hanc ſententiam abit, quoniam pro indubitato habet Solis & Primarii rotationis Primariorum & Secundariorum, (quam in eaſdem quidem partes fieri certum eſt,) aut ſaltem rotationem corporis centralis & Planetarum illud comitantium ab eadem cauſa pendere; adeoque è converſo, cùm Satellites circa Saturnum rotatos obſervaverit, & hunc circa Axem ſuum revolvi nullus dubitavit, & pari fere quo Jupiter tempore, ob Satellitum periodos haud impares. At ſi conſideretur cauſam rotationis Primariorum circa Solem, Satellitumve circa Primarium, non eſſe vorticem ullum, aut quod hujus inſtar eſt, (cui opinioni prædictum argumentum innititur,) ſed Planetas motu compoſito ex projectili prorſum in recta, & ex gravitate verſus corpus centrale (circa quod in ſpatio libero & tantum non vacuo moventur) deferri, & Satellites Saturnios eodem modo in Saturnum gravitare, ſive is circa Axem revolvatur ſive quieſcat; patet, ex rotatione Satellitum ipſius Saturni rotationem circa proprium Axem non recte colligi, nedum hujus periodum. Verum quidem

dem eſt admodum eſſe probabile Saturnum circa Axem revolvi, ut *ſc.* nunc hanc nunc illam ſui faciem Soli, lucis & caloris in ſuo Syſtemate fonti, obvertat: At rotationis periodum exhinc colligere impoſſibile videtur, cùm hæc ad rerum Saturno contentarum naturam (nobis certe prorſus ignotam) à ſapientiſſimo & omnipotente Deo Creatore accommodata ſint. Si Saturni Axis ſit plano Annuli Saturni Obitarumque Satellitum perpendicularis, (ut vult *Hugenius*,) tum Polorum & Æquatoris idem eſt inter Fixas ſitus in Saturno atque in Terra; eadem igitur Polaris Stella, eodemque modo, in ſimilibus latitudinibus, oriuntur & occidunt Conſtellationes. Atque hæc obtinent, ſi is ſit ſitus Annuli quem *Hugenius* in *Syſtemate Saturnio* poſuit, quem & nos ſuppoſuimus Lib. IV. cum de ejus phænomenis ageremus: At ſi per obſervationes magis accuratas diverſus deprehenſus fuerit, (ut in Coſmotheoria innuit,) prædictorum phænomenωn menſuras diverſas ex ſuperioribus colliget quivis. Dies apud Saturnum ſunt admodum inæquales, magnaque Æſtatis & Hyemis diſcrimina; hæc enim à quantitate inclinationis plani Æquatoris ad planum Orbitæ Saturni circa Solem pendent, quàm *Hugenius* poſtea 31^{gr} poſuit, triente fere majorem quàm que in Tellure obtinet, ubi diſcrimina iſta ſunt valde ſenſibilia. Apud Saturnum in Latitudine 59^{gr} Dies longiſſima nullâ Nocte interrumpitur, nec Nox longiſſima ullâ Die. Et Zonæ duæ frigidæ circa Polos extenſæ (quarum quælibet 62^{gr} lata) pluſquam decuplo majores ſunt quàm integra Telluris noſtræ ſuperficies.

Oculus in Saturno poſitus è Primariis ſolum Jovem videre poterit, Solem perpetuo comitantem, nec ab illo niſi 37^{gr} circiter quandoque elongatum. Hoſce duos propriis ſuis quinque Comitibus annumerans, ſeptenarium Planetarum numerum Saturno viſorum complet, quos in quinas Lunas duoſque alios diſtinguit, (ut in Prop. præc.

 Jupi-

Jupiter;) cùm ob easdem rationes, tum ob hanc etiam, quod quinque proximi moveantur in eodem plano ad planum itineris Solis circa Saturnum 31gr inclinato; adeo ut Zodiacus Saturno sit plusquam tertiâ parte Cœli latus, si hunc omnium Planetarum evagationes à Solis via complecti velit. Phases similes harum Lunarum atque Lunarum Jovialium, nisi quod æstate hyemeve, cùm Sol multum ab Æquatore declinat, Luna quævis Soli opposita pleno orbe non fulgeat, nec eidem conjuncta penitus sileat. Nam mediâ æstate hyemeve Luna Soli conjuncta à Sole distat quantum Luna nostra biduo & ultra ante vel post Novilunium, & Soli opposita tantum ab oppositione illa directa, quæ plenum Orbem facit, quantum nostra Luna biduo & amplius ante vel post Plenilunium: ideoque similes tum erunt earum Phases atque Lunæ nostræ duobus diebus & semisse ante vel post syzygiam. Unde istis Anni Saturnii tempestatibus nullæ contingent Lnminarium Eclipses. Hæ autem tempore Æquinoctii nunquam deerunt, omniumque etiam generum quorum in præcedente mentio facta est.

Cùm Annus Saturnius diuturnior sit Joviali, plura etiam sunt Mensium genera ad illum in partes distinguendum. In Anno sunt ultra 5700 Menses minimi, & circiter 3932 magnitudine proximorum, ultra 2352 Mensium tertiorum, ultraque 674 quartorum, & Mensium maximorum 135.

Saturnicola Lunarum suarum distantias cum mensuris suis comparabit facile; quippe quintæ & extimæ Parallaxis major est Parallaxi Lunæ nostræ. At Solis Parallaxis 9″ non excedit; ideoque insensibilis est, instar Parallaxis Solis è Terra visi.

Oculo in Saturno posito maxime mirandus est Annulus iste Saturnum cingens, de quo Lib. IV. dictum: est quippe eminus visus spectaculum sui generis unicum, quodque

que Philoſophorum omnium Oculos jamdudum in ſe convertit. Annulus hic acutiſſ. D. *Halleio*, Variationis declinantis Acûs magneticæ cauſas inquirenti, animos addidit ut Telluris globum in Cruſtas Nucleoſque concentricos diviſum ſupponeret *Tranſact. Philoſ.* N° 195. poſt *Keplerum* qui idem fecit *Lib.* IV. *pag.* 586. *Epit. Aſtron. Copern.* cùm, ex directione magnetica, cauſas inæqualitatis Planetarum in altum inveſtigaret. Quid enim ſi Annulus hic ſit pars reliqua exterioris Cruſtæ in Nucleum interiorem jam collapſæ, ejuſque quaſi ruinæ adhuc ſpectandæ? Nam ſi Saturnus olim ejus fuerat diametri, cujus eſt in hunc diem Annulus, illa è Sole viſa ejuſdem erat magnitudinis atque eſt nunc Jovis diameter apparens ex eodem.

Cùm Annuli extimus margo ſupra Saturni ſuperficiem exſtet ad altitudinem, quæ eſt ſeſquiquarta ſemidiametri Saturni, hunc ad diſtantiam ab Æquatore Saturnio (in cujus plano totus eſt poſitus) majorem quam 64^{gr} videre non licebit: Spectator igitur majorem latitudinem habens Annulum nunquam cernet; Zonaque eſt circa utrumque Polum, 43^{gr} fere lata, Annuli ſpectaculo penitus privata. Et accedente Oculo propius ad Saturni Polum primus Satelles obtectus manet, deinde ſecundus, atque ita porro, donec Oculo tandem promoto ad diſtantiam unius gradûs à Polo, ne vel quintum amplius videt, niſi per refractionem illud fiat; nec, tempore hyemis, Solem, Lunam quamvis, nec quemvis Planetam, nec Cœleſte corpus quodvis Terricolis notum præter Fixas, & forte Cometam aliquem videbit.

Oculus in ipſo Saturni Æquatore, aut Zona prope illum, conſtitutus Stellas nullas in Æquatore aut valde prope Æquatorem poſitas videt; & ideo nunquam Lunarum aliquam, obſtante ſc. Annulo: Ideoque tempore Æquinoctii in Æquatore degens Solem non videbit, neque alibi degens Annulum, quippe cujus neutra facies in

hoc caſu illuſtratur. Quam lata autem ſit Zona iſta, per obſervationes in Tellure factas difficile eſt determinare, cùm Annuli craſſities exigua ſit; illam *Hugenius* ſexcenta milliaria *Germanica* efficere putat. Hanc ex Saturni ſuperficie accuratè determinare facile erit, cùm paulo plus quàm ſemidiametro ſupra eandem elevetur. Si Oculus extra Æquatorem poſitus intelligatur, ſpatium Cœli continens Stellas ab Annulo tectas diverſæ erit magnitudinis & figuræ, pro diverſo Oculi ſitu.

Per Anni Saturnii ſemiſſem, altera Annuli facies à Sole illuſtratur; unde qui iſtud hemiſphærium incolunt cui hæc obvertitur, hoc eſt, qui æſtatem habent, Annuli portionem, quæ ſupra Horizontem exſtat, illuſtratam de die cernunt tenuiter lucentem (ſicut nos Lunam præſente Sole) ſi atmoſphæra Saturno circumfundatur, & ad plagam verſus quam eſt Polus depreſſus poſitam; de nocte verò ejus lumen fortius eſt, ſicut & noſtræ Lunæ abſente Sole: Et ex maculis, ejus vel quies vel motus, hujuſque velocitas definietur. Poſt Solis occaſum Arcûs hujus lucidi pars Orientalis umbrâ (nempe ipſius Saturni) inficitur, quæ, procedente nocte, paulatim aſcendit, donec nocte mediâ ejus partem ſummam ſive verticem occupat, unde paulatim verſus occidentalem ejus partem movetur, prout Sol ad ortum vergit. Arcus hic lineam meridianam ſemper oſtendet; planum enim ad Horizontem erectum, per Arcûs verticem tranſiens, eſt in Meridiano. Si Oculi diſtantia ab Æquatore minor ſit 52^{gr}, Annuli Arcum concavum æque ac convexum cernet, inſtar fornicis, hinc inde ab Horizonte aſſurgentem; infra quem, nempe inter Arcum lucidum & Horizontem, Cœlum cernet Stellaſque in regione iſta. Si verò Oculus magis quam 52^{gr}, minus verò quàm 64^{gr}, ab Æquatore diſtet; partem cavam minime cernet, ſed lucidum corpus quaſi è ſolo aſſurgens, & Horizonti, inſtar auroræ, contiguum.

Per

Per alteram Anni Saturni ſemiſſem, cùm nempe Sol ab Æquatore verſus Polum inconſpicuum declinat, hoc eſt, tempore hyemis, Oculus Annulum minimè videbit, quippe non illuſtratum eâ facie quæ Oculo obvertitur; ſed hic partem Cœli, ſyderaque hâc contenta, ab Oculo tegit, ut ſuperius dictum, ſeque hoc modo ſenſibilem reddet. Annuli autem umbra magis magiſque verſus Polum proximum protenditur, adeo ut Oculo ubivis intra ſpatium prædictum poſito Sol, cùm certam declinationem attingit, tegi videatur & Eclipſin pati ipſo meridie, iterumque ſtatim retegi. Poſtero die ſimile rurſus contingit, ſed Eclipſis paulò citius incipit & ſerius definit; & Tenebræ hæ meridianæ quotidie diuturniores fiunt, (vel forſan integro die durant) ad uſque mediam hyemem, unde rurſus decreſcere incipiunt donec tandem nullæ fiant, cùm Sol eandem rurſus declinationem à Tropico rediens attingit, quam, illis primo ingruentibus, habuit. Atque hoc obtinebit ſi Oculus ſit in latitudine majore quam 25^{gr} vel 26^{gr}: Si verò in minore latitudine collocatus fuerit Oculus ſpectator, cùm Tenebræ meridianæ ſunt maximè diuturnæ, ſubito ſub ipſum meridiem Sol apparet rurſuſque ſtatim abſconditur, & poſtridie ſimilis rurſus Lux, ſed paulò diuturnior, fiet; atque ſic porro magis magiſque diuturna erit Lux meridiana uſque ad mediam hyemem: Et hinc rurſus perpetuò brevior evadet donec penitus evaneſcat, Sole à Tropico hyemali reduce & declinationem attingente æqualem illi, quam habuerat cùm primum Lux affulſit, quo tempore ſubito Tenebræ meridianæ longiſſimæ rurſus incipient, ut hactenus dictum minuendæ, Sole ad Æquatorem properante. Atque exhinc patet multo maximum eſſe Æſtatis Hyemiſque in Saturni globo diſcrimen, tum propter utriuſque diuturnitatem, magnamque Solis declinationem ab Æquatore, tum propter Tenebras meridianas hyemales ab Annulo Solem tegente profectas.

PROPOSITIO VII.

Phænomena Oculo in Cometa aliquo posito visa describere.

Cometas ad Planetas primarios referimus, quippe qui in Orbium excentricitate ab illis præcipue differunt. Oculus in Cometa collocatus atmosphærâ maximâ & densissimâ sese involutum sentit, quæ in descensu ab Aphelio, præcipue postquam in minorum Planetarum regionem immergitur, crescit. Atmosphæra hæc tam densa est & turbida, ut chaos versus sui imum referat fere. Incertum est an Cometa in seipsum revolvatur; verisimile tamen est illum, aliorum magnorum Mundi corporum ritu, omnes sui facies versus Solem convertere, ut vapor copiosior inde elevetur. An vero conversio hæc sit super datum axem, difficile esset determinare. Si Nucleus convertitur, omnis atmosphæra, præcipue pars illa altior quæ in partes à Sole aversas protenditur, non una revolvitur ut in Telluris atmosphæra fit: Verum vapor iste, è Cometa exiens & caudam constituens, non tam Cometæ conjuncta (ut Telluris atmosphæra crassior Telluri) ejusque partem constituens, censenda est, quam corpus separatum, cujus particulæ singulæ seorsim, in spatiô libero, motus suos (ipsius Cometæ instar) excernent.

Cùm cujusvis Cometæ iter circa Solem sit Ellipsis admodum excentrica, non est verisimile illorum similem esse in Universo usum atque ipsorum Planetarum, qui in Orbibus Soli proxime concentricis feruntur, quique rebus in eodem fere statu mansuris producendis & alendis destinati videntur, cui usui Cometæ neutiquam accommodati sunt, propter diversissimos caloris gradu quos subeunt. Si igitur conjecturæ locus sit, arbitramur Cometas restaurando Solis & Planetarum fluido inservire: Cum enim Sol immensam fluidi massam sub lucis forma exeuntem continuo deper-

deperdat, & Planetarum fluidum, perpetuâ ſerie, in ſolidum (vix in fluidum denuo rediens) mutetur, ut in Tellure noſtra quotannis fieri deprehendimus; patet, aut Solis vires paulatim deperditum iri, Planetarumque fluidum defecturum, quod minime eſt veriſimile, aut hæc ſtatis vicibus eſſe reficienda, Nullum vero tam aptum modum comminiſci eſt proclive, quàm ſi Cometæ, ingentia ſpatia ætherea pervagantes, ponantur corpuſcula lucem olim conſtituentia in iſta ſpatia projecta, & quaſi ibidem ſparſa & deperdita, & vapores humidos pariter per attractionem (qualitatem corporibus omnibus ingenitam & connatam) ad ſe allicere, & quaſi recolligere; ut hos in caudas ſurſum elevatos (quæ & *Hippocratis Chii* fuit opinio ab *Ariſtotele Lib.* I. *Cap.* 6. *Meteor.* conſignata) Planetarum atmoſphæris immiſceant, illa vero Soli, lucis fonti, reſtituant. Hinc primarii Planetæ augebuntur; unde Satellitis, ſi quis eſt, Orbita & Periodus contrahuntur (de quo phænomeno ſupra ſuo loco dictum) aliaque fiunt, quæ ſuperius explicuimus cùm Cometas in præcedente Libro tractaremus.

Alius etiam erit quandoque Cometæ ſive effectus ſive uſus. Si nempe Cometa prope Planetam tranſeat (ita ferentibus eorum Orbibus & motibus) hunc ita attrahet ut ejus Orbita immutetur, (mutatâ etiam, ex mutua actione, Cometæ Orbitâ;) unde Planetæ Periodus etiam mutabitur. Sed & Satellitem ita per attractionem deturbare poterit Cometa, ut, relicto ſuo Primario, ipſe evadat Primarius circa Solem deinceps rotatus. Præterea mutationes multo maximas in ipſo Planetæ globo producere poterit, non ſolum prolectando fluidum ſi quod ſit, ſed per alias etiam qualitates, ſi *v. g.* corpus tam vaſtum &, ſi ex Solis vicinia prodeat, ignitum Tellurem noſtram è propinqua prætervehatur. Verum de hiſce ſatis, præſertim cùm ad noſtrum inſtitutum directe non ſpectent.

Come-

Cometarum Anni diverſi ſunt, pro magnitudine Axium majorum Orbitarum, quas circa Solem deſcribunt; eſt nimirum (per Propp. XL. & XLII. Lib. I.) cujuſvis Cometæ Annus ad Annum noſtrum in ſeſquiplicata ratione Axis majoris Orbitæ Cometicæ ad duplam diſtantiam mediocrem Solis à Terra. Solis diameter apparens, ejus diſcus, ſimulque Calor & Lux, in Cometa immenſe mutata deprehendentur, ut & Planetarum magnitudo apparens. Cæterum Cometæ incola Planetarum motus diverſiſſimos experietur, prout, in illorum regionem immerſus, nunc omnes ſe ſuperiores habet, nunc hos inferiores illos ſuperiores; vel, extra hanc elatus, omnes inferiores cernit; quæ omnia in Cometa, cujus data eſt Orbita, ex præcedentibus definire licebit. Si *ex. gr.* Cometa in Aphelio aſcendat ad diſtantiam à Sole ſextuplo majorem quàm eſt Saturni diſtantia, quod fiet ſi Cometæ Periodus ſit circiter 150 noſtrorum Annorum (poſito illum in Perihelio ad Solem admodum appropinquare, ut in quibuſdam fit,) Planetæ omnes propter Solis viciniam, Oculo in Cometa poſito, tum fiunt inconſpicui; ipſe quippe Saturnus vix ultra 10^{gr} à Sole digredietur, & Solis diameter ſemiſſem ſcrupuli primi adæquabit. Oculo autem in Cometa, cujus Periodus eſt longe major, Planetæ in conſpicui fiunt dum in altiore Orbitæ ſuæ parte verſatur, quod per magnam Anni ſui partem durat; nam Cometæ velocitas verſus Aphelium parva admodum eſt reſpectu illius, quâ fertur cum circa Perihelium verſatur. Si Cometæ Periodus ſit nimis magna, id eſt ſi Cometæ diſtantia à Sole in Aphelio diſtantiam Saturni ſæpius contineat, forte Fixarum Ordo è Cometa ſpectatus notabiliter diverſus erit, in diverſis itineris ſui punctis: Vix tamen crediderim diverſitatem hanc eſſe valde ſenſibilem; ſed potius Cometarum etiam extimorum Orbes, ad Fixarum à Sole diſtantiam comparatos, parvos ſatis eſſe.

COROL-

Corollarium.

Hinc patet Syſtema Planetarum circumſolarium, è Fixa ſpectatum, viſum prorſus fugere, & in idem punctum lucidum confundi cum Sole, cujus diameter inſenſibilis fiet, ſi diſtincte ſpectetur & orbatus capillitio, quali Fixæ Terricolis cinctæ videntur. Nam cùm Planetæ omnes è Cometa in Aphelio poſito propter Solis viciniam videri nequeant; quanto magis ex tam immenſa diſtantia, qualis eſt ea Fixarum, inviſibiles redderentur? Poſito enim Parallaxin magni Orbis (ſive è Fixa viſam ſemidiametrum magni Orbis) æqualem eſſe Parallaxi Solis è Terra viſi (neque ullæ ſunt obſervationes quæ majorem eſſe evincant) Solis diameter angulum, ad Fixam, quinque ſcrup. tertiorum vix ſubtendit, & Saturnus à Sole per bina ſcrupula prima nunquam elongabitur. Præterea Planetarum mutuatitium lumen à radiorum Solarium reflectione oriundum viſui, noſtro ſimili, in tam immenſa diſtantia, movendo prorſus erit impar; & licet ſenſum moveret, Solis ſpecies in ſemidiametrum huic æqualem videretur ſe extendere, ſicut corporibus quibuſvis lucidis contingit & ſpeciatim Fixis è Terra ſpectatis; unde in idem lucidum corpus coaleſcerent quaſi: Ideoque viciſſim Planetæ circa Soles iſtos rotati obſervationem noſtram effugiunt penitus. Dubium non eſt quin, Oculo in Fixa aliqua (aut Planeta circa illam revoluto) poſito, reliquarum circumcirca Fixarum Ordo & Conſtellationum Figuræ diverſa ſint prorſus ab illis, quæ nos ſpectamus; quippe cui Sol noſter Stella Fixa videtur

Immenſa autem iſta ſive Fixarum ſive Solium diſtantia à ſe mutuo impedit quo minus immania hæc corpora in ſe invicem, Planetaſque (ſi cum illis conferantur parvos) circa hoſce Soles rotatos, vires ſuas attractices notabiliter excerceant, eorumque motus perturbent. Horum Sy-

ſtematum, nullo ſpatio concluſorum, numerus indefinitus in cauſa eſt cur non in unum coëant, ſed à ſe mutuo diſcreta Dei Creatoris Omnipotentiam & Sapientiam Univerſo in perpetuum oſtendant.

PROPOSITIO VIII.

Præcipua Phænomena Fixarum, Solis, & Planetarum omnium, præter Terram, Oculo in Luna poſito viſa deſcribere.

CUm Luna (ut Prop. LVI. Lib. IV. dictum eſt) in ſe ipſam volvatur, ab occaſu in ortum, circa Axem plano Eclipticæ proxime normalem ſibique perpetuo parallelum, æquabiliter parique tempore quo Luna circa Terram, Menſe *ſc.* periodico; patet, Oculo in ejus ſuperficie poſito, Solem, Fixas, reliquaque omnia Lunæ haud conjuncta (hoc eſt Planetas omnes præter Tellurem) ab ortu in occaſum videri rotari ſuper Polos Eclipticæ quamproxime. Suntque Poli iſti Fixis inſignes; boreus quidem Stellâ quartæ magnitudinis poſt Draconis flexuram tertiam, tribus circiter gradibus à Polo diſtante; auſtralis vero Stellis quatuor Xiphiæ piſcis, quarum una eſt Polo vicinior quàm noſtra polaris arctica, ſed adhuc inſignior vicinâ Nubeculâ majore. Et quidem, ſicut apud nos, motu hoc communi feruntur Stellæ omnes eodem tempore, niſi quatenus harum motus proprii, aut veri aut apparentes, illud paululum immutant. Et primo, Solis revolutio apparens, circa quieſcentem ad ſenſum Lunam, longiore tempore peragitur, propter Lunam interim una cum Terra circa Solem in conſequentia delatam; adeo ut Dies naturalis apud Lunem ejuſdem ſit durationis cùm Menſe noſtro ſynodico, qui prius deſcriptam ejuſdem Meridiani Lunaris revolutionem ad eandem Fixam diebus fere duobus è noſtris excedit. Unde apud Lunam in integro Anno Sol duode-

duodecies tantum oritur, Fixæ verò decies & ter; ſive accuratius, in novemdecim Annis Sol oritur ducenties tricies quinquies, Fixæ verò ducenties quinquagies & quater: & oriens Sol integro fere Signo promotior eſt quàm pridie.

Dies hic naturalis Lunicolarum, æqualiter in lucem & tenebras dividitur, quia Axis, circa quem Luna revolvitur, eſt ad planum itineris Lunæ circa Solem normalis fere; & præterea nullum eſt apud Lunam Crepuſculum ante Solis ortum vel poſt ejus occaſum; nempe quod fieri non poteſt (ut Proop. VIII. Lib. II. oſtenſum eſt) abſque circumfuſa Lunæ Atmoſphæra, qualis nulla datur. Unde Sol Lunicolis per medium fere inter Polos motûs primi circulum perpetuo incedere videtur.

Quamvis Solis via, è Luna inter Fixas viſa, ſit eadem proxime cum ejuſdem via è Tellure viſa, & omnium Planetarum eadem proxime loca è Luna atque è Terra; è Luna tamen, extra Nodos poſita, accuratiori Obſervatori videbitur Sol ab Ecliptica ad latus oppoſitum deviare, & lumen ſuum ultra Polum ſubjectum Cœleſti illi, verſus quem declinat, protendet, Polumque alterum in tenebris relinquit. Sed reſtituuntur hæc omnia intra Diei Lunaris ſemiſſem, cùm Luna ad Nodum ſuum ſimulque Eclipticæ planum redit, poſtea ad alteras Eclipticæ partes excurſura, ſimiliaque Phænomena ad alterum Polum per reliquam Diei ſemiſſem habitura.

Præter inæqualitates omnes in Planetarum motibus è Terra viſas, quas in Luna ſimul cum Tellure delata etiam obtinere neceſſe eſt, ſunt & aliæ Lunæ peculiares, quarum præcipuæ ſunt hæ. Quando incolis in meditullio hemiſphærii Lunæ à Terra averſi dies eſt, Sol tarde ſub Fixis progredi videtur; tardiſſime verò ipſo meridie: nocte verò celeriter ſub Fixis progreſſum fuiſſe poſtero die deprehenditur. Et è contra, degenti in meditullio hemiſphæ-

misphærii Lunaris Terræ subjacentis, Sol de die celeriter sub Fixis in ortum promoveri videbitur; celerrime ipso meridie: nocte verò Sol tarde progreditur sub Fixis; tardissime mediâ nocte. Eademque vera sunt de Venere & Mercurio, quippe prope Solem perpetuo hærentibus, & etiam de Marte Soli conjuncto, licet ob nimiam ejus tum temporis à Luna distantiam minus sint notabilia; insensibilia verò prorsus sunt in Jove & Saturno ad partes versus Solem positis. Quòd si superiorum aliquis è Luna visus Soli opponatur, quo casu retrogradus est, degenti in meditullio hemisphærii à Terra aversi, solito magis retrogradus nocte videbitur, die solito minus; atque omnium minime vel maxime ipso meridie, mediâve nocte. Similiterque degenti in Lunæ regione, cui Tellus imminere cernitur, Planeta Soli oppositus omnium minime retrogradus videbitur nocte mediâ, omniumque maxime meridie. Atque hæc in Marte duplo sunt sensibiliora quàm in Sole: In Jove autem aut Saturno evanescunt fere hæ differentiæ. Similiter Planeta aliquis, qui è Terra stationarius apparet, si è Luna Telluri sit oppositus, retrogradus videbitur; Telluri verò conjunctis è contra directus apparebit, quod in Venere maxime erit sensibile.

Astronomus in Luna constitutus, & motûs domicilii sui circa Terram, Terræque circa Solem ignarus, in cujusvis Planetæ Theoria condenda, Epicyclis omnibus ab Astronomo Terrestri excogitatis Epicyclum novum, vel Epicyclo-Epicyclum, superaddet, quo inæqualitates supra memoratas explicet. *Ex. gr.* Excentrico Solis circa Terram descripto à Terricola adhibito (etenim Terricola, admisso circulo Excentrico, Epicyclo non indiget ad Solis motum explicandum) superinducet Epicyclum, Solemque in hoc ponet diei suæ spatio circumrotari, dum interim Epicycli centrum in Excentrico motu annuo defertur: Sic enim fiet ut Solis inæqualitas diurna ab Astronomo Lunari observata explicetur, si, dum incolæ Lunari qui Terræ directe

directe subjicitur nox est, Solem in inferiori Epicycli parte, & dum eidem dies est, in superiori versari ponat. Sic Excentrico Martis circa Terram dispositio ejusque Epicyclo à Terricola excogitatis, quibus Martis motus è quiescente Tellure apparens explicatur, superinducet Lunaris noster alterum Epicyclum in prioris Epicycli circumferentia delatum, spatio Nychthemeri à Marte percurrendum. Estque hic modus unicus, quo Astronomiam suam condere possit motûs suæ sedis ignarus & illius quietis vindex: nempe circulum à se suoque domicilio revera percursum in Cœlum, inverso situ, transferendo, motumque in eo pari tempore factum supponendo; & quidem verâ ejus magnitudine retentâ, si distantia vera innotescat; si autem hæc lateat (& nulla supersunt media, quibus in hac quiescentis Lunæ hypothesi dignosci possit) tantæ saltem magnitudinis ponitur Epicyclus, ut ex Observatoris loco æqualis magnitudinis videatur, ac ex eadem distantia videretur ejusdem loci vera Orbita. Sin Incola hemisphærii Lunæ, cui Terra imminet, motûs sui domicilii circa Terram Terræque circa Solem gnarus ponatur, & observationes instituere possit æque accuratas ac quæ à Terricolis fiunt; poterit hic Solis, Planetarumque Systematis Solaris, Magnitudines & Distantias mutuas cum suarum rerum magnitudinibus & distantiis exacte satis comparare. Nam suæ sedis Diametrum metiri poterit, similiter atque nos Telluris nostræ. Porro, Telluris Distantiam facile cùm Lunæ Diametro comparabit; nam Lunæ Diameter subtendit angulum satis sensibilem ad Tellurem, nempe gradûs semisse expressum: Atque Diametrum Orbis sui circa Terram tanquam scalem adhibebit, quâ reliquorum corporum mundanorum Distantias exquirat. Hæc enim subtendit angulum ad Solem gradûs triente expressum, positâ parallaxi Solis è Terra visi 10″ tantum; qui verò ad Martem Soli oppositum ad gradûs fere bessem ascendit, & ad

Venerem Soli conjunctam & retrogradam ſeſquiquintum gradum excedit. Porrò, Lunicola iiſdem modis exquiret rationes inter Planetarum primariorum Diſtantias à Sole, quibus Terricola; notis verò Diſtantiis, ex Planetarum Diametris apparentibus illorum Magnitudines eruet.

PROPOSITIO IX.

Præcipua Telluris Phænomena Oculo in Luna collocato viſa deſcribere.

IN Luna duo ſunt Hemiſphæria omninò diverſa, immo contraria, reſpectu Phænomenωn, de quibus Propoſitione hac agitur. In altero enim Lunæ Hemiſphærio Terram perpetuò vident, in altero nunquam; niſi quòd prope horum limites tractus ſit, cujus incolis Terra nunc paululum ſupra Horizontem aſſurgat, nunc, retrogreſſa quaſi, ſub eundem rurſus ſubſidat. In Hemiſphærio unde Tellus videtur, hæc in eodem Cœli puncto quaſi clavo affixa cernitur, (præterquam quòd inde paululum in hanc vel illam partem moveri, & ad locum priorem motu libratorio redire cernatur,) dum interim ſpatio Nychthemeri Sol & reliqua Sydera ad illam ab Oriente appellunt, inde poſtea ad Occidentem transferenda. Et appellens Sydus prope Telluris in æthere pendentis marginem non extinguitur ſubitò, ſed paulatim caligine quaſi offuſcatur, & tandem poſt terram ſe recipiens Lunicolæ videri deſinit; quod ab Atmoſphæra Terræ circumfuſa procedit, per quam *ſc.* Syderis radii ad Oculum propagati ſuffocantur fere. Porro, dicti Hemiſphærii Lunaris incolarum quibuſdam Terra perpetuo ſupra caput defixa videbitur; atque hi ſunt qui dicti Hemiſphærii meditullium occupant: quibuſdam verò Septentrionem, aliis ad auſtrum, quibuſdam ad Orientem, aliis ad Occidentem videbitur declinare, minus

aut

aut magis prout habitatio à meditullio in hanc vel illam plagam minus aut magis distat ; donec tandem limitis prædicti, bina Luna Hemisphæria dirimentis, incolis Tellus in Horizonte appareat, alterâ ejus medietate montis igniti instar exstante : Qui verò in Lunæ circulo habitant, qui per Polos dictique Hemisphærii meditullium transit, Tellurem in Meridiano semper habent.

Cernunt & Geoscopi hi Tellurem quindecuplo majore Orbe quàm nos Lunam, in loco suo quiescentem, sed circa Axem suum interea rotatam, & maculas (quas ruditer in quasdam figuras distribuent, ut fulgus faciem hominis in Orbe Lunæ imaginatur) ab ortu in occasum ferri videbunt, inque situm redire priorem, parte circiter vigesimâ nonâ Nychthemeri. *Keplerus* ex ista revolutione *Volvæ* nomen Telluri ab illis inditum fingit in *Astronomia Lunari*; cùm illi proculdubio sedem suam *Vestam* habeant loco non movendam, & globum nostrum in æthere pendulum inter Astra numerent, quem proinde alio nomine quàm Telluris insigniunt : istius igitur Hemisphærii, Volvæ subjecti, incolas appellat *Subvolvas* & *Subvolvanos*, alterius verò, qui ejus spectaculo privantur, *Privolvas*; quæ nomina & nos etiam in posterum usurpabimus. Præter prædictam Volvæ revolutionem, est & altera quasi ejusdem nutatio, quâ nunc sui Polum borealem Lunicolis ostendit, nunc australèm, idque unius Diei spatio. Nam cùm arcus Sagittarii ad Volvam per motum primum appellit, videbunt Lunicolæ (in præsertim qui ad boream sunt) Volvæ Polum septentrionalem, & maculas partesque lucidiores circa hanc positas, quæ per aliquot Volvæ revolutiones post Volvam se non recipient, dum interim quæ ad ejus Polum australem positæ sunt notæ in conspectum non veniunt : Post elapsam Nychthemeri semissem, Castore ad Volvam revoluto, latebunt septentrionales Volvæ notæ & australes in conspectum prodibunt.

Volva

Volvæ hæc Lunicolis ſimiliter creſcit decreſcitque, ſimisſibuſque Phaſibus, & propter eaſdem rationes, atque nobis Luna; ſed & eadem Phaſium Periodus, quam nos Menſem, illi Diem naturalem appellant. Illis quibus Volva in Meridiano videtur Novivolvium eſt ipſo Meridie, prima Quadra veſpere, Plenivolvium mediâ Noćte; & ultima Quadra manè. Qui ſub altero quovis Meridiano degunt à Meridiano prædićto (qui præcipuus eſt, & propter ſitum *Circulus Medivolvanus* Lunicolis poſt *Keplerum* nominandus) in ortum vel occaſum diſtante, idem habent cujuſque Phaſeos momentum diverſo Horarum numero inſignitum, ſecundum Meridiani ſui diſtantiam à Medivolvano circulo, & Horarum numerum in quas Diem diſpeſcunt; ideoque Phaſes Volvæ Horas notant, cui propoſito diſtantia Solis à Volva, de Die obſervata, etiam inſervit. Unde Volva hæc Horologii omnibus Subvolvanis expoſiti vices gerit: Etenim ex Phaſium ſuarum diverſitate, ex Solis Fixarumque ad illam appulſu, ex Poli quem oſtendit nomine, ex Macularum denique ſuarum celeri motu; (nam Volvæ partes notabiles, Montes noſtri, Lacus, Inſulæ, Maria &c. etiam citra illuſtrationem immediatam à Sole, in conſpećtum veniunt, præſertim paulò ante vel poſt Novivolvium, ſicut nobis Lunæ partes ante & poſt Novilunium, licet cæteris paribus non tam clare, propter minorem illuſtrationem per reflećtionem à minore Luna faćtam, quam à majore Terra;) Diem Noćtemque (longiſſimas quidem eas) in partes ſatis multas commode dividit. Sed & hæc eadem Volva Anni partes oſtendit ſatis luculenter modo ſequenti: Cum tempore Æſtatis Europæ incolis, Polus Telluris arćticus annuat ad Solem, & integra Zona frigida arćtica à Sole per plures die illuſtrata maneat, ſitque Tellus noſtra Lunicolarum Volva cujus Polus iſte, magnaque circumcirca regio, aliquâ cujuſvis Nychthemeri parte videtur; patet, cùm maxima regio

regio Volvæ circa ejus Polum arcticum jacens illuſtrata Lunicolæ videtur, tunc Solem è Luna viſum iri ad conſtellationem Geminorum, eamque eſſe Anni tempeſtatem quàm borealis hemiſphærii Terræ incolæ Æſtatem dicunt, & in hoc caſu Lunicolæ noſtræ Telluris aridam, & circumfluum mare, circum Polum boreum jacentia clare videbunt, quæ nos adhuc ignoramus. Poſt Anni quadrantem Solis illuſtrationem ad utrumque Volvæ Polum terminatam cernet; elapſo alio Anni quadrante, regiones Volvæ antarctico Polo ſubjectas, nobis penitus ignotas, à Sole illuſtratas videbit; & poſt alterum quadrantem, illuſtratio ad utrumque polum iterum pertinget. Anni tempeſtates etiam diſtinguet pro diverſa claritate qua *Scania* & *Scythia*, *e. g.* apparent; quippe quæ proculdubio, cæteris paribus, major erit hyeme, cum nive obducitur, quàm æſtate: Atque hæc claritatis differentia magis erit conſpicua in mari, quod Volvæ Polo vicinum eſt; quippe quod æſtate noſtrâ maculam refert, hyeme partes luciḍiſſimas claritate adæquat.

Lunicolis contingunt Solis & Volvæ Eclipſes, ſicut Terricolis Solis & Lunæ, & iiſdem temporibus, non ſine aliquo tamen diſcrimine. Nam ſicut nobis Lunæ Eclipſis contingit tempore Plenilunii, ita illis Volvæ Eclipſis tempore Plenivolii; & ſicut nobis Sol videtur deficere tempore Novilunii, ita illis tempore Novivolvii: Sed licet Terricolis Luna tota deficere videatur, Lunicolis Volva Defectum totalem nunquam patitur; tranſit etenim, ipſis ſpectantibus, per Volvæ diſcum ab ortu ad occaſum macula quædam parva & rubicunda ipſas Volvæ nativas maculas velocitate præveniens; quandoque per diſci centrum, quando quatuor ex horis noſtris in tranſitu inſumit; ſæpius præter illud, quando ſpectaculum minus eſt diuturnum.

Solaris Deliquii cauſa eſt ipſis Volva, plane ut nobis noſtra Luna; & quando nobis deficit Luna, Lunicolis

partis deficientis incolis deficit totus Sol : ſæpiùs vero fit ut Lunicola (præſertim prope limites Subvolvarum & Privolvarum degens) partialem Solis Defectum videat , cùm nobis Luna pleno orbe apparet , Telluris penumbrâ Lunæ lumen ſenſibiliter non extinguente. Similiterque fit ut cuidam Terræ tractui Sol ex parte deficere videatur , cùm interim Lunicola Volvam nihil pati cernat : Quando verò nobis eſt Lunæ Defectus totalis , Sol omnibus Lunicolis plane deficit. Cùm Volvæ diameter quadrulpo major ſit Solis diametro , Sol plene à Volva tegetur & diu , quod nobis per Lunam fieri nequit ; immo totalis erit & etiam diuturnus Solis Defectus , quando non eſt centralis. Incolæ hemiſphærii Lunæ , cui Volva imminet , crebriores Luminarium Eclipſes vident quam incolæ dati hemiſphærii Telluris noſtræ ; Subvolvani enim ſoli omnes Eclipſes vident , Privolvæ nullas , cùm magna pars Eclipſium Terricolis viſarum ad oppoſitum hemiſphærium tranſeat. Eclipſis Solis totalis prius deſcripta Lunicolis licet frequens , non poteſt non eſſe admodum notabilis ; hoc namque ſolo tempore lumine penitus deſtituuntur Subvolvani : Superius enim oſtenſum eſt Medivolvanis primam eſſe quadram ad Solis occaſum , ultimamque ad Solis ortum ; unde totâ nocte fulgens Volva , quindecies illis major quàm nobis noſtra Luna , tenebras potenter diſcutit. In Solis autem Defectu totali Sol ſimul & Volva extinguuntur , & meræ ſunt tenebræ. At huic incommodo ſua ſunt remedia ; nam Solis radii , in circumfuſa Volvæ atmoſphæra refracti, efficiunt ut ipſum corpus Solis ampliatum , & quaſi majore diametro , colore tamen ad oras (quæ ſolæ videntur) ferrugineo , cernatur à Lunicolis radios hoſce refractos excipientibus ; unde tenebræ totales vix ingruunt , niſi cum Solis Eclipſis proxime centralis contingit , idque non niſi parvo tempore circa Eclipſeos medium. Si verò contingat montem

tem altiſſimum, extra Volvæ atmoſpæram fere exſtantem, in margine Volvæ reperiri; ille, in quem montis iſtius umbra incidit, Solis lumen penitus amittet, nec refractionis radiorum Solarium, ad Volvæ atmoſphæram factæ, beneficio fruitur: quique eminus Volvæ umbram in Lunæ diſcum exceptam cernit, maculam nigerrimam iſto in loco videbit. Ex altera parte, nulla eſt hic tenebrarum in Solis Eclipſi imminutio propter illuſtratam Spectatoris atmoſphæram, quippe nullam.

Porro, tempore Defectûs Solis, Lumen utrinque acuminatum ab utroque Solis latere ſecundum Eclipticam protenſum (de quo Schol. Prop. VIII. Lib. II. dictum eſt) clare à Lunicola videbitur, ſi corpuſculorum congeries lentiformis illud producens tum exiſtat: immo Lumen hocce etiam extra Eclipſin cernetur ſi Sol ab Oculo arceatur per interpoſitum aliquod corpus opacum; Oculus namque in Luna poſitus non afficitur radiis ob ambiente illuſtrata atmoſphæra reflexis, cùm nulla Lunam ambiat, quod exinde veriſimile eſt, quod illa tam præcisè circumſcripta videatur, nec ad extremas oras evanida ac velut lanugine finita; quodque Stellæ margini ejus propinquæ minime ſint offuſcatæ, ſed, donec penitus tegantur, vividæ & fulgentes, Propter ipſam hanc atmoſphæræ abſentiam, nullum erit Lunicolis Crepuſculum, ante Solis (ſaltem ſplendentis atmoſphæræ Solaris) ortum, aut poſt ejus occaſum; ceſſante nimirum causâ, quæ illud apud Terram producit: porro nulla Syderibus Refractio continget, neque hinc orta locorum mutatio.

Hactenus ſuppoſuimus Volvam Luniculis immotam in Cœlo ſtare, quia revera fere ſic fit: At motum quendam habet libratorium, quo cuilibet Lunicolæ nunc nonnihil in hanc partem, nunc, in locum priorem reverſa, in oppoſitam poſtea moveri videtur. Motus autem hic Volvæ libratorius in duos commode dividitur:

 Vel

Vel enim Vola in auſtrum & boream ſuper eodem latitudinis circulo librari videtur ; vel in ortum & occaſum ſuper Eclipticam. Supponamus Solem & Volvam Lunicolis centraliter conjungi cùm Sol in ipſa Ecliptica videtur, ſive rectam, Solis & Volvæ centra jungentem, productam per Lunæ centrum tranſire, hoc eſt, Terricolis Lunam Soli opponi cum in Nodorum altero, puta deſcendente, verſatur ; in quo caſu Sol centraliter deficit Lunicolis, ut ſuperius explicatum. Poſt Defectum, Sol motu communi in occaſum fertur, dum interim Volva in boream declinare videbitur, & Declinatio hæc erit maxima elapſo Nychthemeri Lunaris fere quadrante, *ſc.* 5^{gr} circiter, quando regio polaris Privolvarum 5^{gr} ultra Polum boreum in Volvæ conſpectum veniet, & æqualis regio Subvolvarum ad Polum auſtralem in Privolvarum ſtatum reducetur, ex quo tempore Volva in ſuos paſſus regreſſa ad Eclipticam revertetur, temporis ſpatio aliquantum minore quàm eſt Nychthemeri Lunaris ſemiſſis. Poſtea verſus auſtrum tantundem excurret, & auſtralis Poli incolas ex Privolvis Subvolvanos efficiet, & è contra ad boream ; & ante Nychthemeron abſolutum ad Eclipticam ſecundo revertetur. Integra hæc Volvæ Libratio in boream & auſtrum perficitur ſpatio temporis, non tantum Nychthemero minore, ſed etiam minore illo, quo Fixæ à Meridiano aliquo Lunari digreſſæ ad eundem, per motum primum, revolvuntur ; atque Volva, ad Eclipticam ſecundo regreſſa, conjuncta deprehendetur cum Fixis magis Occidentalibus quàm ſunt illæ cum quibus conjungebatur tempore Defectûs Solaris, à quo computationem inchoavimus. Poſt aliam integram hujuſmodi Librationem perfectam, cum Fixis adhuc Occidentalioribus conjungetur, atque ſic porro, ita ut, non niſi poſt novemdecim fere annos, Volva in Ecliptica & ad boream librando declinatura cum iiſdem rurſus Fixis deprehendatur.

Ex

Ex diverſa magnitudine periodi Librationis Volvæ in latitudinem & Nychthemeri fit, quod elapſo Nychthemeri ſemiſſe poſt Eclipſin Solis centralem, nulla Lunicolis eveniat Volvæ Eclipſis. Nam promoto Sole ad oppoſitionem cum Volva (hoc eſt, in Plenivolvio, in quo ſolo dicta Eclipſis contingere poteſt) Volva modo Eclipticam tranſgreſſa (nam aliquanto prius illam attigerat quàm Sol Volvæ opponeretur) in auſtrum eouſque librando proceſſit, ut Lunæ umbram effugiat. Volvæ quidem incola Solis Eclipſin tum videbit, ſi verſus Polum ejus boreum degat; at non totalem, in quo ſolo caſu Volva Lunicolæ apparet deficere. Similiter in Novivolvio inſequente Plenivolvium centraliter Eclipticum, Luna Volvæ umbram effugiet.

Volva Lunicolis minutiora obſervantibus, nunc major videtur nunc minor, atque tota hæc varietas ſpatio fere Nychthemeri Lunaris abſolvitur; accuratius vero ſpatio quo Fixæ ad eundem Meridianum revertuntur. Ponamus Lunicolæ Volvam diametro minimâ apparere quando in prædicto latitudinis circulo, ſupra quem in boream & auſtrum libratur, apparet. Auctâ paulatim Volvæ diametro, ipſa Volva ad occaſum à prædicto circulo deviabit per Nychthemeri quadrantem fere, per ſequentem quadrantem ad eundem reverſura, ubi Volvæ diameter videbitur maxima; unde rurſus in ortum deviabit, ejuſque diameter apparens minuetur, integramque Librationem revertendo ad Eclipticam (quando rurſus minima videbitur) perficiet in una Fixarum revolutione. Deviatio hæc, cùm maxima, erit circiter 5^{gr}; tantundemque circulus limitum, dividens Subvolvanos à Privolvis, nunc in Occidentem promovebitur relicto Oriente, nunc in Orientem relicto Occidente, ſicut per priorem in boream & auſtrum. Atque Volva, poſt perfectam integram Librationem hanc in longitudinem, ad primum iſtum ſuum latitudinis circulum,

 medium

medium nempe inter extremos quos librando attingit, reverſa (quo temporis ſpatio ex minima fit maxima, & rurſus ad priorem ſpeciem minimam redit) conjuncta videbitur cum Fixis magis orientalibus, quam ſunt illæ quibuſcum jungi videbatur cùm prius in eodem appareret: atque rurſus poſt ſequentem ad orientaliores; & ita porro, donec poſt novem ferè annos Volva & minima & iiſdem Fixis conjuncta videatur, & in proprio circulo latitudinis, inde ad occaſum mox liberando digreſſura. Verum natura harum Librationum ſibi ipſi perpetuo æqualis deprehenditur, ſed Libratio in latitudinem maxima eſt diebus, qui ab Eclipſibus remotiſſimi ſunt: & Libratio in longitudinem maxima eſt, cùm Volva in ſyzygia Solis maxima apparet vel minima; minima verò, cùm Volva maxima vel minima eſt in Solis quadrato.

PROPOSITIO X.

Phænomena præcipua Oculo in Jove aut Saturni Satellitum aliquo poſito viſa deſcribere.

PHænomena Solis aliorumque Planetorum primariorum, præter ſuum, ex Jovis aut Saturni Satellite aliquo viſa, ſimilia erunt eorundem phænomenis ex Luna noſtra viſis, ſi Satellites iſti hujus inſtar, rotantur circa proprios Axes; nimirum quiſque ſuper Axem ad planum Orbis Primarii circa Solem proxime perpendicularem, & periodo æquali periodo dicti Satellitis circa ſuum Primarium, ut veriſimile eſt. Advertendum interim, quod licèt ex Jove nullus cèrnatur primarius Planeta præter Saturnum, & ex Saturno nullus præter Jovem, tamen ex Jovis Satellitum aliquo omnes conſpici poterunt. Ideò namque Martem, Marteque inferiores è Jove conſpici poſſe negavimus, quod Jovi circumfuſam ſupponamus atmoſphæram noſtræ

nostræ atmosphæræ similem, ex cujus illustratione per Solem fiat, quod Planetæ Soli propriores quam 20^{gr} visum non afficiant. At si istorum Primariorum Satellites Telluris Satelliti similes ponamus, carebunt & illi atmosphærâ, quâ nostram Lunam destitui diximus: igitur & Soli satis propinquos Planetas cernet Oculus in eorum aliquo positus, nisi impediat Solis atmosphæra splendens; ipse verò Mercurius è Saturno visus ad distantiam 3^{gr} à Sole elongatus quandoque videbitur. Cumque Solis semidiameter apparens è Saturno sit circiter 90″, patet Mercurium extra atmosphæræ istius limites à Sole evagari; & proinde tum videri posse Oculo, cui non obstat atmosphæra sibi circumfusa, hoc est, ab Oculo in Satellite Saturni posito, cui Mercurius magis adhuc (licet admodum parum) à Sole elongatus videbitur quàm ipsi Saturno. Phænomena porro Jovis ex Jovis Satellite, Saturnive ex ejus Comite, visa similia erunt nostræ Terræ phænomenis è Luna visis, nec nisi in Digressionum & Librationum mensuris differunt: *ex gr.* Subvolvanis cujusvis è Jovis Satellitibus Volva non videtur librare in austrum vel boream ab Ecliptica per 3^{gr}; cùm tamen Libratio Volvæ in latitudinem è Saturni Satellite visa, ad plusquam 30^{gr} extendatur. Sed tam in hisce quàm in illis, Libratio in longitudinem aut nulla est aut insensibilis, si quidem Orbitæ Satellitum Jovis & Saturni sint proxime circulares.

Quæ incolæ alicujus è dictis Satellitibus apparent phænomena, à phænomenis in nostra Luna apparentibus maximè diversa, ea sunt quæ reliqui sui Primarii Comites ostendunt. Nam si quis sit Comes Volvæ proprior quàm est is in quo Oculus collocatur, hinc uunquam Volvæ oppositus cernetur; sed prope illam perpetuo hærens, Penduli instar libratus, nunc in Occidentem, nunc in Orientem digreditur à Volva, describens maximi circuli arcum, quem

quem Volva biſecat; & ſi plures tales fuerint, hic in minorem arcum hinc inde excurrit, ille in majorem, atque hi mediis Subvolvanis nunquam occidunt, mediis Privolvis nunquam oriuntur. Quibus verò Volva eſt paulò infra Horizontem ortivum aut occiduum, iſti in ortu vel occaſu aſſurgentes verſus Meridianum rurſus in ſuos paſſus regreſſi in eodem loco occidunt. Si quis ſit Volvæ Comes, ab ipſa remotior eo in quo ponitur Oculus, hic Privolvis ſemel in Nychthemero videtur, mediis Privolvis & Subvolvanis oritur occiditque lentiſſime, & ad Meridianum perveniens, his celerius in occaſum vergere videtur, illis tardius; unde judicium fiet de incolis interjectis. Interim horum Volvæ Comitum quivis Solem deficere facit; & ipſe viciſſim deficit, vel dum in Volvæ umbram incurrit, vel dum in Satellitis Oculi ſedis umbram, vel dum in alterius è Comitibus umbram incidit: Verum Defectuum iſtorum variorum ſymptomata & tempora, aliaque quam plurima quæ huc congeri poterunt, cuivis proclive erit invenire.

Corollarium.

Ex præcedentibus decem Propoſitionibus ſequitur Aſtronomiam eſſe omnium ſimpliciſſimam Oculo in Sole conſtituto. Si enim in centro locatur, Syſtema verum ab apparente non differt: ſi in ſuperficiem elevetur, etiam Planetarum ſex primariorum Diſtantias à ſuo domicilio cum menſuris ſuis comparare valebit, & inde eorum pariter ac Comitum Magnitudines definire. Falſo quidem omnia ab ortu in occaſum ferre cenſebit; at domicilium ſuum, circa eundem axem, in plagam oppoſitam rotatum ſupponat, eum unicus hic & ſimplex motus ab apparente ad verum Syſtema reducet.

Oculo in aliquo ſex Primariorum conſtituto Aſtronomia magis eſt compoſita difficiliuſque condenda; duplex quippe motus

motus domicilio suo (refragantibus sensibus) est tribuendus, ut verum Systema eruatur, utque proportio Orbium Planetariorum inter se innotescat. Ad hoc omnium ineptissimus est Mercurius, cùm nullum Comitem habeat unde cujusvis Cœlestis corporis opacitatem certo concludat; nullum se inferiorem Primarium, quo alicujus saltem revolutionem circa Solem ex ejus Phasibus percipiat. Mars & Venus comitibus carnet, inferiores obtinent; & ideo minus inepti quàm Mercurius; minus etiam apti quàm Tellus, quæ utroque commodo gaudet. Jupiter Comitibus licet abundet, inferiorem non cernit, nisi viciniorem Soli distinguere valeat quàm Terricola: Saturnus è contra nullum superiorem, unicum inferiorem agnoscit. Ideoque nullus è Planetis primariis tot, à varietate casuum, subsidia habet ad genuinum Systema Solare detegendum, indeque proportionem Orbium Planetariorum inveniendam, atque Tellus.

At detecto Systemate, Planetarum Magnitudines Distantæque ægre admodum parumque accurate cum mensuris sibi notis à cujusvis Primarii incolis comparabuntur. Ad hoc opus omnium aptissimus videtur Jupiter, tum Venus, Saturnus, Mercurius, & omnium ineptissimus Mars: Quis locus autem in hoc negotio Telluri sit tribuendus incertum est, cùm angulus ad Solem, quem Telluris diameter subtendit, hactenus ex analogia potius quàm ex observatione æstimatus sit. Magnitudo Systematis Solaris olim forsan ex Cometarum observationibus primo patebit: Si enim, per aliquam ex methodis Lib. II vel III. traditis, innotescat distantia Cometæ prope Terram trajicientis, cujus Orbita positione & magnitudine ex Lib. V. datur, invenietur magnitudo Orbitæ cujusvis Planetæ aut Cometæ, cujus nota est Periodus.

Oculo in secundariorum Planetarum aliquo collocato Astronomia intricatior est & difficilior. Ad hanc enim secundùm apparentias condendam opus erit primo Mobili

Cœleſtia omnia ſpatio Nychthemeri ab ortu in occaſum rapiente: Sed nec hoc ſatis erit; nam Volva iſti primo Mobili non obtemperat, Cœleſtis licet ſit; & in Jovis vel Saturni Satellite, Cœleſtium (Volvâ inferiorum) aliqua per primum Mobile circumaguntur, aliqua non item. Porro, ad ſecundos motus demonſtrandos adhibere oportet Deferentes, Epycyclos & Epicyclo-Epicyclos, & hos omnes mutare ſæpius neceſſe habebit Aſtronomus; unde illi Syſtema maxime compoſitum erit, & calculus intricatiſſimus. At Geographiam & Navigationem feliciter exercebit: præterquam enim quod omnia ex Geometria petita ſubſidia adhibere, quodque Latitudinem loci cujuſvis ſimiliter exquirere poſſit atque nos noſtrorum, Longitudinem à Meridiano immotæ Volvæ ſubjecto computabit, & Diſtantiam Meridiani cujuſvis loci, in Subvolvarum hemiſphærio, à primo Meridiano immediate obſervabit; quod in Planeta primario æque bene non procedit, nempe cui nihil immotum in Cœlis eſt præter Polos primi motûs Hæc omnium accuratiſſime in Jovis Satellitum aliquo fiunt, cui *ſc.* Volva fere immota manet; minime accurate in Luna noſtra, cui Volva non tantum in latitudinem libratur (ut incolis Lunarum Saturniarum contingit) ſed etiam in longitudinem; adeo ut ad Longitudinem loci Lunaris ex Volvæ obſervatione deducendam opus ſit theoriâ Librationis Volvæ. Porro, per obſervationes in diverſis domicilii ſui locis eodem momento factas, Volvæ aliorumque Volvæ Comitum Diſtantiæ elicientur, quæ ægre aliter (niſi forte ex valde diverſa Magnitudine apparente horum Comitum) conſtarent, unde Comitum motus circa Volvam eluceſcet; eritque hic primus gradus ad veri Syſtematis cognitionem. Nam Phaſium varietas, quæ hujuſmodi motum Veneris & Mercurii circa Solem Terricolis detexit, locum hic non habet.

Si tandem Satellitis alicujus incola domicilii ſui circa Volvam, & Volvæ circa Solem motum agnoſcat, ſedem obtinet

obtinet Aſtronomiæ colendæ accommodatiſſimam: Nam, præter Geographiam accuratiſſimam Aſtronomiæ admodum neceſſariam, propter Atmoſphæræ abſentiam nubes aut nebulæ obſervationes nunquam impediunt, Sydera interdiu æque ac noctu, Planetaſque omnes etiam Soli propinquos obſervare poterit; ideoque, ſi qui ſint, Mercurio inferiores nobis inviſos videbit, & Aſtronomiam in tantum augebit. Præterea Sydera abſque Refractione (quippe facta in Atmoſphæra Obſervatori circundata) obſervabit; hæc verò ſola Terricolarum obſervationes adeo turbat, ut de minutioribus angulis capiendis pene deſperatum ſit. Porro, Volva in loco ſuo rotata Horologii omnibus Subvolvanis ſpectandi vices gerit, & hujus ope obſervationum momenta commode notantur. Omnium Satellitum maxime commoda in hunc uſum videtur Luna Telluris comes: Nam ejus Aſtronomia apparens (qualem eſſe naſcentem omnem Aſtronomiam neceſſe eſt, niſi verum Syſtema divinitus innotuerit) minime compoſita aut perturbata erit, quia alius nullus Comes Tellurem ambit; unde facilius ad verum Syſtema perveniet. Et licet diameter Orbitæ extimi Satellitis Jovis aut Saturni ſubtendat angulum ad Solem fere æqualem illi, quem ſubtendit diameter Orbitæ Lunaris, adeoque Diſtantia Solis à Jove Saturno, per obſervationes in horum Satellitibus extimis inſtitutas, fere tam exacte definiri queat, atque ejus Diſtantia à Tellure per obſervationes in Luna factas; tamen cum Solis Diſtantia innoteſcat ex nota cujuſvis Planetæ primarii Diſtantia, Satellitis Jovis incola ſibi proximum Primarium, nempe Martem Soli junctum & retrogradum, ad dictam inquiſitionem eliget, ſicut nos Venerem ſimiliter poſitam: Angulus autem, quem diameter Orbitæ Lunaris ſubtendit ad Venerem Telluri proximam, fere triplo major eſt angulo, quem diameter Orbitæ extimi Satellitum Jovis ſubtendit ad Martem Jovi proximi.

FINIS.

APPENDIX

AD

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ ELEMENTA DAVIDIS GREGORII.

CONTINENS

I. COMETOGRAPHIAM HALLEIANAM excerptam ex *Transactionibus Philosophicis anni* 1705. *Mens. Martij*, *Num°*. 297.

II. Brevem HOROLOGIORUM SCIOTERICORUM TRACTATUM ab EDITORE Conscriptum.

COMETOGRAPHIA

seu

Astronomiæ Cometicæ Synopsis, *Autore* Edmundo Halleio *apud* Oxonienses *Geometriæ Professore* Saviliano, & Reg. Soc. S.

VEteres *Ægyptii* & *Chaldæi*, siqua fides *Diodoro Siculo*, longa observationum serie instructi, Cometarum ἐπιτολὰς prænuntiare valuerunt. Cum autem iisdem artibus etiam Terræ-motus ac tempestates prævidisse dicantur, extra dubium est Astrologiæ potius calculo fatidico, quam Astronomicis motuum Theoriis eorum de his rebus scientiam referendam esse. Ac vix alia à Græcis utriusque populi victoribus reperta est apud eos doctrina; adeo ut eam, quam nunc eousque proveximus Astronomiam, Græcis ipsis, præsertim magno *Hipparcho*, uti inventoribus, acceptam debeamus. Apud hos vero *Aristotelis* sententia, qui Cometas nihil aliud esse voluit quam Vapores sublunares vel etiam Meteora aerea, tantum effecit, ut hæc Astronomicæ scientiæ pars longe subtilissima, omnino neglecta manserit, cum nemini operæ pretium visum fuerit, vagas & incertas fluitantium in æthere vaporum semitas adnotare scriptisque mandare; unde factum ut ab illis nihil certi de motu Cometarum ad nos transmissum reperiatur.

Seneca autem Philosophus, perpensis duorum insignium sui temporis Cometarum Phænomenis, non dubitavit iis loca inter corpora cœlestia assignare, Sydera esse cum mundo duratura existimans, quanquam Motus eorum legibus nondum compertis regi fateatur. Tandemque Vaticinio non irrito promittit aliquando futura secula, quibus hæc tam occulta *dies extraheret ac longioris ævi diligen-*

tia : quibusque admirationi foret hæc *Veteres* nescire potuisse ; postquam *Demonstraverit aliquis* Naturæ Interpres *in quibus Cœli partibus Cometæ errent , quanti , qualesque sint.* Ab hac autem *Senecæ* sententia in diversas partes abiit pene omnis Astronomorum Cohors ; ac ipse *Seneca* , neque Phænomena Motus quibus opinionem hanc tueretur, neque tempora adscribere dignatus est, quæ posteris ad hæc definienda usui forent. Ac evolutis plurimis Cometarum Historiis , nihil omnino invenio quod huic negotio inservire possit , ante annum à *Christo* nato 1337. quo *Nicephorus Gregoras* Historicus & Astronomus *Constantinopolitanus* nobis Cometæ semitam inter fixas satis accurate descripsit : tempora autem nimis laxe consignavit , ita ut non nisi quod abhinc quadringentis pene Annis apparuerit , lubricus & incertus hic Cometa Catalogo quem damus inseri mercatur. Dein Cometa anni 1472 omnium velocissimus ac terris proximus *Regiomontanum* habuit observatorem. Hic magnitudine ac Comâ terribilis , unius diei spatio 40 gradus sub circulo Cœli maximo emensus est; ac omnium primus est de quo observata idonea ad nos pervenere. Quotquot autem Cometas considerarunt , usque ad tempora *Tychonis Brahe* magni illius Astronomiæ restauratoris , eos sublunares esse autumârunt , adeoque parvi penderunt , utpote pro Vaporibus habitos.

Anno autem 1577 , (*Tychone* jam studio astrorum serio incumbente , comparatisque Machinis ingentibus pro dimetiendis cœli arcubus , majori cum cura & certitudine quam Veteribus sperare fas erat) Emersit Cometa satis conspicuus , cui observando strenue sese accinxit *Tycho :* multisque & fidis experimentis deprehendit , nulli quæ sentiretur Parallaxi diurnæ obnoxium fuisse , adeoque non tantum non fuisse Vaporem aereum , sed & etiam multo superiorem extitisse Lunâ : immo nihil obstabat quin inter ipsos Planetas collocaretur ; frustra interim contra obstrepentibus Scholasticorum nonnullis.

Ty-

Tychonis vero eximiam in obſervando induſtriam excepit *Kepleri* ſagaciſſimum & pene divinum ingenium. Hic *Tychonis* laboribus fretus Syſtema Mundi verum & Phyſicum adinvenit, ac ſcientiam Aſtronomicam in immenſum auxit; Monſtrato ſc. Planetas omnes in Planis per Solis centrum tranſeuntibus revolvi, Curvaſque Ellipticas deſcribere, eà lege, ut Areæ Sectorum Ellipticorum, ad centrum Solis in Ellipſeos foco conſtituti, temporibus, quibus deſcribantur arcus, ſemper proportionales ſint. Invenit etiam Diſtantias Planetarum à Sole eſſe in ſeſquialtera ratione temporum periodicorum, ſive Cubos diſtantiarum eſſe ut Quadrata Temporum. Tanto autem Artifici affulſere duo Cometæ, quorum alter maxime illuſtris. Ex horum obſervatis concluſit *Keplerus* non uno parallaxis annuæ indicio, Cometas inter Orbes planetarum liberrime quaquaverſum ferri, motu quidem non multum à rectilineo diverſo, ſed quem nondum definire licuit. Ac *Hevelius*, *Tychonis* æmulus, *Kepleri* veſtigiis inſiſtens, eandem Hypotheſim Motus rectilinei amplexus eſt, ipſe plurium Cometarum Obſervator perquam ſubtilis. Cœlo tamen Calculum ſuum non penitus conſentire queſtus eſt, Viamque Cometicam verſus Solem incurvari ſuboluit.

Tandem de ſummo Cœlo lapſus eſt prodigioſus ille Cometa Anni 1680. quaſi Caſu perpendiculari Solem petens, & exinde pari velocitate aſſurgens: Hic per quatuor Menſes continuos viſus, inſigni ac peculiari Curvitate Orbitæ ad inveſtigationem Motus Theoriæ præ cæteris idoneus erat: Inſtructis autem jampridem Regiis Obſervatoriis, *Pariſienſi* & *Grenovicenſi*, ac Aſtronomorum Clariſſimorum curæ commiſſis, accidit ut hujus Cometæ Motus apparens, quantum forſan mortalibus fas eſt, accuratiſſime à *Caſſino* & *Flamſtedio* obſervaretur.

Non multo poſt, dum Geometrarum Princeps illuſtriſſimus *Newtonus* operam dabat *Principiis Philoſophiæ Mathematicis*; non ſolum Inventa *Kepleri* in Syſtemate Planeta-

rio neceſſariò locum habere demonſtravit : verum etiam Cometarum Phænomena omnia ex iiſdem Principiis evidenter conſequi. Id quod exemplo prædicti Cometæ anni 1680. abunde illuſtravit, modumque docuit Geometrice conſtruendi Orbitas Cometarum; Problemaque arduum ac tanto Oedipo dignum ſumma cum omnium admiratione reſolvit. Cometam autem hunc in orbe parabolico Solem circumiiſſe probat, ita ut Areæ ad Centrum Solis æſtimatæ Temporibus proportionales fuerint.

Tanti viri veſtigia inſecutus eandem methodum calculo Arithmetico accommodare aggreſſus ſum, nec irrito Conamine. Undique enim conquiſitis Cometarum Obſervationibus, Tabellam hanc, immenſi pene Calculi fructum, obtinui, exiguum quidem ſed non ingratum Aſtronomis munus. Hi etenim numeri vim habent omnia quæ de motu Cometarum hactenus obſervata ſunt accuratiſſime repræſentandi, ope ſolius Tabulæ Generalis inſequentis, cui adornandæ nullis ſane peperci laboribus, ut perfecta prodiret, utpote Poſteritati conſecrata ac cum Scientia Aſtronomica duratura.

Cometarum Omnium hactenus rite Obſervatorum, Motuum in Orbe Parabolico Elementa Aſtronomica.

Cometæ Anni.	*Nodus Aſcend.* gr. ′ ″	*Inclin. Orbitæ.* gr. ′ ″	*Perihelion in Orbe.* gr ′ ″	*Perihelion in Ecliptica.* gr ′ ″	*Latitudo Perihelii* gr. ′ ″	*Diſtantia Perihelia à Sole.*	*Log. diſt. Periheliæ à Sole.*	*Temp. æquat. Perihelii Londini.* die. h. ′
1337	♊ 24. 21. 0	32. 11. 0	♉ 7. 59. 0	♉ 12. 45. 15	22. 40. 30 B	40666	9.609236	*Junii* 2. 6. 25
1472	♑ 11. 46. 20	5. 20. 0	♉ 15. 33. 30	♉ 15. 40. 20	4. 25. 50 A	54273	9.734584	*Feb.* 28. 22. 23
1531	♉ 19. 25. 0	17. 56. 0	♒ 1. 39. 0	♒ 0. 48. 15	17. 3. 05 B	56700	9.753583	*Aug.* 24. 21. 18½
1532	♊ 20. 27. 0	32. 36. 0	♋ 21. 7. 0	♋ 16. 59. 40	15. 57. 00 B	50916	9.706803	*Oct.* 19. 22. 12
1556	♍ 25. 42. 0	32. 6. 30	♑ 8. 50. 0	♑ 11. 0. 00	31. 10. 20 B	46390	9.666424	*Apr.* 21. 20. 3
1577	♈ 25. 52. 0	74. 32. 45	♌ 9. 22. 0	♍ 7. 53. 00	69. 35. 20 A	18342	9.263447	*Oct.* 26. 18. 45
1580	♈ 18. 57. 20	64. 40. 0	♋ 19. 5. 50	♋ 19. 17. 10	64. 40. 0 B	59628	9.775450	*Nov.* 28. 15. 00
1585	♉ 7. 42. 30	6. 4. 0	♈ 8. 51. 0	♈ 8. 59. 10	2. 55. 25 A	109358	10.038850	*Sept* 27. 19. 20
1590	♍ 15. 30. 40	29. 40. 40	♏ 6. 54. 30	♏ 2. 55. 50	22. 45. 50 A	57661	9.760882	*Jan.* 29. 3. 45
1596	♒ 12. 12. 30	55. 12. 0	♏ 18. 16. 0	♏ 22. 44. 35	54. 44. 30 B	51293	9.710058	*Julii* 31. 19. 55
1607	♉ 20. 21. 0	17. 2. 0	♒ 2. 16. 0	♒ 1. 29. 40	16. 10. 5 B	58680	9.768490	*Oct.* 16. 3. 50
1618	♊ 16. 1. 0	37. 34. 0	♈ 2. 14. 0	♈ 6. 10. 00	35. 50. 0 A	37975	9.579498	*Oct.* 29. 12. 23
1652	♊ 28. 10. 0	79. 28. 0	♈ 28. 18. 40	♊ 10. 41. 35	58. 14. 0 A	84750	9.928140	*Nov.* 2. 15. 40
1661	♊ 22. 30. 30	32. 35. 50	♋ 25. 58. 40	♋ 21. 37. 30	17. 17. 0 B	44851	9.651772	*Jan.* 16. 23. 41
1664	♊ 21. 14. 0	21. 18. 30	♌ 10. 41. 25	♌ 8. 40. 35	16. 1. 50 A	102575½	10.011044	*Nov.* 24. 11. 52
1665	♏ 18. 02. 0	76. 05. 0	♊ 11. 54. 30	♉ 24. 6. 35	23. 8. 0 B	10649	9.027309	*Apr.* 14. 5. 15½
1672	♑ 27. 30. 30	83. 22. 10	♉ 16. 59. 30	♋ 9. 26. 00	69. 27. 40 B	69739	9.843476	*Feb.* 20. 8. 37
1677	♏ 26. 49. 10	79. 03. 15	♌ 17. 37. 5	♋ 16. 21. 05	75. 44. 10 B	28059	9.448072	*Apr.* 26. 00. 37½
1680	♑ 2. 2. 0	60. 56. 0	♐ 22. 39. 30	♐ 27. 26. 50	8. 11. 10 A	00612½	7.787106	*Dec.* 8. 00. 6
1682	♉ 21. 16. 30	17. 56. 0	♒ 2. 52. 45	♒ 2. 0. 30	16. 59. 20 B	58328	9.765877	*Sept.* 4. 07. 39
1683	♍ 23. 23. 0	83. 11. 0	♊ 25. 29. 30	♋ 10. 36. 55	82. 52. 00 B	56020	9.748343	*Julii* 3. 2. 50
1684	♐ 28. 15. 0	65. 48. 40	♏ 28. 52. 0	♐ 15. 15. 25	26. 35. 20 A	96015	9.982339	*Maii* 29. 10. 16
1686	♓ 20. 34. 40	31. 21. 40	♊ 17. 00. 30	♊ 16. 24. 00	31. 17. 35 B	32500	9.511883	*Sept.* 6. 14. 33
1698	♐ 27. 44. 15	11. 46. 0	♑ 00. 51. 15	♑ 0. 47. 20	0. 38. 10 A	69129	9.839660	*Oct.* 8. 16. 57

Hæc Tabula vix indiget explicatione, cum ex titulis ſatis pateat quid ſibi velint Numeri. Diſtantiæ autem periheliæ æſtimantur in ejuſmodi partibus quales media diſtantia Terræ à Sole habet centies millenas.

Tabula Generalis pro Supputando Motu Cometarum in Orbe Parabolico.

Medius motus.	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro distantiâ à Sole.*	*Medius motus.*	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro distantiâ à Sole.*
o	gr. ′ ″		o.	gr. ′ ″	
1	1. 31. 40	0. 000077	31	42. 55. 07	0. 062400
2	3. 3. 15	0. 000309	32	44. 3. 16	0. 065835
3	4. 34. 43	0. 000694	33	45. 10. 26	0. 069316
4	6. 6. 0	0. 001231	34	46. 16. 35	0. 072839
5	7. 37. 1	0. 001921	35	47. 21. 36	0. 076396
6	9. 7. 44	0. 002759	36	48. 25. 33	0. 079984
7	10. 38. 2	0. 003745	37	49. 28. 29	0. 083604
8	12. 7. 53	0. 004876	38	50. 30. 23	0. 087249
9	13. 37. 17	0. 006151	39	51. 31. 11	0. 090912
10	15. 6. 6	0. 007564	40	52. 30. 54	0. 094594
11	16. 34. 20	0. 009115	41	53. 29. 42	0. 098298
12	18. 1. 54	0. 010798	42	54. 27. 32	0. 102019
13	19. 28. 47	0. 012609	43	55. 24. 22	0. 105752
14	20. 54. 53	0. 014550	44	56. 20. 11	0. 109490
15	22. 20. 14	0. 016607	45	57. 15. 5	0. 113240
16	23. 44. 43	0. 018783	46	58. 9. 2	0. 116995
17	25. 8. 22	0. 021072	47	59. 2. 5	0. 120756
18	26. 31. 7	0. 023470	48	59. 54. 13	0. 124518
19	27. 52. 55	0. 025969	49	60. 45. 26	0. 128278
20	29. 13. 52	0. 028551	50	61. 35. 45	0. 132035
21	30. 33. 39	0. 031263	51	62. 25. 14	0. 135792
22	31. 52. 31	0. 034045	52	63. 13. 50	0. 139541
23	33. 10. 23	0. 036916	53	64. 1. 38	0. 143288
24	34. 27. 12	0. 039864	54	64. 48. 38	0. 147029
25	35. 42. 59	0. 042892	55	65. 34. 50	0. 150762
26	36. 57. 41	0. 045989	56	66. 20. 14	0. 154482
27	38. 11. 20	0. 049154	57	67. 04. 51	0. 158192
28	39. 23. 56	0. 052383	58	67. 48. 22	0. 161890
29	40. 35. 26	0. 055668	59	68. 31. 51	0. 165578
30	41. 45. 50	0. 059010	60	69. 14. 16	0. 169254

Medius motus.	Angulus à perihelio.	Logarithmus pro distantiâ à Sole.	Medius motus.	Angulus à perihelio.	Logarithmus pro distantiâ à Sole.
o	gr. ′ ″		o	gr. ′ ″	
61	69. 55. 58	0. 172914	91	86. 20. 34	0. 274176
62	70. 36. 56	0. 176557	92	86. 46. 20	0. 277239
63	71. 17. 16	0. 180188	93	87. 11. 43	0. 280284
64	71. 56. 56	0. 183803	94	87. 36. 45	0. 283306
65	72. 35. 57	0. 187404	95	88. 01. 27	0. 286308
66	73. 14. 15	0. 190978	96	88. 25. 49	0. 289293
67	73. 51. 59	0. 194540	97	88. 49. 48	0. 292252
68	74. 29. 6	0. 198085	98	89. 13. 32	0. 295201
69	75. 05. 38	0. 201614	99	89. 36. 54	0. 298122
70	75. 41. 35	0. 205122	100	90. 00. 00.	0. 301030
71	76. 16. 56	0. 208612	102	90. 45. 14	0. 306782
72	76. 51. 43	0. 212080	104	91. 29. 18	0. 312469
73	77. 25. 57	0. 215529	106	92. 12. 14	0. 318060
74	77. 59. 41	0. 218963	108	92. 54. 4	0. 323587
75	78. 32. 54	0. 222378	110	93. 34. 52	0. 329042
76	79. 5. 35	0. 225769	112	94. 14. 40	0. 334424
77	79. 37. 45	0. 229142	114	94. 53. 30	0. 339736
78	80. 9. 23	0. 232488	116	95. 31. 22	0. 344979
79	80. 40. 34	0. 235809	118	96. 8. 22	0. 350153
80	81. 11. 16	0. 239127	120	96. 44. 30	0. 355262
81	81. 41. 31	0. 242416	122	97. 19. 48	0. 360306
82	82. 11. 19	0. 245684	124	97. 54. 17	0. 365284
83	82. 40. 40	0. 248933	126	98. 28. 00	0. 370200
84	83. 9. 34	0. 252159	128	99. 00. 57	0. 375052
85	83. 38. 4	0. 255366	130	99. 33. 11	0. 379842
86	84. 6. 8	0. 258552	132	100. 4. 43	0. 384576
87	84. 33. 49	0. 261720	134	100. 35. 45	0. 389252
88	85. 1. 5	0. 264865	136	101. 5. 48	0. 393868
89	85. 27. 58	0. 267989	138	101. 35. 22	0. 398428
90	85. 54. 27	0. 271092	140	102. 4. 19	0. 402930

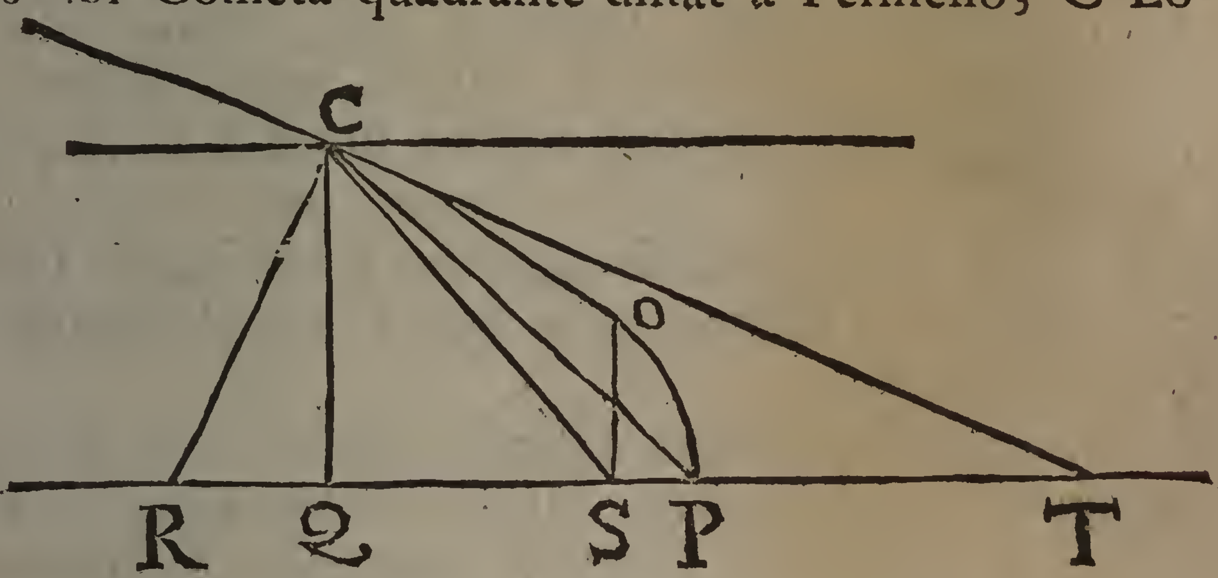
Medius motus. °	*Angulus à perihelio.* gr. ′ ″	*Logarithmus pro distantiâ à Sole.*
142	102.32.41	0. 407380
144	103.00.31	0. 411784
146	103.27.47	0. 416132
148	103.54.31	0. 420430
150	104.20.43	0. 424676
152	104.46.22	0. 428866
154	105.11.33	0. 433012
156	105.36.16	0. 437110
158	106.00.32	0. 441164
160	106.24.23	0. 445178
162	106.47.47	0. 449144
164	107.10.44	0. 453060
166	107.33.17	0. 456936
168	107.55.27	0. 460772
170	108.17.14	0. 464208
172	108.38.37	0. 468318
174	108.59.39	0. 472030
176	109.20.20	0. 475705
178	109.40.40	0. 479340
180	110 00.40	0. 482937
182	110.20.20	0. 486498
184	110.39.41	0. 490022
186	110.58.44	0. 493512
188	111.17.28	0. 496965
190	111.35.55	0. 500384
192	111.54.05	0. 503769
194	112.11.58	0. 507121
196	112.29.34	0. 510441
198	112.46.55	0. 513729
200	113. 4.00	0. 516984
204	113.37.25	0. 523406
208	114. 9.52	0. 529705
212	114.41.23	0. 535886
216	115.12.02	0. 541958
220	115.41.51	0. 547922
224	116.10.52	0. 553782
228	116.39. 7	0. 559538
232	117. 6.38	0. 565199
236	117.33.27	0. 570762
240	117.59.35	0. 576233
244	118.25. 5	0. 581616
248	118.49.57	0. 586912
252	119.14.14	0. 592122
256	119.37.56	0. 597252
260	120. 1. 6	0. 602301
264	120.23.44	0. 607274
268	120.45.52	0. 612174
272	121. 7.30	0. 616998
276	121.28.39	0. 621750
280	121.49.22	0. 626438
284	122. 9.38	0. 631056
288	122.29.28	0. 635608
292	122.48.54	0. 640098
296	123. 7.57	0. 644525
300	123.26.36	0. 648893
310	124.11.40	0. 659559
320	124.54.36	0. 669880
330	125.35.34	0. 679876
340	126.14.44	0. 689568
350	126.52.12	0. 698970

Tabula Generalis pro Supputando Motu Cometarum in Orbe Parabolico.

Medius motus.	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro distantiâ*	*Medius motus.*	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro distantiâ*
o	gr. ′ ″	*à Sole.*	o	gr. ′ ″	*à Sole.*
360	127.28. 6	0. 708104	820	141.49.24	0. 970836
370	128. 2.33	0. 716976	840	142.10.00	0. 978397
380	128.35.38	0. 725606	860	142.29.56	0. 985771
390	129. 7.27	0. 734006	886	142.49.10	0. 992970
400	129.38. 4	0. 742186	900	143. 7.48	1. 000000
410	130. 7.34	0. 750160	920	143.25.51	1. 006871
420	130.36. 2	0. 757930	940	143.43.21	1. 013586
430	131. 3.30	0. 765516	960	144.00.18	1. 020155
440	131.30. 2	0. 772918	980	144.16.46	1. 026583
450	131.55.41	0. 780148	1000	144.32.46	1. 032876
460	132.20.30	0. 787216	1500	149.26. 8	1. 158188
470	132.44.32	0. 794122	2000	152.26.15	1. 246058
480	133. 7.50	0. 800882	2500	154.32.20	1. 313703
490	133.30.25	0. 807494	3000	156. 7.27	1. 368678
500	133.52.20	0. 813969	3500	157.22.49	1. 414974
520	134.34.18	0. 826522	4000	158.24.36	1. 454950
540	135.14. 0	0. 838600	4500	159.16.36	1. 490125
560	135.51.28	0. 850187	5000	160. 1.12	1. 521521
580	136.27. 6	0. 861369	5500	160.40. 5	1. 549874
600	137.00.57	0. 872155	6000	161.14 24	1. 575718
620	137.33.13	0. 882575	6500	161.45.00	1. 599460
640	138. 3.58	0. 892649	7000	162.12.34	1. 621417
660	138.33.21	0. 902401	7500	162.37.34	1. 641838
680	139. 1.29	0. 911866	8000	163.00.23	1. 660922
700	139.28.25	0. 921012	8500	163.21.20	1. 678834
720	139.54.16	0. 929907	9000	163.40.42	1. 695708
740	140.19. 5	0. 938549	9500	163.58.38	1. 711662
760	140.42.56	0. 946951	10000	164.15.20	1. 726784
780	141.05.55	0. 955124	50000	170.52. 0	2. 197960
800	141.28. 3	0. 963082	100000	172.45.44	2. 399655

Tabulæ Generalis Constructio & Usus.

Ut Planetæ in Orbibus Ellipticis, ita Cometæ in Parabolicis Solem in Foco communi situm ambiunt; ea lege ut Areæ æquales æqualibus temporibus describantur. Quoniam vero Parabolæ omnes inter se similes sunt, si determinata aliqua pars Areæ datæ Parabolæ dividatur in partes quotlibet; in omnibus Parabolis fiet similis divisio sub iisdem angulis, atque distantiæ erunt proportionales: ideoque una nostra Tabula pro Cometis omnibus sufficiet. Calculi autem hujus Tabulæ hæc est ratio. In Schemate sit S Sol, P O C orbita Cometæ, P Perihelion. O Locus ubi Cometa quadrante distat à Perihelio, C Locus quivis alius. Junge C P, C S. ac fiant S T, S R æquales ipsi C S; ac ductis rectis C R, C T (quarum hæc Curvæ Tangens est, illa perpendicularis) in axem P S R demitte normalem C Q.



Jam data quâvis Areâ C O P S, oportet angulum C S P, & distantiam C S inquirere. Quoniam ob naturam Parabolæ recta R Q ubique æqualis est semilateri recto, ponatur latus rectum $= 2$, adeoque R Q $= 1$: ac sit recta C Q $= z$: erit itaque P Q $= \frac{1}{2} zz$, ac Segmentum parabolicum C O P $= \frac{1}{12} zzz$. Triangulum autem C S P erit $= \frac{1}{4} z$: adeoque Area mixtilinea C O P S erit $\frac{1}{12} z^3 + \frac{1}{4} z = a$, ac $z^3 + 3z = 12a$. Quare resolutâ hâc æquatione Cubicâ, z sive ordinatim applicata C Q innotescet. Proponatur

** 2,

tur jam Area O P S in partes centenas dividenda : hæc Area duodecima pars eſt quadrati lateris recti, adeoque 12 *a* æquantur Quadrato illo = 4 : Si itaque ſucceſſive extrahantur radices æquationum $z^3 + 3z =$ 0, 04 : 0, 08 : 0, 12 : 0, 16 &c. habebuntur totidem *z* ſive ordinatim applicatæ C Q reſpective ; ac diviſa erit area S O P in partes centenas. Eodemque modo ultra locum O continuandus eſt calculus. Radix autem hujus æquationis, cum R Q ſit = 1, Tangens eſt Tabularis anguli C R Q, ſive dimidii anguli C S P, adeoque angulus C S P datur. Ejuſdemque anguli C R Q ſecans R C, Media proportionalis eſt inter R Q ſive Unitatem & R T, quæ dupla eſt ipſius S C, ut ex Conicis notiſſimum eſt. Quod ſi S P ponatur 1, adeoque latus rectum = 4 (ut in Tabulâ noſtrâ) ipſa R T erit diſtantia quæſita; duplum ſcilicet ipſius S C in priore Parabolâ. Ad hunc modum itaque præcedentem Tabulam elaboravi repræſentandis omnium Cometarum motibus inſervientem : hactenus enim nullus ex obſervatis Parabolæ leges reſpuit.

Reſtat jam præcepta Calculi tradere, modumque ſupputandi locum Cometæ viſum ex his Numeris exhibere. Cometæ autem in Parabola moventis Velocitas ubique eſt ad velocitatem Planetæ gyrantis in Circulo circa Solem, ad eandem à Sole diſtantiam, ut $\sqrt{2}$ ad 1 : ut conſtat *ex Principiis Phil. Nat. Math. Lib.* I. *Prop.* 16. *Corol.* 7. Si itaque Cometa in perihelio ad diſtantiam æqualem diſtantiæ Terræ à Sole ſupponatur, erit area diurna, quam deſcriberet Cometa, ad aream quam deſcribit Terra, ut $\sqrt{2}$ ad 1. ac proinde tempus annuum, ad tempus quo Cometa talis deſcriberet Quadrantem Orbitæ ſuæ à Perihelio ut 3. 14159 &c. (hoc eſt ut area circuli) ad $\sqrt{\frac{8}{9}}$. Cometa igitur deſcriberet Quadrantem illum diebus 109. 14^h. 46$'$. adeoque areâ illâ Parabolicâ areæ P O S analogâ in centum particulas diſtributâ,

butâ, singulis diebus competunt particulæ 0, 912280. Cujus Logarithmus nempe 9, 960128 in perpetuum usum servandus est. Tempora autem, quibus Cometa in distantia majore vel minore Quadrantes similes describeret, sunt ut Revolutiones in Circulis; hoc est in sesquiplicata ratione distantiarum: adeoque areæ diurnæ in partibus centesimis Quadrantis æstimatæ (quas medii Motus mensuras, instar Graduum, ponimus) sunt in singulis in subsesquialtera ratione distantiæ Periheliæ à Sole.

His necessario præmissis proponatur alicujus è Cometis nostris Locum visum ad datum tempus supputare. Primum itaque Solis Locus ab Æquinoctio in promptu sit, ejusdemque distantiæ à Terrâ Logarithmus. 2°. Capiatur intervallum Temporis inter Tempus Perihelii & Tempus datum, in diebus partibusque diei decimalibus. Hujus numeri Logarithmo addatur Logarithmus constans 9,960128 ac complementum arithmeticum sesquialterius Logarithmi distantiæ Periheliæ à Sole: summa Logarithmus erit Motûs medii in prima Columna Tabulæ Generalis quærendi. 3°. Cum motu medio capiatur in Tabulâ correspondens angulus à Perihelio, & Logarithmus pro distantiâ à Sole: ac in Cometis Directis adde, in Retrogradis subduc, si fuerit Tempus post Perihelium; vel in Directis subduc & in Retrogradis adde, si fuerit ante Perihelium, angulum sic inventum à loco vel ad locum Perihelii. Et habebitur Locus Cometæ in orbitâ propriâ: Et ad Logarithmum pro Distantiâ ibidem inventum addatur logarithmus distantiæ Periheliæ, summa erit Logarithmus distantiæ veræ Cometæ à Sole. 4°. Cum Loco Cometæ in Orbitâ, dato Loco Nodi, capiatur distantia Cometæ à Nodo: ac datâ Inclinatione plani, dabuntur, Notissimis Trigonometriæ præceptis, Locus Cometæ ad Eclipticam reductus, cum Inclinatione sive Latitudine Heliocentricâ, ac Distantiæ Curtatæ Logarithmus. 5°. Ex his datis, iisdem omnino regulis quibus loca Planetarum, ex dato Lo-

co & Diſtantiâ Solis; obtinebitur Locus Viſus ſeu Geocentricus cum Latitudine viſa. Id quod exemplo uno vel altero operæ pretium erit illuſtrare.

Exemp. I. Quæritur Locus Cometæ Anni $166\frac{4}{5}$ *Martii* 1°. 7ʰ. 00′. P. M. *Londini.* Hoc eſt 96ᵈ. 19ʰ. 8′. poſt Perihelion ejus *Novemb.* 24°. 11ʰ. 52′. Celebratum.

Log. diſt. Perihel.	0. 011044	*Perihel.* ♌	10. 41. 25
Log. Seſquialt.	0. 016566	*Ang. Correſp.*	83. 38. 05
Comp. Arith.	9. 983434	*Comet. in Orb.* ♉	17. 3. 20
	9. 960128	☊ ♊	21. 14. 00
Log. Temp.	1. 985862	*Com. à Nodo*	34. 10. 40
Log. Med. Mot.	1. 929424	*Red. ad Eclip.*	32. 19. 05
Medius Motus	85. 001	*Com. Helioc.* ♉	18. 54. 55
		Incl. Bor.	11. 46. 50.

Log. pro diſt. 0. 255369
Log. Perihel. 0. 011044
Co . ſin. Incl. 9. 990754
Log. diſt. Curt. 0. 257167
Log. diſt. ☉ 9. 997918
☉ ♓ 21. 44. 45
Com. Viſus ♈ 29. 18. 30
Lat. Viſa 8. 36. 15 *Bor.*

Exemp.

Exemp. II. Quæritur Locus Cometæ Anni 1683 *Julii* 23°. 13^h. 35′. P. M. *Londini*. Vel 13^h. 40′ T. æquat. hoc eſt 21^d. 10^h, 50′ poſt Perihelion.

Log. diſt. Perihel.	9. 748343	*Perihel.* ♊	25. 29. 30
Log. Seſquialt.	9. 622514	*Ang. Correſp.*	56. 47. 20
Comp. Arith.	0. 377486	*Comet. in Orb.* ♈	28. 42. 10
	9. 960128	☋ ♓	23. 23. 00
Log. Temp.	1. 310723	*Com. à* ☋	35. 19. 10
Log. Med. Mot.	1. 648337	*Red. ad Eclip.*	4. 48. 30
Medius Motus.	44. 498	*Com. Helioc.* ♓	28. 11. 30
		Incl. Bor.	35. 2. 00

Log. pro diſt.	0. 111336
Log. Perihel.	9. 748343
Co. ſin. Incl.	9. 913187
Log. diſt. Curt.	9. 772866
Log. diſt. ☉	0. 006104
☉ *Locus* ♌	10. 41. 25
Com. Viſus ♋	5. 11. 50
Lat. Bor.	28. 52. 00

Momento autem primi Exempli, *Londini* obſervatum eſt Cometam applicari ad Stellam ſecundam *Arietis*; ita ut novem minutis illâ borealior repertus ſit, ac tribus minutis orientalior: Obſervante D^{no} *Roberto Hookio*. In ſecundo autem Exemplo ipſe, in viciniâ *Londini*, inſtrumentis quibus olim Stellas Auſtrales obſervaveram, Cometæ locum deprehendi ♋. 5°. 11′. $\frac{1}{2}$, cum Latitudine Boreali, 28°. 52′, conſentiente ad amuſſim obſervatione *Grenovicenſi* eodem pene momento factâ.

Cometa autem Anni 1680, qui pene Solem attigit, (non enim triente ſemidiametri corporis Solaris à ſuperficie ejus diſtabat in Perihelio) cum Latus rectum exi-

guum

guum admodum ſit, Tabulâ Generali haud coerceri potuit, ob immanem Motus medii velocitatem: præſtat itaque in hoc, poſtquam inventus fuerit Motus medius, ex eodem, ope præcedentis æquationis $zzz + 3z = \frac{4}{100}$ *Mot. med.* Tangentem dimidii anguli à Perihelio elicere, una cum Logarithmo pro diſtantia à Sole. Quibus datis iiſdem omnino regulis ac in cæteris procedendum eſt.

Ad hunc itaque modum Aſtronomico Lectori examinare licet numeros à me poſitos, quos ſummâ curâ ex obſervationibus quæ ſuppetebant exantlavi; neque enim, antequam probe ad incudem redacti fuerint, ac multorum annorum ſtudio quantum fieri poſſit politi, in publicum prodeunt. Hoc Autem ſpecimen aſtronomiæ Cometicæ, futuri operis Prodromum, editum eſſe volui; ne forte ſuperveniente fato perirent lucubrationes noſtræ, ob Calculi difficultatem non cuivis homini denuo ſuſcipiendæ. Monendus autem eſt Lector, quinque priores ordine Cometas, quorum tertius & quartus eſt à *Petro Apiano* obſervatus, quintus vero à *Paulo Fabricio*, uti & decimus à *Mæſtlino* (ni fallor) anno 1596 conſpectus, non eundem certitudinis gradum cum reliquis præ ſe ferre. Neque enim debitis organis nec cura ad hoc requiſità obſervationes ipſæ peractæ ſunt; adeoque inter ſe diſſidentes nullo modo cum computo regulari conciliari poſſunt. Cometam Anni 1684 unus vidit *Blanchinus* obſervator *Romanus*: ultimum vero Anni ſc. 1698 *Pariſienſes* ſoli conſpexerunt, ejuſque curſum inſolito modo deſignarunt. Obſcurus hic admodum, etiamſi velox ac terris ſatis vicinus, noſtros ſane oculos alioquin non incurioſos effugit. Inſignes autem duos hac noſtra ætate Cometas, alterum Anno 1689 Menſe *Novembri* ortum, alterum Menſe *Februario* Anni 1702, Catalogo ſubjungere non licuit, propter defectum obſervationum. Etenim verſus mundi plagas Auſtrales curſum dirigentes, ac in *Europâ*

vix

vix conſpicui, contemplatores non habuere negotio pares. Quod ſi forſan ex partibus *Indicis* advectæ fuerint accuratæ obſervationum ſeries ad hoc neceſſariæ; lubens calculum repetere, horumque Orbitas, reliquorum ad modum, Numeris deſignandi laborem ſuſcipere non gravabor.

Anguſtiâ autem paginæ 1886, factum eſt, ut omiſſa ſit neceſſaria illa Columella quæ oſtendat an directe vel retrograde moti fuerint Cometæ. Sciat itaq; Aſtronomus undecim e noſtris Cometis directo curſu ſecundum ſeriem ſignorum proceſſiſſe, nempe illos annorum 1532, 1556, 1580, 1585, 1618, 1652, 1661, 1672, 1680, 1684 & 1686. Reliquos vero tredecim motu retrogrado contra ſeriem ſignorum curſum tenuiſſe. Quibus perpenſis, ac collatis inter ſe cæteris horum Cometarum motuum Elementis, videre eſt, nullo ordine diſpoſitos eſſe Orbitas; neque ipſos, Planetarum more, Zodiaco comprehendi poſſe, quaquaverſum tam Retrograde quam directe indifferenter latos; unde manifeſtum eſt eos motu vorticali nullo modo circumagi. Quinetiam diſtantiæ Periheliæ nunc majores nunc minores reperiuntur; unde pronum eſt ſuſpicari etiam multo plures eſſe Cometas, qui in partibus à Sole remotioribus, obſcuri caudaque deſtituti, adeoque nobis inconſpicui, præterlabi poſſunt.

Hactenus Cometarum Orbes conſideravimus ut perfectè Parabolicos; quo ſuppoſito conſequeretur Cometas, vi Centripeta verſus Solem impulſos, à ſpatiis infinite diſtantibus deſcendere, caſuque ſuo velocitatem tantam acquirere, ut iterum in ſpatia Mundi remotiſſima ſeſe abdere poſſint, perpetuo niſu ſurſum tendentes, ac ad Solem nunquam reverſuri. Cum autem ſatis frequentes ſint Cometarum adventus; ac eorum nullus reperiatur motu ferri Hyperbolico, ſeu velociore quam cadendo ad Solem acquirere debeat, credibile eſt potius in Orbibus val-

de Excentricis revolvi eos circa Solem, ac post longissimas periodos reverti. Sic enim Numerus eorum præfinitus esset, ac fortasse non usque adeo magnus. Spatia autem inter Solem Fixasque tanta sunt, ut Cometæ revolventi cum Periodo quantumvis longa satis loci sit. Latus autem rectum Ellipsis est ad Latus rectum Parabolæ eandem Periheliam distantiam habentis, ut distantia Aphelia in Ellipsi est ad Axem totum Ellipsis; Velocitates autem sunt in dimidiata ratione eorundem: quapropter in Orbibus valde Excentricis ratio hæc accedit proxime ad rationem æqualitatis. Tantilla autem differentia, quæ intercedit ratione majoris in Parabola velocitatis, facillime in situ Orbis determinando compensatur. Hujus itaque Tabulæ Elementorum Motuum usus præcipuus est, atque etiam propter quem illam construere operæ pretium duxi, ut, si quando novus Cometa emerserit, possimus collatis elementis dignoscere an poterit esse aliquis ex antiquis, necne; ac proinde Periodum Orbitæque Axem determinare, reditumque prædicere. Ac sane multa me suadent ut credam Cometam anni 1531 ad *Apiano* observatum, eundem fuisse cum illo qui anno 1607. descriptus est à *Keplero* & *Longomontano*, quemque ipse iterum reversum vidi ac observavi anno 1682. Quadrant Elementa omnia, ac sola inæqualitas periodorum adversari videtur: hæc autem tanta non est ut causis Physicis non possit attribui. *Saturni* enim motus à cæteris, præsertim *Jove*, ita interturbatur, ut per aliquot dies integros incertum sit hujus Planetæ tempus Periodicum. Quanto magis talibus erroribus obnoxius erit Cometa, qui quatuor pene vicibus altius excurrit *Saturno*, cujusque velocitas, vel tantillum aucta, Orbem ab Elliptico in Parabolicum possit immutare? Confirmatur etiam eundem esse potuisse ex eo, quod anni 1456. æstate, conspectus fuerit Cometa eodem pene modo inter Solem & Terram tran-

transiens retrogradè : quem, licet à nemine observatus fuerit Astronomicè, ex periodo modoque transitus non diversum a prædictis extitisse conjicio. Unde ausim ejusdem reditum fidenter prædicere, anno scil. 1758. Quod si hoc evenerit, nulla amplius erit dubitandi causa, quin redire debeant cæteri. Habebunt ergo Astronomi in hac arenâ quo se exerceant per multa Secula, priusquam tot tantorumque Corporum circa commune centrum Solis revolventium numerus cognoscatur, ac motuum symptomata certis regulis coerceantur. Crediderim equidem Cometam etiam anni 1532, eundem fuisse cum illo, qui ab *Hevelio* observabatur ineunte anno 1661 : sed observationes *Apiani*, quas solas de primo habemus, nimis rudes sunt, nec quicquam certi in re tam subtili ex iisdem elici potest. Justo volumine hæc omnia exequi mihi animus est, nec Astronomiæ promovendæ hac in re deero si Deo O. M. visum fuerit vitam facultatesque prorogare. Interim quicunq; modum Construendi Cometarum Orbes per tres observationes accurate habitas addiscere cupit, sub finem libri de Systemate Mundi, sive tertii *Philosophiæ Nat. princip. Math.* magni ipsius Inventoris methodum inveniet : Quam postea Dignissimus Collega meus *D. Gregorius*, Lib. V. pereruditæ Astronomiæ suæ Physicæ & Geometricæ plene & luculenter illustravit.

Unicum autem non abs re erit nec injucundum, hic loci Lectorem monere Astronomum; nempe quod nonnulli ex his Cometis Nodos suos habeant adeo Orbi Terræ annuo vicinos, ut si forte acciderit, tempore reditus Cometæ, *Terram* occupare Loca in orbe suo Nodo proxima, dum Cometa incredibili cum Velocitate præterierit, Parallaxin etiam habiturus sit valde observabilem, quæque fuerit ad Solis parallaxin in ratione datâ. Unde occasione talium transituum oblata erit ansa, rara quidem sed optima, determinandi Solis a *Terra* distantiam; quam hacte-

nus non nisi mediante parallaxi *Martis* Acronychii, vel *Veneris* perigææ, triplo quidem solari majore, sed quæ vix ullis instrumentis sentiatur, laxe admodum concludere licuit. Quem Cometarum usum suggessit Clarissimus Geometra D^s *Nic. Facio.* Cometa etenim anni 1472. parallaxin habuit plusquam vigesies Solari majorem. Ac si Cometa anni 1618. appulisset, juxta medium mensis *Martii*, ad Nodum ejus Descendentem; vel si Cometa anni 1684 paulo citius ad Nodum Ascendentem pervenisset, profecto Terris admodum propinqui etiam adhuc magis notabiles habuissent parallaxes: Inter omnes vero nullus propiore appulsu Terris minatus est quam ille anni 1680.: Hic inito Calculo non amplius ad Boream distabat ab Orbe nostro annuo, quam semidiametro solari (sive Radio Lunaris Orbitæ, uti existimo) idque Novemb. 11°. 1^h. 6. P. M. Quo tempore, si Terræ quoad Longitudinem conjunctus fuisset, parallaxis sane Lunari æqualis in Cometæ motu observari potuisset. Hæc Astronomis dicta sunto. Quæ vero ab hujusmodi allapsu, vel contactu vel denique collisione Corporum cœlestium (quæ quidem omnino non impossibilis est) consequi debeant, rerum Physicarum studiosis discutienda relinquo.

BRE-

BREVIS
HOROLOGIORUM SCIOTERICORUM
TRACTATUS.

Horologia rotata pendulis inſtructa, ſi affabre facta ſint, Temporis Medii ſeu æqualis menſuram ſatis accuratam ſuppeditant. Sed Tempus illud Medium & æquale nequaquam vero Solis motui reſpondet. 1°. Enim motus ejus æqualibus temporibus æquabilis non eſt, & ab Apogœo motu accelerato ad Perigæum deſcendit, à Perigæo autem motu retardato aſcendit ad Apogæum. 2°. Etiamſi motus Solis æquabilis in ſe & abſolutè eſſet, inæqualis tamen eſſe temporibus æqualibus, è Terra extra centrum æquabilis illius motûs poſitâ videretur. 3°. Quanquam Motus Solis è Tellure ſpectatus eſſet & videretur æquabilis in ſua Orbita, attamen quum Sol motu annuo Eclipticam peragret, non vero Æquatorem in quo ſumitur menſura Temporis, quumque Eclipticæ ad Æquatorem inclinatæ æqualibus partibus non ſemper æquales Æquatoris partes reſpondeant, quæ Aſcenſiones rectæ dicuntur, ideo vel hoc ſolo nomine Tempus apparens ſeu verum inæquale eſt, nec per Horologia automata commode certò & conſtanter repræſentari poteſt. Qua de cauſâ gratum me facturum Aſtronomiæ ſtudioſis exiſtimavi, ſi Horologiorum Solarium, quæ veri, ſeu inæqualis atque apparentis Temporis menſuram exhibent deſcribendorum, breviſſimam methodum traderem ut in obſervandis, calculovè ſubjiciendis ſyderum motibus Tempus Medium in Tempus Apparens aut è contra Apparens in Medium convertere, aut quoquo modo alterum cum alterò comparare quivis poſſit. Sed ne inutilia aut certe pa-

rum neceſſaria cum utilioribus commiſcere videar, ſumma tantum principia tradam quorum ope quilibet facile in omni Plano Horologia Solaria deſcribere valeat.

Totum hoc Opuſculum in quatuor Capita partiemur Primum continebit aliquot praxes Gnomonicæ faciles & utiles. In ſecundo deſcribentur Horologia Regularia. In tertio de Horologiis Declinantibus, Inclinantibus & mixtis diſſeretur. In quarto Horologiorum deſcribendorum per calculum angulorum methodus indicabitur & demonſtrabitur.

CAPUT PRIMUM.

Problemata Gnomonices Faciliora continens.

GNomonica eſt ars delineandorum Horologiorum Solarium & Sydereorum in ſuperficiebus quibuscumque datis, ſive per radios directos, ſive per radios reflexos, ſive per radios refractos. Nos ſolam illam Gnomonicæ partem hîc attingimus quæ per radios directos, & in ſuperficiebus tantum planis, Solaria ſola Horologia delineare docet.

Deinde quum Horologiorum Solarium alia ſint Babylonica quæ Horas ab ortu Solis numeratas exhibent, alia Italica quæ Horas ab occaſu Solis oſtendunt, alia Aſtronomica quæ Horas a Meridie vel à Media nocte computatas indigitant, &c. Nos de Horologiis tantum Aſtronomicis agimus, in quibus à Meridie ad Mediam noctem, Horæ duodecim, & a Media nocte ad Meridiem totidem Horæ numeratæ indicantur.

Igitur Gnomomices iſta noſtra methodum docet projiciendorum Sphæræ circulorum (maximorum præcipuè) eorumque dividendorum in apparentias graduum aut partium æqualium. Sequentia autem pauca ſupponimus.

1°.

1°. Quod Sphæra aliqua cujus Circulos in Plano dato describturi sumus, Contingat Planum in quodam puncto, quod Styli recti Pedem vocamus.

2°. Quod Stylus rectus sit æqualis radio, aut potius quod sit radius hujusce Sphæræ, & proinde quod vertex Styli recti sit ejusdem Sphæræ centrum, & quod idem Stylus sit ad datum Planum rectus Seu perpendicularis.

3°. Quod oculus spectatoris positus sit in centro Sphæræ, sive in vertice Styli recti, ex quo fit ut, quum sit in Planis omnium circulorum maximorum, (ut pote qui in omnium illorum centro collocatus sit) omnes illi maximi Sphæræ circuli exhibeantur in Plano dato per lineas rectas, quæ sunt communes sectiones illorum circulorum & dicti Plani. Duorum enim planorum communis sectio linea recta est, & oculus in Plano quovis positus Planum illud sub apparentia rectæ lineæ conspicit.

4°. Suppono umbram projici in partem Soli oppositam. Sic Sole in parte Orientali existente, umbra vergit in plagam Occidentalem. Et è contra. Et Sole versus Meridiem posito, umbra in partem Borealem immittitur, &c. Zenith que in Nadir, Nadir in Zenith, Polus Arcticus in Antarcticum, Antarcticus in Arcticum, &c. projiciuntur. His positis, in Plano quocumque dato versus Boream aut Meridiem obverso, atque etiam in Plano Horizontali Horæ matutinæ in parte Occidentali Plani, pomeridianæ, in parte Orientali describi debebunt. Sed jam ad praxin accedamus.

I.

Pedem Styli invenire.

Infigatur in Plano dato DEF Stylus AB aliquantum oblique, ne pars ejus B tegat Styli Pedem C, qui sic invenietur. Ponatur pes unus Circini in puncto extremo A,

Gnom. Tab. I. Fig. 1.

Gnom. Tab. I. Fig. I. A, & altero circini ad libitum aperti pede, eadem ſemper Circini pedum divaricatione obſervata, notentur tria puncta ut libuerit, D, E, F. per quæ circulus deſcribatur aut tantum quæratur eorum centrum C, quod Styli recti Pes erit.

I I.

Fig. 2. *Dato Stylo AB, & Pede Styli C, Styli recti altitudinem DC invenire.*

1°. Sumatur diſtantia AE extremitatis A Styli AB, & puncti alicujus E in Plano ſumpti ad arbitrium; (quod fiet ope circini) notetur punctum E, & ex Pede dato C Styli recti ad punctum E ducatur recta C E.

2°. Ex eodem puncto E & eadem Circini apertura, qua ſumpta eſt diſtantia A E, deſcribatur in Plano Arcus D.

3°. Ex Pede C Styli recti erigatur ad C E perpendicularis C D donec ſecet arcum D in puncto D. Hæc perpendicularis C D erit altitudo aut potius longitudo Styli recti ſeu Styli ad Planum datum perpendicularis.

I I I.

Fig. 3. *Dato Styli A B Pede C, obſervatiſque duobus punctis umbræ aut luminis in Plano ea lege quæ dicetur, Meridianam ſeu ſubſtylarem Plani C P invenire.*

Deſcribantur ex Pede Styli C tanquam centro plurimi circuli concentrici D O E, D I E, D P E, obſerveturque in eorum aliquo ut libuerit, & commodum erit, punctum D vel E, antequam Sol Meridianam Plani attigerit, (quod quidem difficile non erit, dummodo attente conſideretur Planum datum.) & expectetur donec umbræ vel luminis punctum peripheriam ejuſdem circuli tangat in aliquo puncto alio E vel D. Tunc diviſo bifariam arcu D E in P, vel

vel I, vel O, (Secundum Circulum in quo umbræ puncta obſervata fuere) ducatur per Pedem Styli C recta C P, transiens per punctum P vel I vel O. Hæc erit Meridiana ſeu Subſtylaris hujus Plani.

Gnom. Tab. I. Fig. 3.

I V.

Obſervato umbræ aut luminis puncto uno in Subſtylari ſeu Meridiana Plani, & cognita præterea declinatione Solis tempore obſervationis, invenire lineam Æquinoctialem, altitudinem Poli, & centrum Horologii in Plano dato.

Sit obſervatum umbræ aut luminis punctum D in linea D F quæ eſt Meridiana Plani modo inventa, cognitaque ſit declinatio Solis per Tabulas aut alia quavis ratione tempore obſervationis. Propoſita omnia ſupra ſic obtinebuntur.

Fig. 4.

1°. Erigatur e Pede Styli C linea B C æqualis Stylo recto & perpendicularis ſubſtylari D F, & ex puncto B ad punctum D luminis aut umbræ ducatur recta B D.

2°. Fiat angulus D B E æqualis declinationi Solis cognitæ, obſervando num Borealis illa ſit aut Auſtralis, & num Planum datum ad Horizontale accedat aut ad Verticale. Nam in Plano Horizontali, ſi declinatio ſit Borealis punctum D erit inter puncta C & E, ſi vero ſit Auſtralis punctum E erit inter D & C. E contra ſi Planum ſit Verticale, Auſtrumque vel directè vel obliquè reſpiciat, ſit que declinatio Borealis punctum E erit inter D & C. Si autem declinatio ſit Auſtralis punctum D erit inter E & C. Cæteros caſus uſus docebit.

3°. Sic invento puncto E in linea Subſtylari E F, ducatur per illud punctum E linea G E K ad Subſtylarem perpendicularis in puncto E, & hæc linea G E K erit linea

Gnom. Tab. I. Fig. 4.

Æquinoctialis, seu communis sectio circuli Æquinoctialis cum Plano dato.

4° Per punctum B ducatur linea BF perpendicularis lineæ B E, erit que punctum F in Substylari centrum Horarum. Angulus B F C erit æqualis Altitudini Poli super Substylarem ; & si triangulus ita erigatur in linea FC, ut linea B C sit perpendicularis eidem Plano, tunc linea B F axem repræsentabit, ostendetque Horas, secundum totam suam longitudinem FB, removerique debebit Stylus A M ut deinceps inutilis.

V.

Fig. 5.

Datis in Plano Verticali Substylari E F, centro Horologii F, Altitudine Poli in Plano C F B, Æquinoctiali G E K, Horologium Verticale absolvere.

1°. Ex centro dato F demittatur linea FL ad perpendiculum. Hæc erit linea Meridiana loci seu regionis, illa secabit Æquinoctialem in puncto 12.

2°. Per Pedem Styli C ducatur linea HCO ad lineam FL perpendicularis eamque intersecans in puncto T ad angulos rectos: erit que HO linea Horizontalis, & intersectio ejus cum linea Æquinoctiali in puncto K dabit punctum unum Horæ sextæ F K. Angulus lineæ Meridianæ cum Substylari, nempe angulus CFT, æqualis semper est, in Horologio verticali, angulo CKE, Horizontalis lineæ cum Æquinoctiali.

3°. Producatur substylaris FE versus P, fiat que EP æqualis lineæ BE (quæ vocatur radius Æquatoris) & ex puncto P ad puncta K & 12 ducantur lineæ PK & P 12. Angulus E P 12 vocatur differentia Longitudinum Plani & Loci seu Regionis. Quod maxime observandum.

4°. Ex puncto P tanquam Centro, (est enim centrum divisionis Æquinoctialis GK) describatur cum radio sumpto

to ad arbitrium circulus QRS, qui dividatur in quindenos gradus initio numerandi facto à puncto 12 vel a puncto K; & per puncta divisionum ducantur lineæ P 10, P 11, P 1, P 2, P 3, &c. usque ad lineam Æquinoctialem.

Gnom Tab. I. Fig. 5.

50. Ex Horologii centro F ducantur ad puncta 10, 11, 12, 1, 2, 3, &c. lineæ Horariæ F 10, F 11, F 12, F 1, F 2, F 3, &c. & absolutum erit Horologium verticale.

Horologium illud declinat ab Austro, ut patet ex eo quod centrum F sit supra lineam Horizontalem. Secus enim esset si Planum respiceret ad Boream oblique aut à Borea declinaret, tunc enim centrum Horologii esset infra lineam Horizontalem; Præterea Axis F B versus Terram inclinatur, sed ad cœlum dirigeretur in Horologio a Borea declinantè. Declinat vero idem Horologium ab Austro ad Occasum quia substylaris F P est inter Horas post Meridiem.

V I.

Datis aut inventis aut sumptis in Plano, iisdem quæ supra articulo præcedente, Horologium omne delineare.

Fig. 5.

Fingamus nos ignorare an Planum datum verticale sit nec ne, nihilo tamen minus, describetur Horologium, dummodo certo cognitum sit aut ex aliquo alio Horologio Solari, aut ope Meridianæ lineæ accurate determinatæ quota sit Hora. Si enim (v. g.) quo tempore Gnomonis umbra Meridiem ostendit in alio Horologio optimo, aut in Plano in quo ducta est Linea Meridiana, eodem tempore in Horologio nostro umbra axis F B efficiat cum Substylari F C angulum quempiam, (exempli gratia) angulum C F L, linea F L erit quoque Meridiana linea, quæ producta usque ad Æquinoctialem dabit in puncto 12 intersectionis, terminum à quo Æquinoctialis

 divi-

divisio inchoanda erit, (nihil enim aliud quæritur quam terminus ille, qui qualibet data linea Horaria pariter inveniri poterit). Itaque invento illo termino aut alio cætera perficientur ut in articulo præcedente, nec necesse erit lineam Horizontalem ducere, aut aliam lineam Meridianam quàm quæ ex observatione præsenti inventa fuerit immediate, aut mediante aliqua alia Horaria linea quæ idem præstabit.

CAPUT SECUNDUM.

Horologia Regularia delineare in Plano.

HOrologia Regularia ea sunt quæ aut in Plano Horizontali, aut in Plano ad Æquatorem parallelo, aut in Plano ad Æquatorem recto simulque ad Meridiem directè obverso descripta sunt. Primum Horizontale nuncupatur, secundum Æquinoctiale, tertium Polare: quibus quatuor alia Verticalia addenda sunt, duo nempe in Plano Verticalis Primarii, quorum unum Meridiem, alterum oppositum, Septentrionem respicit; & duo in Plano Meridiani, quorum unum ad Orientem, alterum ad Occidentem spectat. Ego vero sex tantum Horologia in hoc capite delineabo. 1°. Æquinoctiale. 2°. Polare. 3°. Horizontale cum centro. 4°. Verticale Meridianum sine declinatione. 5°. Horizontale sine centro. 6°. Verticale Orientale in Plano Meridiani circuli. Hæc enim ad descriptionem Horologiorum Sciotericorum regularium recte intelligendam sufficere videntur.

I.

Horologium in Plano Æquatoris describere.

Gnom.Tab. I. Fig. 6.

Dividatur Circulus in 24 aut in bis 12 partes æquales observetur que locus Ortûs vel Occasûs, ad Collocandos Ho-

Horarum numeros ut decet, & factum erit Horologium Æquinoctiale.

Gnom. Tab. I. Fig. 6.

Stylus A B sumptus ad libitum ita collocetur in centro A, ut ad Planum rectus sit, In hac positione axem mundi repræsentabit, dummodo Horologium in eo situ disponatur quem paulo post dicemus. Debet Horologii illius facies superior quam hic descripsimus Polum Boreum respicere. Descripto simili Horologio in facie inferiori producto que axe deorsum, habebitur Horologium Æquinoctiale Inferius directe ad Australem Polum obversum. Quandiu Sol partem Mundi Borealem occupabit, in Horologio superiori Horæ ostendentur; quum vero in Signis Meridionalibus versabitur, Horæ in Horologio Inferiori indicabuntur.

Ut collocetur illud Horologium in situ congruo, inveniatur in Plano Horizontali linea Meridiana M E, ad quam perpendicularis ducatur linea V R. Tunc ita erigatur Horologium super lineam V R, ut limbus Q P, qui debet esse ad lineam A 12. Perpendicularis conveniat cum linea V R, & Planum Horologii efficiat cum Horonzontis Plano angulum æqualem Complemento Latitudinis loci seu Elevationis Poli.

L I.

Horologium Polare, seu in Horizonte Sphæræ Rectæ delineare.

Fig. 7.

Horologium articulo præcedente descriptum convenit Horizonti Sphæræ Parallelæ: hic describetur Horologium in Horizonte sphæræ Rectæ.

Ducatur linea I F Æquinoctialis, quam in medio O ad angulos rectos secet Meridiana A G seu linea Horæ 12. Sumatur ad arbitrium pars O A in Meridiana linea pro altitudine Styli recti, & ex A tanquam centro describatur ad quamlibet distantiam seu ex quocunque radio quadrans circuli

Gnom. Tab. I. Fig. 7.

culi G H, quod dividatur in ſex partes æquales, & per ſingula diviſionum puncta ducantur radii qui producti, ſi neceſſe eſt, ſecabunt Æquinoctialem I F in punctis B, C, D, E, F. per quæ puncta ducantur lineæ Horariæ ad Æquinoctialem perpendiculares, aut ad Meridianam A G Parallelæ.

Si transferantur ex alia parte in linea Æquinoctiali diſtantiæ O B, O C, O D, &c. & per ſingula puncta ducantur lineæ prioribus reſpective æquidiſtantes, & ad Meridianam parallelæ, abſolutum erit Horologium, quod ſic collocari debebit, ut Meridiana A G ſit parallela axi Mundi, & Planum Horologii ſit rectum ad Planum Æquatoris, & ſimul ad Planum Meridiani circuli, quod quidem fiet ſi linea 7 N (quam ſuppono eſſe ad Meridianam A G perpendicularem) conveniat cum Verticali primario deſcripto, ut prius, in Plano aliquo Horizontali, & Planum Horologii efficiat cum Horizonte angulum æqualem altitudini Poli.

Stylus A O ſi rectus ad Planum Horologii ſupponatur, non eſt pars axis, ſed radius Sphæræ tangentis Planum Horologii in puncto O. Itaque ſi axis deſideretur, collocandus erit Gnomon V Y O in linea Meridiana, ita ut ſit ad Planum Horologii rectus, & linea V Y repræſentabit axem Mundi. Horologium à nobis deſcriptum in ſchemate, eſt Polare ſuperius, Inferius ab eo nihil differt, niſi quod Terram reſpiciat, indicet que Horas in Signis Borealibus, quum è contra Superius oſtendat Horas in Signis Auſtralibus. In Gnomone V Y. linea V Y eſt parallela lineæ Meridianæ, & diſtantia *a* O eſt æqualis ſtylo recto A O in Horologio.

I I I.

Horologium Horizontale cum centro deſcribere.

Gnom. Tab. II. Fig. I.

1°. Ducatur linea Meridicana A F, quam ad angulos rectos ſe-

ſecet, aut ad quam ſit perpendicularis, linea G H Horæ ſextæ, in puncto A, quod erit centrum Horologii. *Gnom. Tab. II. Fig. 1.*

2° Ex puncto A ducatur linea A B magna ad arbitrium, ſed faciens in puncto A cum Meridiana A C, angulum B A C æqualem altitudini Poli quæ cognita ſupponitur; & ex puncto B ducatur linea B C ad Meridianam perpendicularis in puncto C. Linea B C erit ſtylus rectus, & linea A B producta aut non producta erit axis, ſi triangulum A B C, ita ſtatuatur in linea Meridiana, ut ad Planum Horologii rectum ſit.

3°. Ex puncto B ducatur linea B D ad A B perpendicularis in puncto B, erit que B D radius Æquinoctialis. Itaque per punctum D ducatur Æquinoctialis linea K L ad Meridianam perpendicularis in puncto D.

4°. Transferatur diſtantia B D à D in E, ita ut D E ſit æqualis ipſi B D, & punctum E erit centrum diviſionis Æquinoctialis; & terminus à quo inchoanda erit diviſio lineæ Æquinoctialis in quindenos gradus erit punctum D. Tum vero ex centro A Horologii ducantur per puncta diviſionum Æquinoctialis lineæ Horarum quod inſpecta Figura ſatis per ſe docebit. Debet in Hoc Horologio extremitas axis reſpicere Polum Boreum. *Gnom. Tab. II. Fig. 1.*

I V.

Horologium in Plano Verticalis Primarii ad Meridiem directe obverſum deſcribere.

1°. Ducatur ad perpendiculum linea A E Meridiana quam ad angulos rectos ſecet ad libellam ducta linea Horizontalis H I in puncto C, quod erit Pes ſtyli. *Fig. 2.*

2°. Sumatur in linea Horizontali ex Pede ſtyli C, pars C B quanta libuerit, Hæc erit longitudo ſeu altitudo ſtyli recti.

3°. In Hoc puncto B fiat angulus C B A æqualis altitudini

Gnom: Tab. II. Fig. 2. dini Poli; eritque punctum A in Meridiana centrum Horologii.

4°. Ex puncto B ducatur linea B D ad lineam B A perpendicularis in B, & per punctum D ducatur linea F G, ad Meridianam A E perpendicularis in puncto D. Hæc linea F G erit linea Æquinoctialis, cujus radius erit linea B D.

5°. Fiat aut sumatur ex puncto D, distantia D E in Meridiana, quæ distantia sit æqualis radio B D: & punctum E erit centrum divisionis lineæ Æquinoctialis F G, Terminusque à quo incipienda erit divisio, erit punctum D. Reliqua ut facilia omitto.

6°. Per centrum A ducatur linea K L Meridianæ lineæ perpendicularis; erit hæc, linea Horæ sextæ.

Si producantur lineæ Horariæ sursum ultra lineam Horæ sextæ, & descriptum sit Horologium in charta oleo inuncta, habebitur Horologium in altera chartæ superficie, quod conveniet Plano Verticalis Primarii, quodque respiciet directe Plagam Mundi Borealem, sed axis debebit respicere Polum Boreum. Observandumque erit tantum ut lineæ inutiles deleantur, servatis necessariis.

V.

Horologium Horizontale sine centro pro altitudine Poli 12 *graduum.*

Fig. 3. 1°. Ducatur Æquinoctialis T S, quam ad angulos rectos secet Meridiana G D in puncto C, sumpto que in Æquinoctiali, uno puncto S dissito à puncto C, quantum fieri poterit, fiat angulus C S D 15 graduum. Punctum S erit punctum lineæ Horæ 7. Distantia C D erit radius Æquinoctialis; punctum D erit centrum divisionis, & punctum C erit terminus à quo incipienda erit divisio, quæ fiet in quindenos gradus ut moris est, si Horæ tantum desiderentur.

2°. Fiat

2°. Fiat in puncto C angulus A C T 12. grad. id est æqualis elevationi Poli, sitque C A æqualis distantiæ C D, nempe æqualis radio Æquinoctialis. *Gnom. Tab. II. Fig. 3.*

3°. In puncto A erigatur linea A E perpendicularis ad C A in puncto A.

4°. In Meridiana G D sumatur aliquod punctum F satis remotum ab Æquinoctiali T S, & per hoc punctum F ducatur secunda linea Æquinoctialis V N parallela priori T S; fiat que E F parallela lineæ A C, erit que E F radius divisionis hujus secundæ lineæ Æquinoctialis V N: qua propter sumpta parte F H, æquali ipsi E F, punctum H centrum erit circuli describendi & dividendi in quindenos gradus &c.

5°. Divisâ Æquinoctiali priori in punctis O, P, Q, R, S, & alterâ in punctis I, K, L, M, N, ducantur lineæ Horarum I O, K P, L Q, M R, N S. Linea E A, si in debito situ collocetur, erit axis. Cætera, ut faciliora prætermitto.

Hoc exemplum de industria addidi, ut videant tirones quid faciendum sit, quum plurimi maximi Circuli concurrunt in puncto seu centro aliquo communi, quod non facile in dato Plano haberi potest.

V I.

Verticale Horologium Orientale, in Plano Meridiani circuli, pro data Poli altitudine delineare.

1°. Ducatur ad libellam linea Horizontalis D E, in qua ad arbitrium assumatur punctum I pro Pede Styli, & pro puncto veri Ortûs Solis. (unum enim sine altero hîc esse nequit.) *Fig. 4.*

2°. Fiat in puncto I angulus K I E æqualis elevationi Poli datæ, ducendo nempe lineam K I C, quæ dictum angulum efficiat, & observando ut punctum K vergat ad Polum. Linea K C erit substylaris.

Gnom. Tab. II. Fig. 4.

3°. Per punctum I ducatur linea F G Æquinoctialis, perpendicularis ad substylarem K C, & sumpta ut libuerit ex I versus C in linea substylari K C, parte I C pro stylo recto & pro radio divisionis Æquinoctialis F G, punctum C erit centrum divisionis, & punctum I erit terminus à quo incipienda erit divisio, & reliqua facilia erunt. Si desideretur ut axis Horas indicet, collocetur Gnomon Z B A rectus ad Planum Horologii in linea substylari, ita ut puncta A A, & B B conveniant. Debet autem Gnomonis altitudo A Z æqualis esse stylo recto, seu lineæ C I. Z X erit axis, si Horologium à nobis descriptum, delineetur in charta oleo peruncta, habebitur in altera chartæ superficie Horologium Occidentale, in quo nihil immutandum erit nisi denominationes Horarum, quæ pomeridianæ erunt.

CAPUT TERTIUM.

De Horologiis declinantibus, inclinatis & mixtis.

QUum brevitati studeam, non indicabo qua ratione declinatio, aut inclinatio Plani haberi queant. Monebo tantum. 1°. Declinationem Plani Verticalis, esse angulum quem Planum illud efficit cum Verticali Primario, seu esse arcum Horizontis interceptum inter Verticalem Primarium, & inter dictum Planum. Porro Verticalis Primarius est circulus maximus per Zenith & Nadir transiens & ad Meridianum circulum rectus. 2°. Omnes Verticales per Zenith & Nadir transire, eorumque omnium Polos esse in Horizonte, in quo sumi debet arcus declinationis Plani Verticalis. 3°. Lineam Verticalem Plani Verticalis, transire per Polum circuli cui dictum Planum

num parallelum eſt. Tantum autem linea illa Verticalis diſtat à Meridiana loci, quantum dictum Planum diſtat à Verticali Primario. 4°. Pedem ſtyli eſſe punctum contactûs Sphæræ cujus ſtylus rectus radius eſt; eſſeque proprie Polum circuli maximi ad quem Planum Horologii parallelum eſt.

Addendum eſt inclinationem Plani cujuſpiam ab Horizonte, ſurſum vel deorſum, eſſe arcum circuli alicujus Verticalis ad dictum Planum recti, interceptum inter Horizontem & dictum Planum, vel ſuperne verſus Cœlum, vel inferne verſus Terram.

Jam quum Planum omne duas facies oppoſitas habeat; unum idemque Planum Verticale declinans poteſt conſiderari veluti declinans ab Auſtro ad Ortum ex una facie, aut à Septentrione ad Occaſum ex alterâ. Et ſi Planum aliud declinet ab Auſtro ad Occaſum, ſuperficies ejuſdem oppoſita declinabit à Septentrione ad Ortum: ex quo fit, ut deſcripto Horologio in quocumque Plano Verticali, hoc ipſo in facie oppoſita deſcriptum cenſeri queat, nec aliud faciendum tunc ſuperſit, niſi ut ſubſtylaris & axis ex altera Plani facie producantur, addantur que ſupra vel infra lineam Horizontalem, lineæ Horariæ neceſſariæ, inutileſque deleantur. Si hujuſmodi Horologium in charta oleo inuncta deſcribatur, duo ſimul habebuntur Horologia oppoſita.

His poſitis, præmiſſis in duobus prioribus hujus Capitis articulis, propoſitionibus duabus quæ totius Gnomonicæ hujuſce Perſpectivæ veluti fundamenta præcipua ſunt, deſcribam articulo tertio Horologium Verticale declinans ab Auſtro; quarto Horologium ſuperius inclinatum ab Horizonte verſus cœlum & ad verum Ortum aut ad verum Occaſum vergens; quinto nonnihil dicam de Horologiis inclinatis ſine declinatione in Planis ad Meridianum circulum rectis; ac denique in ſexto articulo deſcribam

Horologium ſuperius Mixtum, id eſt, in facie ſuperiori Plani inclinati ſeu declinantis ab Horizonte, & ſimul declinantis à Verticali Primario. Sed in Horologiorum illorum deſcriptionibus omittemus diviſionem Æquinoctialis, exprimemus que duntaxat Poſitionem Subſtylaris, centrum Horologii, Æquinoctialis Poſitionem, radium ejus, centrum diviſionis ejuſdem, differentiam longitudinum, angulum Æquinoctialis & Horizontis, angulum Subſtylaris cum linea Meridiana, angulum axis cum ſubſtylari, ſeu elevationem Poli in Plano Horologii, &c.

I.

Gnom. Tab. II. Fig. 5.

Dato Stylo recto A, & Pede Styli P, in Plano, & lineæ recta B E, quæ per Styli Pedem P tranſeat, quæque ſit apparentia maximi circuli & quam oporteat dividere in apparentias graduum aut partium æqualium, initio diviſionis dato in puncto L, invenire radium, & centrum diviſionis.

1°. Ducatur per Pedem Styli P datum in data B E, perpendicularis P C, æqualis Stylo recto dato A. Punctum C erit centrum diviſionis quæſitum; & linea P C, æqualis Stylo recto A, erit radius diviſionis. Ducatur recta C L ad punctum L datum.

2°. E puncto C tanquam centro deſcribatur ad diſtantiam ſumptam ad arbitrium circulus qui in ſuos gradus diſtribuatur, initio facto à puncto in quo à linea C L producta aut non producta, peripheria ejus ſecabitur, factumque erit quod imperatum fuerat.

Si punctum L datum, pertineat ad Æquinoctialem, ſitque B E Subſtylaris, facile habebitur centrum Horologii, poteruntque notari, puncta quæ convenient declinationibus Solis, initiis Signorum, &c.

II.

I I.

Dato Stylo recto A, Pede Styli P in Plano, & linea B K quæ ſit apparentia maximi circuli, Sed quæ non tranſeat per Pedem Styli, invenire radium & centrum diviſionis illius lineæ.

Gnom. Tab. II, Fig. 5.

1°. Ducatur ex Pede Styli P ad lineam datam B K, linea perpendicularis P R I, ad quam ex Pede Styli P, ducatur Perpendicularis P D, æqualis Sylo recto dato A, ducatur quoque linea D R, quæ erit radius diviſionis lineæ B K.

2°. Sumatur in perpendiculari P R I, quæ ſecat datam B K in R, pars R I æqualis lineæ ſeu radio D R, erit que punctum I centrum diviſionis lineæ B K. Si linea F G ſecans B K in Q ſit Æquinoctialis, & linea B K ſit linea Horaria, terminus à quo diviſionis poterit ſumi in puncto Q, & facile erit determinare in illa linea puncta pertinentia ad Parallelos Æquatoris, & elevationem Poli ſuper lineam B K, &c. adeo ut, duabus hiſce propoſitionibus recte intellectis, nihil facilius ſit quam circulos omnes Sphæræ, tam maximos quam minores deſcribere & dividere ut Perſpectivæ hujus noſtræ leges poſtulant.

Si data linea ſit F G, cujus radius & centrum diviſionis quæratur.

1°. Ex Pede Styli P, ducatur ad lineam datam F G perpendicularis P E, ſecans lineam F G in puncto L.

2°. Ex eodem Pede Styli P, ducatur linea P C æqualis ſtylo dato A, & perpendicularis lineæ P E.

3°. Ex puncto L in quo Perpendicularis P E ſecat lineam F G, ducatur ad punctum C linea L C, Hæc erit radius diviſionis lineæ F G.

4°. Sumpta in linea P E, ab L ad E parte L E, quæ ſit æqualis radio L C, punctum E erit centrum diviſionis.

Gnom. Tab. II. Fig. 5.

Si linea data F G ſit Æquinoctialis, & linea B K ſit Meridiana, ſecans Æquinoctialem in Q, erit illud punctum terminus à quo diviſionis & cætera facile habebuntur, ut clarius patebit ex deſcriptione Horologiorum quæ ſequitur.

I I I.

Horologium Verticale declinans ab Auſtro delineare.

Gnom. Tab. III. Fig. 1. & 2.

1°. Sumpto puncto B pro Pede Styli, ut libuerit, & Stylo recto, quantus ſumi poterit; Ducatur ad libellam per Pedem Styli B, linea Horizontalis M L, ad quam perpendicularis ducatur per Pedem Styli B, linea B A, quæ ſi indefinita eſſe intelligatur, eſt linea Verticalis quæ Plano dato propria eſt. Sed fiat B A æqualis ſtylo recto determinato ut volueris.

2°. Fiat in puncto A, angulus B A E æqualis declinationi datæ per lineam A E, quæ duci debet ad dexteram delineantis, ſi declinatio ſit ab Auſtro ad Ortum, ut in Fig. 1. aut ad ſiniſtram, ſi declinatio ſit ab Auſtro ad Occaſum, ut in Fig. 2.

3°. Per punctum E in quo linea A E ſecat Horizontalem M L, ducatur linea C E G ad perpendiculum, ſeu perpendicularis lineæ Horizontali M L. Hæc linea C G erit Meridiana loci, nam quum Meridianus Circulus ſit Circulus Verticalis, in Plano omni Verticali declinante aut non declinante (dum modo Planum illud non ſit parallelum circulo Meridiano) per lineam ductam ad perpendiculum repræſentabitur.

4°. Hypotenuſa A E trianguli B A E, eſt radius diviſionis Meridianæ C G, qua propter fiat E F æqualis ipſi A E, & punctum F erit centrum diviſionis Meridianæ, Igitur in puncto F fiat angulus E F C æqualis elevationi Poli loci, & linea F C, dabit in puncto C in linea Meridiana centrum Ho-

Horologii, quod centrum eſt Projectio Poli Auſtragalis in Plano dato. Si per punctum F ducatur linea E G, perpendicularis lineæ C F, habebitur in puncto G, punctum lineæ Æquinoctialis.

Gnom. Tab. III. Fig. 1. & 2.

5°. Per puncta C centrum Horologii, & B Pedem Styli ducatur C B H; hac erit ſubſtylaris ſeu Meridiana Plani. Ad quam ex Pede ſtyli B erigatur perpendicularis B D æqualis ſtylo recto, ducaturque C D. Hæc linea erit axis & angulus D C B, erit altitudo Poli in ſuſtylari C H, aut in Plano Horologii.

6°. Ex puncto D, ducatur D O perpendicularis lineæ D C in puncto D, donec occurrat ſubſtylari C H in puncto O; erit que D O radius Æquinoctialis. Itaque per punctum O ducatur linea Æquinoctialis I O K, perpendicularis ſubſtylari.

7°. Sumatur in ſubſtylari à puncto O, diſtantia O H, æqualis radio D O, & punctum H erit centrum diviſionis Æquinoctialis, à quo puncto ducantur ad puncta I & G in quibus Æquinoctialis ſecat Horizontem & Meridianam lineæ H I, H G, & angulus O H G erit differentia Longitudinum Loci & Plani. Porro aut puncta I & G ambo invenientur, aut ſaltem unum tantum, adeoque habebitur punctum ſeu terminus à quo inchoanda erit diviſio; nam punctum G pertinet ad lineam Horæ 12. & punctum I ad lineam Horæ 6. Linea enim Æquinoctialis ſecat Horizontalem in puncto uno lineæ horæ 6, cujus alterum punctum eſt ipſum Horologii centrum.

Angulus E C B Meridianæ & ſubſtylaris, æqualis ſemper eſt in omni Horologio Verticali declinante, angulo E I G quem Æquinoctialis efficit cum Horizontali in puncto Horæ 6.

Deſcripto uno Horologio Verticali declinante, quatuor Horologia, habebuntur facili negotio pariter declinantia; nempe duo declinantia ab Auſtro & duo declinantia à Borea, ut cuique vel leviter attendenti patebit.

I V.

I V.

Horologium superius inclinatum ab Horizonte ad verum Ortum vel ad verum Occasum describere.

De Planis inclinatis pluribus disserere nec vacat, nec necesse est. Igitur pauca tantum dicam de illis Planis inclinatis, seu ab Horizonte declinantibus, qualia sunt tecta domorum. 1°. Si sumas arcum declinationis seu potius inclinationis Planorum in Meridiano, Plana illa versus Austrum vel versus Boream vergent. 2°. Si sumas arcum inclinationis in Verticali Primario, Plana illa versus verum Ortum vel verum Occasum proclivia erunt. 3°. Si sumas arcum inclinationis in aliquo Verticali alio, qui nec sit Meridianus, nec Verticalis Primarius, Plana illa versus aliquam Mundi Plagam ab Austro vel à Septentrione declinantem inclinata erunt. Horologia in hujusmodi Planis descripta ea sunt quæ Mixta voco, & de quibus articulo Sexto agetur. Quod si Plana versus Boream vel versus Austrum vergant, Horologia in talibus Planis delineata, erunt Horologia Horizontalia pro certa quadam Poli altitudine inventu facillima; sed quia eorum theoria omnino necessaria est in descriptione Horologiorum Mixtorum, ideo de ea Artic. sequente non nihil differetur. Hîc verò describemus Horologium sine declinatione, inclinatum ad verum Ortum vel ad verum Occasum.

Gnom.Tab. III. Fig. 3. & 4.

Itaque Supponamus Altitudinem Poli loci esse 49 grad. & inclinationem Plani esse 26 grad. His positis.

1°. Ducatur Primus Verticalis M L, sumptoque in eo puncto B ad libitum pro Pede styli recti, erigatur linea A B perpendicularis lineæ M L & æqualis stylo recto sumpto ut libuerit.

2°. In puncto A fiat angulus B A E æqualis inclinationi datæ 26 grad. ducendo lineam A E versus dexteram delineantis si Planum sit inclinatum ad Ortum, ut in Fig. 3. vel

vel ad ſiniſtram, ſi Planum declive ſit verſus Occaſum, ut in Fig. 4. erit que punctum E Zenith, & A E erit radius lineæ Meridianæ, quæ per punctum E ducatur perpendicularis Verticali Primario L M.

Gnom. Tab. III. Fig. 3. & 4.

3°. Sumpta diſtantia A E, transferatur à puncto E ad F, & punctum F erit centrum diviſionis Meridianæ, cujus punctum E Zenith erit terminus à quo: itaque fiat angulus E F C æqualis diſtantiæ Zenith à Polo, ſeu æqualis complemento elevationis Poli, quod Complementum eſt 41 grad. eritque C centrum Horologii, & projectio Poli Borealis. Si ducatur F G ad F C perpendicularis, punctum G erit punctum lineæ Æquinoctialis.

4°. Per centrum Horologii C, & per Pedem ſtyli B, ducatur C B H ſubſtylaris, ad quam per Pedem ſtyli B, erigatur perpendicularis B D æqualis ſtylo recto, & ducatur C D. Hæc linea erit axis.

5°. Ad lineam C D ducatur perpendicularis D O, quæ erit radius Æquinoctialis. Ducatur igitur per punctum O linea Æquinoctialis K I, ad ſubſtylarem normalis, & ſecans Meridianam in G, & Verticalem Primarium L M in I, quod eſt punctum Horæ 6.

6°. Transferatur diſtantia D O ab O in H, & punctum H erit centrum diviſionis Æquinoctialis, Igitur ex puncto H, ad puncta G & I ducantur lineæ H G, H I. Angulus G H I rectus erit. Angulus G H O eſt differentia Longitudinum. Punctum G vel punctum I, ut volueris, erit terminus à quo inchoari debebit diviſio Æquinoctialis. Angulus D C B eſt elevatio Poli in Plano Horologii, ſeu angulus ſubſtylaris & axis.

Hoc Horologium nihil differet ab Horologio declinante gradibus 26, pro altitudine Poli 41. grad. id eſt pro Complemento altitudinis Poli datæ 49 grad. dummodo ſupponas lineam M L eſſe Horizontalem, & angulum B A E, eſſe angulum declinationis æqualem inclinationi quæ data fuerat.

Append. Gregor. Aſtr. ****** V.

V.

De Horologiis sine declinatione inclinatis, ad Meridianum circulum rectis.

Gnom. Tab. III. Fig. 5. & 6. & Tab. IV. Fig. 1. & 2.

In Schematibus quatuor, quæ hîc ad latus indicantur; sit Sphæra Obliqua tangens quatuor Plana inclinata, videlicet duo Plana ad Meridiem, & duo ad Boream spectantia. Sit, inquam, Sphæra Obliqua Z H N D, in qua Z Zenith; N Nadir; P Polus Boreus; R Polus Australis; C centrum; P R Axis; E I Æquator; S Pes styli, & punctum contactus Sphæræ & Plani. C S stylus rectus. Altitudo Poli 49 gr. Cujus complementum seu elevatio Æquatoris 41 gr. In omnibus punctum A est centrum Horologii. Punctum T est projectio puncti Zenith. C Q est radius Æquinoctialis, C O radius Horizontis, A P, vel A R Axis. &c. S C T angulus inclinationis, &c.

In Plano ad Meridiem obverso, (cujus hic faciem superiorem præsertim Considero).

1°. Si inclinatio talis sit, ut Axis sit Meridianæ Plani Parallelus (quod fiet quum angulus inclinationis æqualis erit altitudini Poli) Horologium in eo Plano describendum erit Polare de quo supra.

Tab. III. Fig. 5.

2°. Si angulus inclinationis sit major altitudine Poli, Polus Australis aliquam altitudinem obtinebit in Plano, quæ data inclinatione Plani S C T, ejusque complemento S C O, & altitudine Poli D P, facile haberi poterit. Hæc altitudo Poli in Plano est angulus C A S.

Fig. 6.

3°. Si angulus inclinationis sit minor altitudine Poli, Polus Boreus aliquam altitudinem habebit in Plano, quæ altitudo habebitur, si cognoscatur inclinatio S C T Plani, & Complementum altitudinis Poli, sive angulus N C R.

4°. Si inclinatio sit nulla, Planum erit Horizontale. Nihil addo de Planorum superficiebus, quæ Terram spectant, quum de iis (nonnulla mutando) eadem dicenda sint quæ

de-

de ſuperioribus dicta ſunt, nonnulla tamen mutando, & obſervando faciem averſam Plani inclinati ſuperioris ad meridiem obverſi, reſpicere Plagam Mundi Borealem, &c. nonnulla alia animadverti poterunt in quatuor Figuris de quibus ſupra, ſi inverſa earum poſitione, attente conſiderentur.

In Plano inclinato ſuperiori ad Boream vergente

1°. Si inclinatio ſit nulla, Planum erit Horizontale.

2°. Si inclinatio minor ſit quam Complementum elevationis Poli, Centrum Horologii A erit inter Pedem ſtyli S, & punctum Horizontis O. Angulusque Axis cum Meridiana videlicet angulus C A T erit acutus, & Axis inclinatus erit verſus Terram. Cognitis Complemento A C T elevationis Poli, & angulo inclinationis S C T facile habebitur Angulus S C A, Axis cum Meridiana, ſive altitudo Poli in Plano propoſito.

Gnom. Tab. IV. Fig. 2.

3°. Si inclinatio æqualis ſit Complemento elevationis Poli, Planum erit ad axem rectum, & Horologium in illo Plano erit Æquinoctiale, de quo ſupra.

4°. Si inclinatio major ſit Complemento altitudinis Poli, Centrum Horologii A erit inter Zenith T & Pedem ſtyli S, & angulus C A T erit obtuſus. Cognitis angulo inclinationis S C T, & angulo A C T qui æqualis eſt Complemento altitudinis Poli, facile habebitur angulus C A S Axis cum Meridiana.

Fig. 1.

Quæ de Planorum omnium inclinatorum ſuperficiebus ſuperioribus diximus, eadem, denominationibus tantùm paucis mutatis, intelligi debent de ſuperficiebus eorundem inferioribus reſpectivis, ut jam dixi.

Cæterum ea omnia neceſſaria ſcitu ſunt, & probe diſtinguenda in Horologiis quæ Mixta voco deſcribendis.

VI.

Horologium deſcribere in facie ſuperiori Plani declinantis ab Auſtro ad Ortum, grad. 27. *& inclinati grad.* 70, *pro altitudine Poli gr.* 49.

Gnom.Tab. IV. Fig. 3.

1°. Ducatur linea S P parallela Horizonti, ad eamque Perpendicularis ducatur Verticalis Plani B Z. Punctum P erit Pes ſtyli & linea S P ſumpta quanta libuerit erit ſtylus rectus, & centrum diviſionis Verticalis. Fiat igitur P S Z angulus æqualis inclinationi datæ 70, & angulus P S A fiat æqualis complemento 20. Punctum Z erit projectio Zenith in Plano, & linea S A erit radius lineæ Horizontalis quæ per punctum A ducatur ad angulos rectos cum Verticali Plani.

2°. Transferatur diſtantia S A ab A in B, & B erit centrum diviſionis Horizontalis lineæ. Igitur in Puncto B fiat angulus A B C æqualis declinationi datæ 27. & angulus A B H æqualis complemento ejuſdem declinationis 63. Punctum H erit punctum lineæ Æquinoctialis & punctum lineæ Horæ 6. Sed punctum C pertinebit ad lineam Horæ 12 ſeu ad Meridianam loci: quumque Meridianus circulus ſit unus e Verticalibus, ideo per punctum C, & per Zenith Z ducatur Meridiana Z D.

3°. Quærendum eſt centrum diviſionis Meridianæ, quod ſic obtinebitur. Ex Pede ſtyli P ducatur ad Meridianam perpendicularis P X ſecans Meridianam in V ad angulos rectos; deinde ducta ex Pede ſtyli P linea P N quæ æqualis ſit ſtylo recto P S, & quæ ſit ad Meridianam parallela, ducatur linea N V. Hæc erit radius Meridianæ, igitur transferatur diſtantia N V ab V in X, ad habendum in hoc puncto X centrum diviſionis Meridianæ. Ducatur ex puncto X ad Zenith Z linea X Z, & ex eodem puncto X ad punctum C, in quo Horizontalis ſecatur à Meridiana, ducatur linea X C, eritque punctum Z vel punctum C terminus à quo debebit inchoari diviſio.

4°. Su-

4°. Supereſt nunc ut inveniatur centrum Horologii vel punctum lineæ Æquinoctialis in linea Meridiana. Porro ut id præſtetur meminiſſe oportet hic eundem caſum obtinere qui expreſſus eſt in Tab. III. fig. 5. & proinde fiat angulus CXD æqualis elevationi Poli 49, & angulus CXM æqualis ejus complemento 41. Punctum M erit unum punctum lineæ Æquinoctialis in Meridiana, & punctum D erit centrum Horologii. Itaque ſi per punctum D, & per Pedem Styli P ducatur linea DPL, hæc erit ſubſtylaris, ad quam erigatur in Pede Styli P perpendicularis PT æqualis Stylo recto PS, & ducatur TD, ad quam ducta TR perpendicularis in T, erit radius Æquinoctialis cujus jam habebuntur tria puncta H, R, M, quæque ſemper ſecare debet Subſtylarem ad angulos rectos. Sed linea TD erit axis, & angulus TDP, eſt angulus axis cum ſubſtylari, ſeu elevatio Poli in Plano Horologii.

Gnom. Tab. IV. Fig. 3.

5°. Transferatur diſtantia TR, ab R in L, punctum L erit centrum diviſionis Æquinoctialis, ductis que ad Puncta H & M ex puncto L lineis LH, LM, puncta H, M, erunt termini à quibus incipi debebit diviſio lineæ Æquinoctialis. Angulus RLM eſt differentia longitudinum. Cætera facilia ſunt.

Si Horologium iſtud inverſo ſitu diſponatur, ita ut quæ ſurſum ſunt, deorſum fiant, &c. conveniet Plano verſus Terram inclinato gr. 70. & declinanti à Septentrione ad Occaſum gr. 27, pro altitudine Poli 49.

CAPUT IV.

De Horologiorum deſcriptione per angulorum Calculum.

De Horologio Æquinoctiali nihil hîc dicendum occurrit, cum omnes anguli in centro hujuſce Horologii æquales ſint.

Horologium Polare facile quoque deſcribetur per methodum ſequentem. Supponatur quippe Stylus rectus æqualis ſinui toti 10000 vel 1000 vel 100, ac deinde ab Hora 12 vel à Meridiana, transferantur in Æquinoctiali tangentes arcuum Horariorum, $7\frac{1}{2}$, 15, $22\frac{1}{2}$, 30, $37\frac{1}{2}$, 45. &c. quæ conveniunt Horis $12\frac{1}{2}$ & $11\frac{1}{2}$, 1 & 11, $1\frac{1}{2}$ & $10\frac{1}{2}$, 2 & 10, $2\frac{1}{2}$ & $9\frac{1}{2}$, 3 & 9, &c. & per puncta diviſionum ducantur lineæ ad Æquinoctialem perpendiculares & inter ſe parallelæ, &c.

Idem dicendum de Horologio Verticali Orientali, aut Occidentali, niſi 1°. quod linea Horæ 6. quæ Subſtylaris eſt, quæque ad Æquinoctialem perpendicularis eſſe debet, debeat efficere cum Horizontali angulum æqualem elevationi Poli, & 2°. Quod diviſio Æquinoctialis inchoari debeat à puncto Horæ 6, in quo, Æquinoctialis Horizontalem ſecat.

Sed Omiſſis iis quæ proprie ad Trigonometricum Calculum non pertinent, Quinque articulis totum hoc Caput abſolvemus. 1°. Calculum Horologii Horizontalis, 2°. Calculum Horologii declinantis, 3°. Calculum Horologii inclinati ad ortum aut occaſum, 4°. Calculum Horologii Mixti breviter indicabimus, 5°. Horologii Verticalis declinantis per Calculum deſcripti exemplum addemus.

I.
De Horologio Horizontali.

PROBLEMA.

Data elevatione Poli, invenire angulos linearum Horariarum cum Meridiana in centro Horologii ſeu in Horizonte.

ANALOGIA

Ut ſinus totus; ad ſinum altitudinis Poli ::

Ita tangens diſtantiæ Solis à Meridiana, Hora datâ in Æquatore; ad tangentem anguli quæſiti, ſeu arcus ejuſdem Horæ in Horizonte. De-

Demonstratio. In triangulo ABC rectangulo in B, cognoscitur latus AB elevatio Poli, & angulus BAC, cujus mensura est arcus ED distantia nempe Solis à Meridiana Horâ datâ, quæritur autem arcus CB in Horizonte, qui invenietur per Analogiam præcedentem, quæ longe universalior fiet si dicatur:

Gnom. Tab. IV. Fig. 4.

Ut sinus totus; ad sinum altitudinis Poli in Plano Horologii cujuscumque centrum habentis ::

Ita tangens distantiæ Solis à substylari in Æquatore, horâ data; ad tangentem anguli ejusdem Horariæ lineæ cum Substylari in centro Horologii.

I I.

Pro Horologiis declinantibus verticalibus.

Non semel à me dictum est Pedem Styli in Plano cujusvis Horologii esse punctum contactûs Sphæræ & Plani & simul Polum circuli in Sphæra maximi, cujus sicuti & Sphæræ radius æqualis est Stylo recto. Hoc posito sit Sphæra Obliqua PEAQ, in qua Poli P & A, Zenith & Nadir Z & N, HO Horizon, EQ Æquator, ZN Verticalis Primarius, &c. Sit datum Planum Verticale declinans à Verticali Primario grad. 23. Inveniendus est circulus in Sphæra data maximus, qui ad datum Planum Parallelus sit, & punctum contactûs Sphæræ cum Plano dato assignandum est. Ea sic efficientur. Quum Planum datum sit Verticale, & declinans grad. 23. Circulus huic Plano Parallelus, est quoque Verticalis declinans à Verticali Primario grad. totidem. Talis describi debet circulus Verticalis ZBN, cujus Polus quæratur S, per quem ducatur Verticalis ZSN, qui ad Circulum ZBN rectus erit. Si Stylus rectus supponatur esse æqualis Sphæræ hujusce radio, Punctum S erit punctum contactûs Sphæræ & Plani propositi. Circulusque ZSN exhibebitur in Plano per

Fig. 5.

Ver-

Gnom. Tab. IV. Fig. 5.

Verticalem Plani. Jam vero per Polos P & A, & per punctum S describatur maximus PSA. Hic erit substylaris. Meridianus est circulus PEAQ. In Planis Verticalibus omnibus Meridiana est Parallela verticali Plani. Data sit elevatio Poli OP gr. 49. Quæritur

1°. Angulus ZSP Substylaris cum Verticali Plani; hujusce anguli mensura est arcus ZR, vel arcus MN.

2°. Arcus PR qui est æqualis elevationi Poli in Substylari, aut qui est mensura anguli quem efficit, Axis cum Substylari in centro Horologii.

3°. Angulus ZPR differentia longitudinum, cujus mensura est arcus ED. Omnia hæc supeditabit Solutio trianguli ZPR, rectanguli in R, in quo data sunt 1°. Latus ZP complem. elevationis Poli, 2°. Angulus rectus in R, 3°. Angulus RZP complem. declinationis, qua propter facile invenietur 1°. Latus ZR mensura anguli substylaris cum Verticali Plani. Hic Angulus æqualis est angulo Substylaris cum Meridiana in centro Horologii, quia Meridiana est parallela lineæ Verticali Plani. 2°. Invenietur latus PR, mensura anguli Axis cum Substylari. 3°. Angulus ZPR differentia longitudinum, seu distantia Substylaris à Meridiana in Æquatore.

Analogias non affero quia commode ex Trigonometria peti possunt, præter quam quod non omnium earum demonstratio inspectâ figurâ conspicua esset, nec opusculi hujus-ce sinunt angustiæ ut singula demonstremus.

III.

De Horologiis Sine declinatione versus ortum verum, vel verum Occasum acclivibus.

Fig. 6.

Eâdem hic fermè constructione suppositâ quam in Articulo Præcedente exposuimus; Sit HBI, Circulus inclinato Plano dato Parallelus, circulus que HSI ad circulum

lum HBI rectus & transiens per Polum ejus S in Verticali Primario ZN sumptum, Punctun S, erit Pes Styli, & punctum contactûs Sphæræ & Plani dati. Circulus PDA est Substylaris, circulus HSI est ad Verticalem Primarium rectus, sicuti & Meridianus, qui proinde in Plano Parallelus est Verticali Plani HSI, & Horizonti HI. Itaque sumpto HSI pro Verticali Plani, ad quem Meridiana est Parallela, in triangulo PRI, tria nota sunt. 1°. PI elevatio Poli, 2°. Angulus rectus in R, 3°. Angulus PIR complementum inclinationis Plani, quæruntur autem tria, 1°. latus RI, mensura anguli RSI, quem substylaris cum Verticali Plani HSI efficit, vel cum Meridiana eidem Verticali parallela. 2°. Latus PR angulus axis cum substylari, vel mensura elevationis Poli in Substylari. 3°. Angulus RPI, differentia longitudinum, cujus mensura in Æquatore est arcus DQ. Analogiæ ex Trigonometria petantur.

Gnom. Tab. IV. Fig. 6.

IV.

De Horologiis Mixtis.

Describendum sit Horologium in facie superiori Plani declinantis ab Austro ad Ortum grad. 27, & inclinati grad. 70 pro altitudine Poli gr. 49, quæritur ut in Sphæra PEAQ Planum dictum tangente assignetur circulus ad dictum Planum Parallelus, & punctum contactûs Sphæræ & Plani. &c.

Describatur Verticalis ZDN declinans à Verticali Primario ZN grad. 27 & per Polum ejus K traducatur Verticalis ZKN, sumptoque arcu KL ab Horizonte gr. 70, ducatur per punctum L & per punctum D, circulus maximus BDF, cujus quæratur Polus, qui necessario erit in Verticali ZKN, nempe in S. Arcus KS erit 20. Complem. inclinationis 70. & arcus SN erit etiam æqualis inclinationi 70. Maximus circulus BDF erit parallelus

Fig. 7.

Gnom. Tab. IV. Fig. 7.

Plano propoſito ; & punctum S erit pes Styli, & punctum contactûs Sphæræ cum Plano, poſito Stylo recto æquali Sphæræ præſentis radio. Denique per Polos P & A & per punctum contactûs S deſcribatur circulus maximus PSN. Hic erit Subſtylaris. His poſitis, arcus PM, eſt menſura elevationis Poli in Plano Angulus MSL, eſt angulus Subſtylaris cum Verticali Plani, cujus menſura eſt arcus LM. Angulus IPQ eſt angulus differentiæ longitudinum, cujus menſura eſt arcus IQ in Æquatore. &c. Sed jam ad calculum accedamus.

1°. In triangulo ZBL rectangulo in L, tria cognita ſunt 1°. angulus rectus in L; 2°. angulus BZL declinationis 27, cujus menſura eſt arcus KO; 3°. Latus ZL 20 Complem. inclinationis. Igitur tria quærantur: 1°. angulus ZBL; 2°. Latus BL qui ſervetur; 3°. Latus ZB quod ſubtrahatur à Complem. elevationis Poli ZP, ad Habendum in reſiduo arcum BP. Itaque

2°. In triangulo BMP rectangulo in M, jam tria cognita erunt, nempe 1°. Hypotenuſa BP modo inventa; 2°. Angulus rectus in M; 3°. Angulus MBP, æqualis angulo ZBL ſupra invento. Ergo tria quærantur: 1°. Latus BM, quod additum lateri BL ſupra invento & ſervato, dabit arcum ML menſuram anguli LSM, qui eſt angulus Verticalis lineæ Plani cum Subſtylari. 2°. Quæratur angulus BPM. Hic angulus æqualis eſt differentiæ longitudinum loci & Plani, ſeu diſtantiæ Subſtylaris à Meridiana in Æquatore; nam angulus BPM æqualis eſt angulo IPQ, cujus menſura, nempe arcus IQ, eſt dicta longitudinum differentia. 3°. Quæratur latus PM, quod eſt menſura auguli Subſtylaris cum axe in centro Horologii, ſeu elevationis Poli in Plano Horologii. Hujus complementum eſt arcus PS, menſura anguli Styli recti cum axe. Hæc ſufficiunt ad deſcribendum Horologium in Plano ſupra dicto.

SCHO-

Scholium.

Statim atque habetur longitudinum differentia, eo ipso habetur ejus complementum, & proinde habentur in Æquatore distantiæ duorum punctorum hinc & inde a subsstylari positorum, quorum unum pertinet ad Horam 12. alterum ad Horam 6. Sed in tribus Horologiis de quibus superius, inventa est differentia longitudinum, & præterea inventa est elevatio Poli in Plano Horologii, quapropter duæ hîc Analogiæ addendæ sunt, quarum unius ope invenietur angulus Substylaris cum Meridiana, in centro Horologii, alterius vero auxilio invenietur angulus lineæ Horæ 6 cum Substylari, in eodem Horologii centro. Ecce tibi Analogias illas.

Gnom. Tab. IV. Fig. 7.

Ad inveniendum angulum Meridianæ cum Substylari.

ANALOGIA 1ª.

Ut sinus totus : ad sinum elevationis Poli in Plano Horologii : :
Ita tangens differentiæ longitudinum : ad tangentem anguli Substylaris cum Meridiana in centro Horologii.

Ad inveniendum angulum lineæ Horæ 6. cum Substylari.

ANALOGIA 2ª.

Ut Sinus totus : ad sinum elevationis Poli in Plano Horologii :
Ita tangens complementi differentiæ longitudinum : ad tangentem anguli lineæ Horæ 6. cum Substylari.

V.

Horologii Verticalis declinantis ab Auſtro ad Ortum gr. 10 *pro altitudine Poli* 46 gr. 26′. *per calculum angulorum deſcriptio.*

Gnom. Tab. V. Fig. 1.

Deſcribatur circulus quivis C B D, è cujus centro A ducatur radius A B. Hic erit linea Meridiana, ſeu linea Horæ 12. Vocetur perſpicuitatis gratiâ pars B C circuli Ortus Gnomonicus, quia in eam partem umbræ projicientur ante Meridiem; pars vero B D vocetur Occaſus Gnomonicus, quia continere debet Horas pomeridianas. Jam quia Horologium declinare debet à Meridie ad Ortum, Subſtylaris eſſe debebit in parte C B Ortûs Gnomonici. His poſitis.

1°. Quæratur angulus Subſtylaris cum Meridiana per ſequentem Analogiam:

Ut ſinus totus: ad ſinum declinationis Plani 10 gr::

Ita tangens compl. elevationis Poli 43 gr. 34′. ad tangentem anguli Subſtylaris cum Meridiana in puncto A. Invenitur hic angulus 9 gr. 23′. Fiat igitur in centro A angulus G A B totidem graduum, Linea A G erit Subſtylaris.

2°. Quæratur elevatio Poli in Subſtylari per hanc Analogiam:

Ut ſinus totus: ad ſinum compl. declinationis Plani::

Ita ſinus Complem. elevationis Poli in Horizonte: ad Sinum elevationis Poli in Plano Horologii, ſeu in ſubſtylari. Invenietur dicta elevatio 42 gr. 44′.

Fiat ergo triangulum A K P cujus angulus A ſit 42 gr. 44′. Hoc triangulum erigendum erit rectum ad Planum Horologii, in linea Subſtylari A G, ita ut Puncta A, A. Conveniant in centro A.

3°. Quæratur differentia longitudinum loci & Plani per hanc Analogiam:

Ut

Ut ſinus totus: ad ſinum elevationis Poli in Horizonte::
Ita tangens complem. declinationis Plani: ad tangentem complemem. differentiæ longitudinum.

Gnom. Tab. V. Fig. 1.

Invenietur differentia longitudinum, id eſt diſtantia Meridianæ à ſubſtylari in Æquinoctiali, 13 gr. 41′. Subſtylaris eſt terminus à quo debet inſtitui Calculus tam arcuum Horariorum in Æquinoctiali, quam angulorum Horariorum in centro A Horologii. Supereſt nunc ut componatur Tabula quæ inſerviat ad inveniendos angulos Horarios in centro Horologii: ea autem ſic conficietur.

Tres Columnæ præparentur; in prima Ordinatim diſponantur Horæ à ſubſtylari, ſive à puncto G verſus C; & a puncto G verſus D, & e regione Horarum, ſcribantur in ſecunda Columna arcus iiſdem Horis convenientes in Æquinoctiali. Deinde ad habendos angulos linearum horariarum cum ſubſtylari in centro Horologii A, qui anguli Horis primæ Columnæ, & arcubus ſecundæ competunt, Analogia ſequens adhibeatur:

Ut ſinus totus: ad ſinum elevationis Poli in Plano Horologii 42 gr. 44′::
Ita tangens unius cujuſque arcûs ſecundæ Columnæ: ad tangentem unius cujuſque anguli convenientis, in Columna tertia collocandi. Si in Centro A fiant anguli cum ſubſtylari æquales iis qui in tertia Columna indicantur, tam verſus C quam verſus D, deſcriptum erit Horologium quale exhibetur in ſecunda Figura. Sed docendum eſt qua ratione conſtrui debeat ſecunda Tabulæ Columna. Itaque

1°. Ad habendos arcus Horarum, quæ futuræ ſunt inter G & inter C, incipiendo à puncto G, ſubtrahe differentiam Longitudinum ſeu diſtantiam Meridianorum Loci & Plani 13 gr. 40′. a 15 gr. reliquum erit 1 gr. 20′. pro Hora 11. Huic adde 15 gr., habebis 16 gr. 20′ pro Hora 10 & ſic deinceps. Sed ſi vis habere Semihoras, adde ad 1 gr. 20′, 7 gr. 30′, habebis 8 gr. 50′. pro Hora 10 $\frac{1}{2}$ &

Gnom. Tab. V. Fig. 1.

ad habendam Horam 9 ½ adde 7 gr. 30′. cum 16 gr. 20′ & habebis 23 gr. 50′ pro hora 9 ½, quibus gradibus ſi addas 7 gr. 30. habebis 31 gr. 20′. pro Hora 9. & ſic deinceps.

2°. Ad habendas Horas quæ ſunt inter G & inter D, ſubtrahe 7 gr. 30′ à 13 gr. 40′, reliquum erit 6 gr. 10′ pro 11 ½. Pro Hora 12 arcus erit 13 gr. 40′ differentia longitudinum. Si ad 13 gr. 40′ addas 7 gr. 30′ ſumma 21 gr. 10′ pertinebit ad Horam 12 ½ &c. Hac methodo uſus ſum ad habendos arcus Columnæ ſecundæ. Tota Tabula extat poſt hanc paginam.

TABU-

T A B U L A

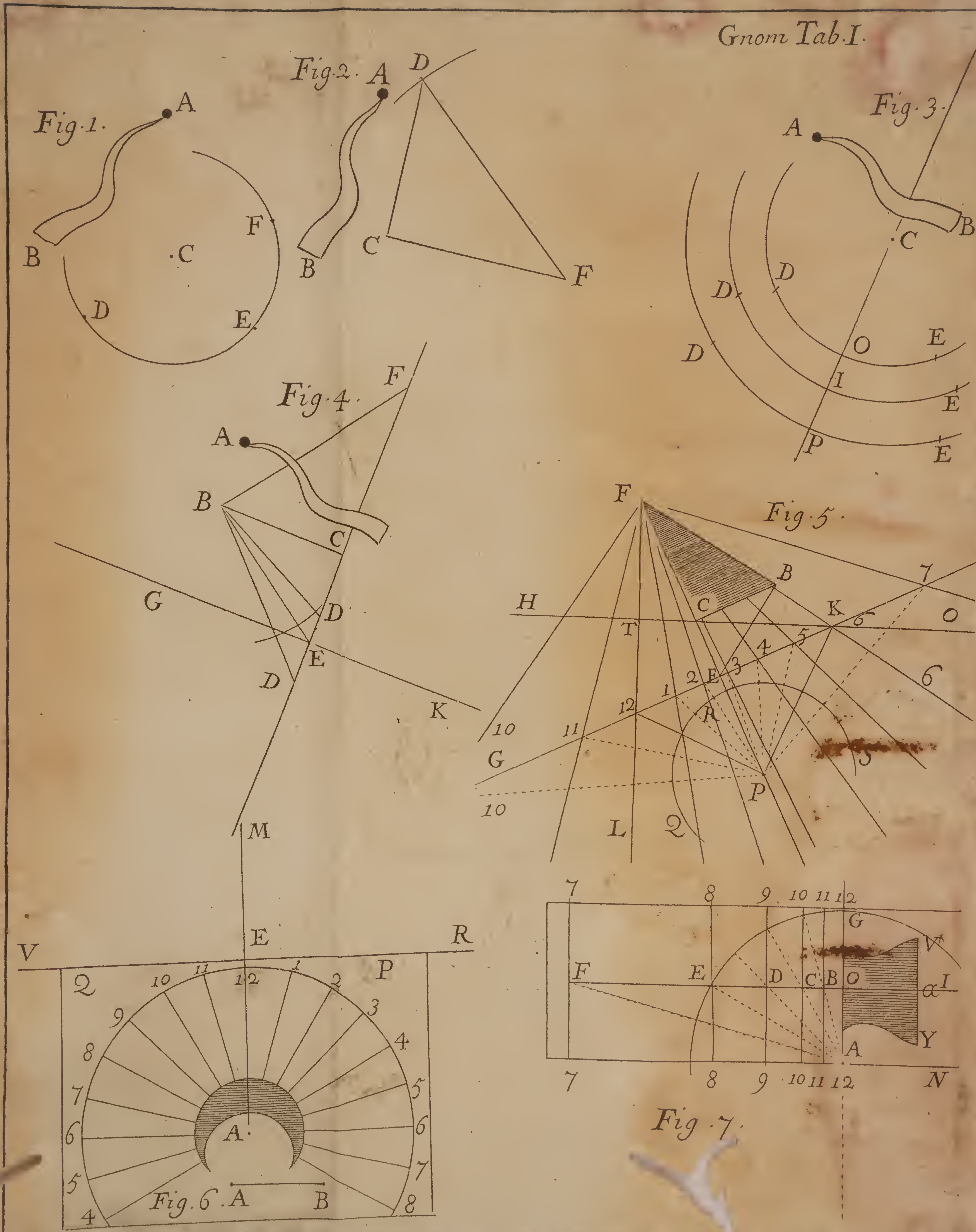
Arcuum Horariorum in Æquinoctiali, & angulorum Horariorum in centro Horologii.

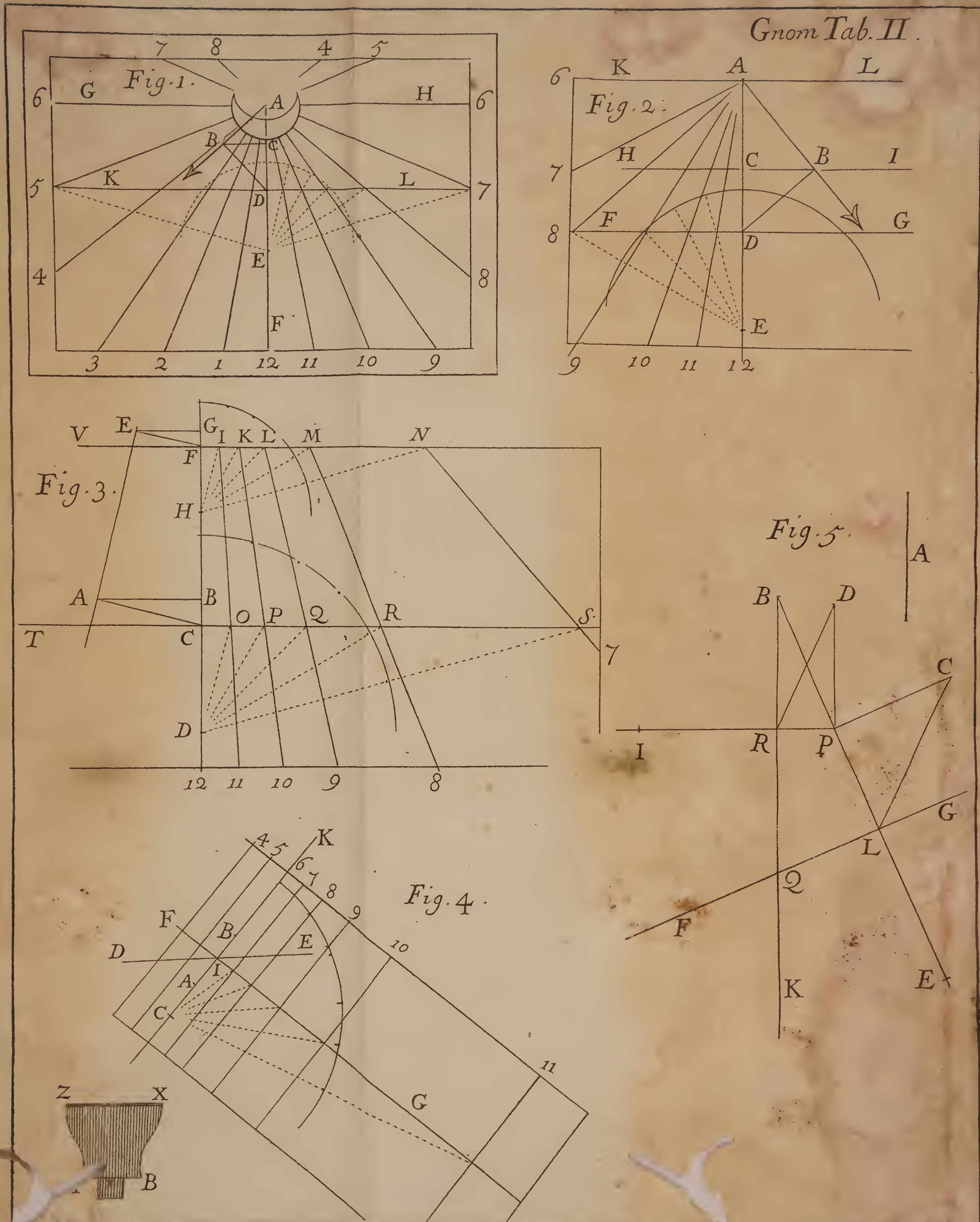
Pro Horologio Verticali declinante à Meridie ad Ortum grad. 10 *data Altitudine Poli loci* 46 gr. 26′.

Horæ inter G & C	Arcus in Æquinoct.		Anguli in centro A.	
11	1 gr.	20′	0 gr.	54′
10 ½	8	50	6	1
10	16	20	11	15
9 ½	23	50	16	41
9	31	20	22	27
8 ½	38	50	28	39
8	46	20	35	24
7 ½	53	50	42	52
7	61	20	51	8
6 ½	68	50	60	17
6	76	20	70	17
5 ½	83	50	80	57
Horæ inter G & D	**Arcus in Æquinoct.**		**Anguli in centro A.**	
11 ½	6 gr.	10′	4 gr.	11′
12	13	40	9	23
12 ½	21	10	14	43
1	28	40	20	21
1 ½	36	10	26	23
2	43	40	32	56
2 ½	51	10	40	8
3	58	40	48	6
3 ½	66	10	56	56
4	73	40	66	38
4 ½	81	10	77	6
5	88	40	88	2

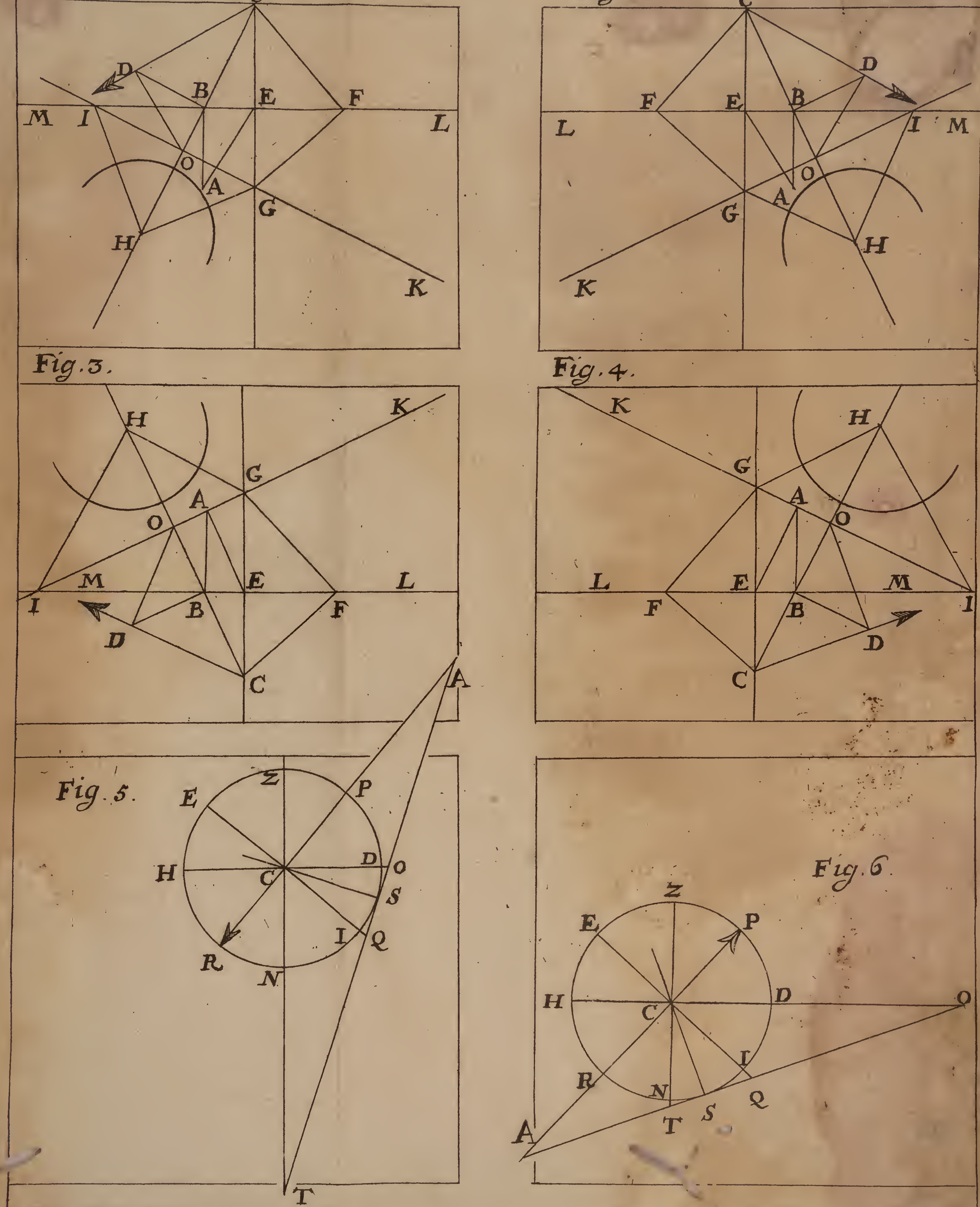
Angulus Axis cum Subſtylari 42 gr. 44′.

Gnom Tab. I.




Gnom Tab. II.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.

Gnom. Tab. III.



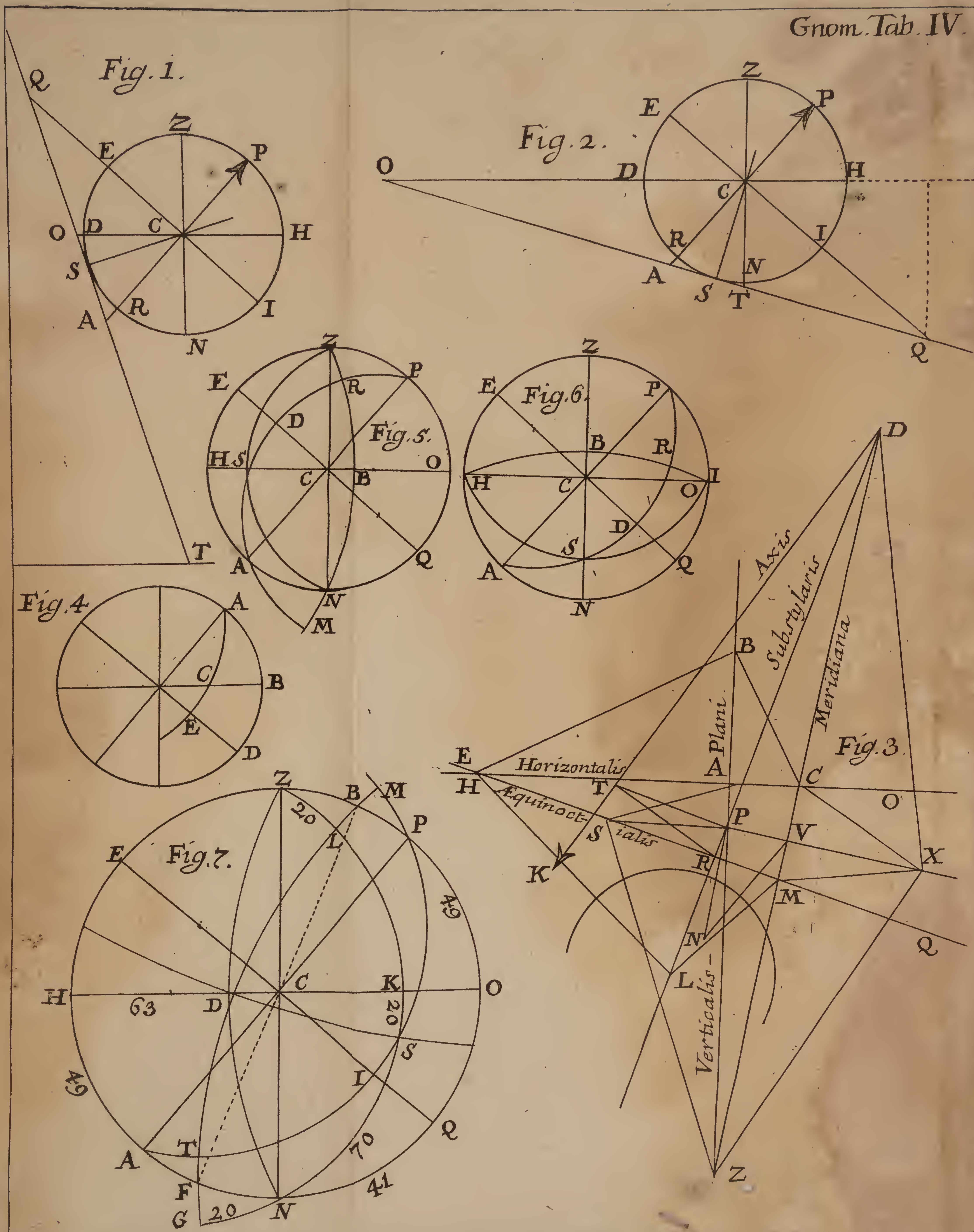

Gnom. Tab. IV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Axis
Substylaris
Meridiana
Plani
Horizontalis
Æquinoct-ialis
Verticalis

Fig. 1.

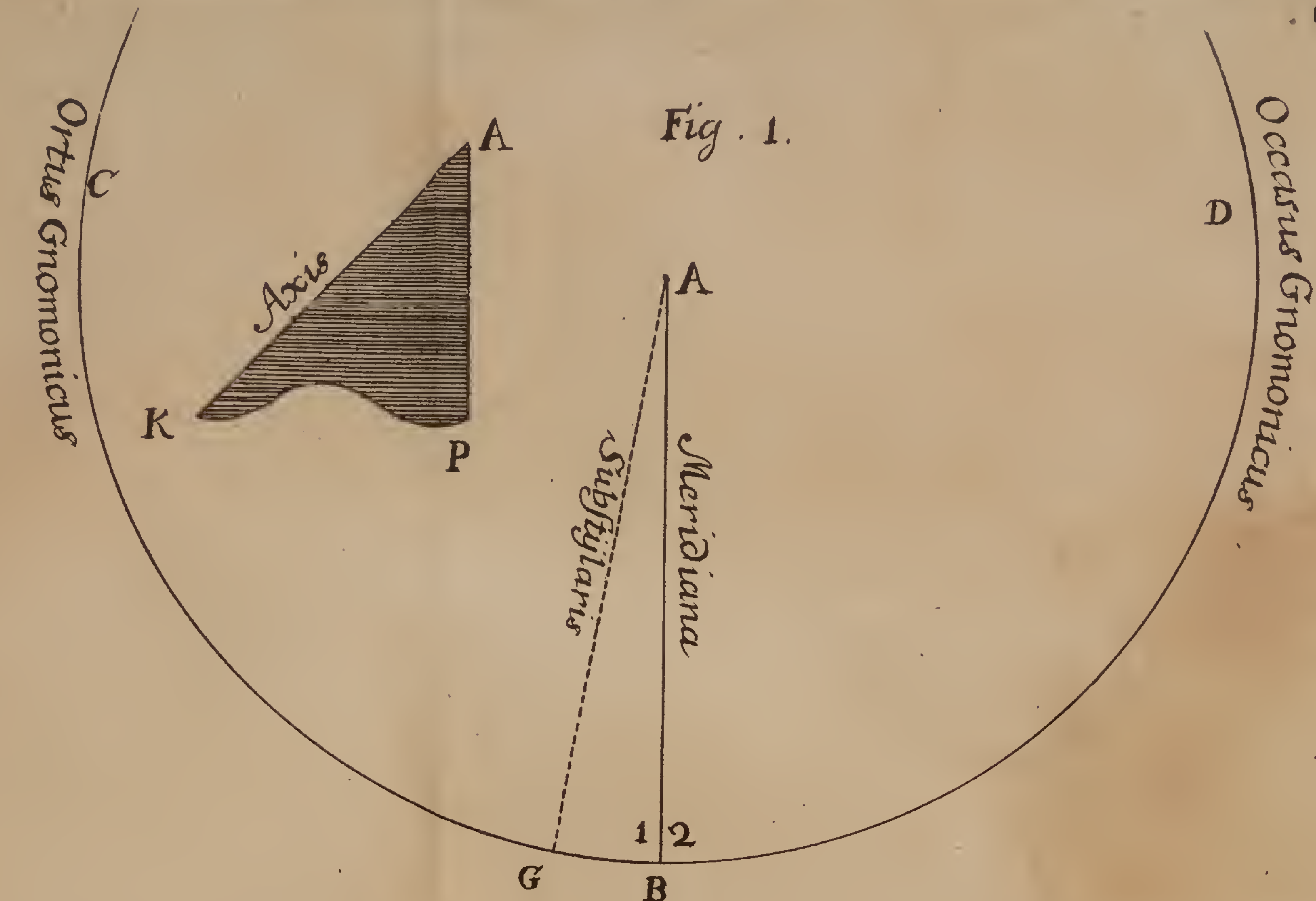
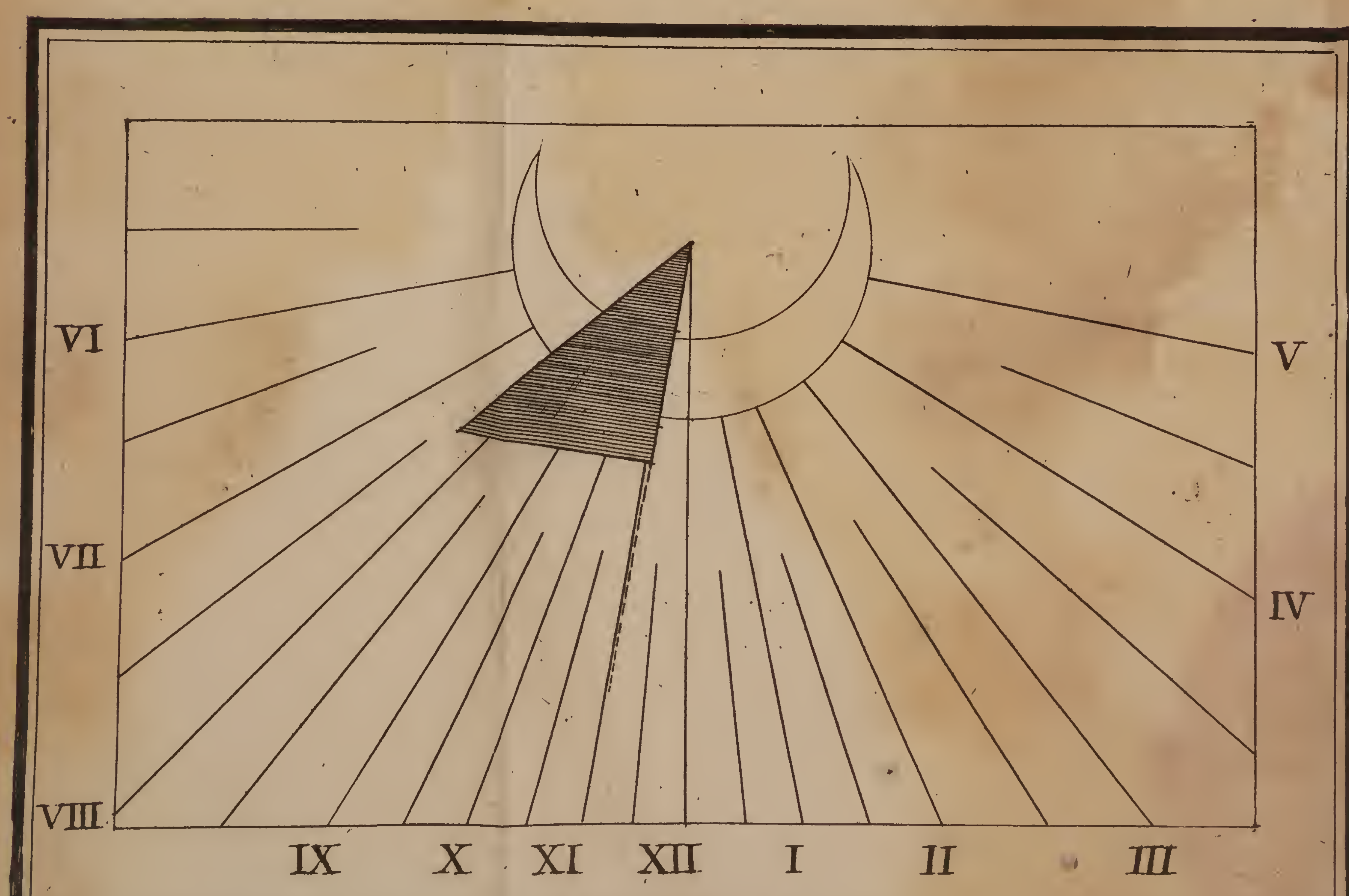

Ortus Gnomonicus
C
A
Axis
K
P
A
Subſtylaris
Meridiana
D
Occaſus Gnomonicus
1
2
G
B

Fig. 2.


VI
VII
VIII
IX
X
XI
XII
I
II
III
IV
V

INDEX

ALPHABETICUS.

A.

******* *An-*

B.

De

C.

Et

D.

In

F.

G.

H.

Horolo-

I.

K.

L.

M.

****

Occaſus

P.

Altitu-

V.

****

Solem

FINIS.

LIBRI COMPACTORI MONITUM.

Non debet compactor Cartam Tabularum Candidam auferre, ut, Libro compacto, Tabula quæque evoluta, tota extra librum conſpiciatur.

TABULARUM ORDO.

Tabula Præf. poſt Præfationem Editoris.

AVIS AU RELIEUR.

Il doit obſerver d'abord, qu'il ne faut point couper le papier blanc qui eſt aux Planches, afin que le Livre étant relié chaque Planche depliée ſorte.

ORDRE DES PLANCHES.

La Planche de la Preface, après la Preface de l'Editeur.

Tab.	poſt Paginam	Tab.	
I.	8.	XXI.	370.
II.	14.	XXII.	382.
III.	22.	XXIII.	410.
IV.	28.	XXIV.	424.
V.	38.	XXV.	436.
VI.	58.	XXVI.	464.
VII.	68.	XXVII.	464.
VIII.	80.	XXVIII.	470.
IX.	100.	XXIX.	520.
X.	110.	XXX.	530.
XI.	136.	XXXI.	546.
XII.	156.	XXXII.	576.
XIII.	160.	XXXIII.	594.
XIV.	246.	XXXIV.	628.
XV.	272.	XXXV.	638.
XVI.	282.	XXXVI.	650.
XVII.	294.	XXXVII.	660.
XVIII.	326.	XXXVIII.	666.
XIX. N°. 2.	334.	XXXIX.	672.
XIX.	340.	XL.	676.
XX.	360.	XLI.	690.

Gnomonices tabulæ quinque ad finem *brevis Horologiorum Sciotericorum Tractatûs* referantur.

Il faut placer les cinq Tab. de Gnomonique toutes enſembles à la fin de l'Appendix.